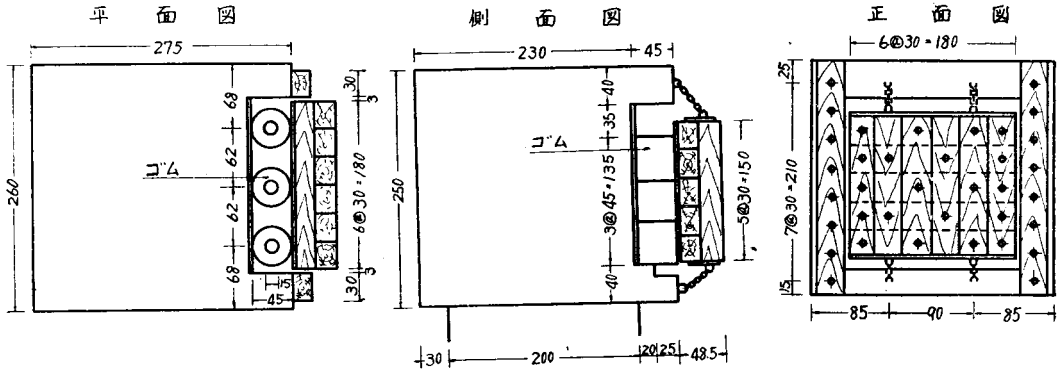


図-9 防眩材構造図



取りつけた。構造を大別してゴム部と木材部にする。ゴムを日光の直射から保護するため、コンクリート凹部に納め前面に木材部をチェーンで下げた。

1. ゴム部

ゴム体を水平に3段に置くことは非常に困難であるので、垂直に並べておいた。

外力によつて45cmの厚さが20cmまで圧縮されるようゴム底部のコンクリートに段をつけ、ゴム孔にゴム紐を通し上下に取り付け、コ字形ゴムを底に置いて傾くのを防いだ。

圧縮されたとき、横に拡がり上にも伸びるので中心間隔を62cmとし上に空間を残した。ゴム本体の接する所には5mm厚さのゴム板を張つた。

2. 木材部

高さ1.5m、横1.8m、巾48cm.とし、径1inの

チェーンでつり下げた。角材は24×30cmとして縦横に組み合わせた(図-9)。

3. 工費

フェンダー1組当り	770 000 円
ゴム本体	580 000
その他ゴム	24 600
松角材	28 200
金物	59 500
雑材料	11 000
労力費	16 700
ドルフィン1基当り	1 440 000

参考文献

- 1) 第18回国際航路会議における Vasco Coste 技師の報告。
- 2) 港湾協会発行“港湾技術要報 No. 8” p. 527.
- 3) 同上 “同 No. 9” p. 763. (昭. 30.4.26)

組数の多い大腸菌群試験における最確数の統計的分布の推定法

正員 工学博士 岩井重久*
 准員 神山桂一**

A METHOD ESTIMATING STATISTICAL DISTRIBUTION OF M.P.N. IN THE TEST OF COLIFORM BACTERIA GROUP WHICH HAS NUMERIOUS SETS.

(JSCE Nov. 1955)

Dr. Eng., Shigehisa Iwai, C.E. Member, Keiichi Kōyama, C.E. Assoc. Member

Synopsis Suppose coliform-bacteria group contained in the water or sewage repeatedly sampled for a long period at a certain sampling station and also simultaneously at many sites which belong to a certain system, is tested under single dilution with many a set of fermentation tubes, each set consisting of a certain equal number. In this case the M.P.N. (Most Probable Number) of coliform bacteria which represents its distribution cannot be obtained, unless the statistical distribution of the MPN with

* 京都大学教授, **同助手; 工学部土木工学教室

respect to coliform bacteria group throughout the period or the entire system is estimated. In this paper, after assuming indirectly a logarithmic-normal distribution of (0→1) type for the probability that a tube will be positive when inoculated with water or sewage containing a certain MPN, a new method of estimating the distribution is proposed, then a simplified procedure is devised by utilizing a logarithmic probability paper, applying it to an actual example.

要旨 上, 下水質判定のために, ある場所で長期にわたり繰返して採水した試料か, またはある系統に属する多くの地点から同時に採水した試料につき, 稀釈率と1組を含むハッコウ管の本数とをともに一定として幾組もの大腸菌群試験を行つたとする。こうした場合, その期間または系統全体を通じての MPN (大腸菌群最確数) に関する統計的分布を推定しないかぎり, その分布を代表すべき MPN を求めることはできない。本論では, ある MPN を含んだ水, または下水を接種した場合に, 1本のハッコウ管が陽性となるような確率に対して (0→1) 型対数正規分布をひとまず仮定し, これから間接的に上記 MPN の分布を推定する新方法を提案し, 対数確率紙を利用する簡易計算法を考案して実例に適用した。

1. 最確数 (MPN) の基本式と平均値の算定

1951年, McCrady¹⁾ により提案されて以来, 多くの研究者により確立された MPN の理論は, 確率的考察から出発した次の式を基本としている。

$$\theta = 1 - e^{-k\lambda} \dots\dots\dots (1)$$

ここに, θ は一般に検水量 k を採水したときに, そのうちに少なくとも1個の大腸菌群細菌 (以下単に大腸菌と略称す) が含まれているような確率, λ は検水単位容積中に含まれる未知の大腸菌数(濃度)であるが, この式(1)で $k=1$ とした次式では, λ は容量 k 当りの濃度を示すことになる。

$$\theta = 1 - e^{-\lambda} \dots\dots\dots (1')$$

特に1回の試験で, 等検水量 k を入れた1組 (たとえば5本) のハッコウ管中, 陽性管を生ずる確率を θ とすれば, 理論的に θ の確率をもつて5本中 x 本の陽性管が発生するような2項分布に従う確率,

$$Q_x = {}_5C_x \theta^x (1-\theta)^{5-x} \dots\dots\dots (2)$$

を最大ならしめるために, $dQ_x/d\lambda = 0$, を解けば θ が $x/5$ となり, これを式(1)に入れると λ の最頻値が求まるから, その値をもつて λ の MPN とするのである*。また逆にこうした場合, 先に λ を MPN とし

* 1回につき数組のハッコウ管で, 各組ごとに異なった検水量を用いる多段階稀釈 (たとえば表-3) の場合の MPN は, 各組についての式(2)の形の Q_x の乗積として表わされるような確率を最大ならしめる λ の値であつて, やはり最頻値の意味を持っている。

て与えると, θ は検水量 k 中に $k\lambda$ 個の大腸菌が含まれているような確率を意味し, 5本中に陽性管を生ずる本数を $x=5\theta$ とする可能性が最大となる。式(1)中の k, θ と λ との関係を読みうるような表はすでに作られている²⁾。

こうした表, または直接計算によつて各回の試験の1組ごとの MPN は求められるが, 稀釈率, すなわち検水量, および1組中のハッコウ管数を変えずに同様に行つた多くの組についての平均的な MPN を求める場合, 単に算術平均を行うのは, H.A. Thomas, Jr. が指摘した³⁾ ように不合理である。

たとえば, わが国の飲料水判定標準⁴⁾ 中に許容限度として規定してあるごとく, $k=10$ cc ずつ5本1組の試験で $\theta=0.10$ (仮定値) が陽性管, すなわち式(1)より, $MPN=\lambda=1.05/100$ cc を含んだ水について幾組も試験を行つた

表-1 試験総組数中 x 本の陽性管が発生する組数の割合 Q_x と, 各対応 MPN

($k=10$ cc のハッコウ管5本を1組とし, $\theta=0.10$ と仮定した場合)

5本中陽性管数 (x)	理論上の組数割合 (Q_x)	MPN/100 cc (λ)
0	0.590 49	0.
1	0.328 05	2.23
2	0.072 90	5.11
3	0.008 10	9.16
4	0.000 45	16.09
5	0.000 01	∞
	1.000 00	

x が5本中おのおの0, 1, 2, ……5となるような組数の占める理論上の割合は, 式(2)から表-1中の Q_x の値をとる。これを重みとし,

おのおの $\theta = x/5$ に対して式(1)から求めた MPN の算術平均値を計算すると,

$$(0 \times 0.590 49 + \dots + 16.09 \times 0.000 45 + \infty \times 0.000 01) = +\infty$$

となる。 θ がもつと小さい場合でも, $x=5, \theta=1$ に対して MPN は常に $+\infty$ となるから, こうした算術平均は必ず $+\infty$ となる。そこでかりに $+\infty$ を示す割合 Q_x がきわめて小さいという理由で, 上記算術平均計算中の最終項を無視すれば 1.19/100 cc となるが, これでも正しい値 1.05 よりは約13%も大きい。また別に, 表-1中で Q_x を重みとして ($x/5$) の算術平均, すなわち各 x に対する陽性管数での割合を先に求めると, 後述式(8)の関係から当然 $\theta = (x/5) =$

0.10 となり、式 (1) より $\lambda=1.05$ となる。しかしこの場合、 Q_x の代りに実際の標本上の組数割合 P_x を用いると、こうした算術平均法は一般に過小な MPN を与えるのである。

2. Thomas³⁾ 法

上記算術平均法の欠点にかんがみ、Thomas³⁾ は大腸菌数 λ が次式 (3) の ($0 \rightarrow +\infty$) で限られた Pearson-III 型分布函数に従うと仮定し、統計的に λ の平均値 $\bar{\lambda}$ を求める方法を提案した。

$$f(\lambda) = Ce^{-a\lambda} \lambda^p \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 a, p は分布の形状に関する常数、 $C = a^{p+1}/p!$ となり、従つて $\bar{\lambda}$ は次式で与えられる。

$$\bar{\lambda} = \int_0^\infty \lambda f(\lambda) d\lambda = (p+1)/a \dots\dots\dots (4)$$

ゆえに a, p の 2 常数を定めれば $\bar{\lambda}$ を求めうるが、これを積率法で解き、 a, p の代りに θ に関する 1 次および 2 次積率 M_1, M_2 の標本値を用いて $\bar{\lambda}$ を推定する。

いま λ を容積 k 当りの MPN と考え、式 (1)' の関係と上の $f(\lambda)$ とから $f(\theta) = f(\lambda) d\lambda/d\theta$ として θ の分布函数 $f(\theta)$ を求めると、

$$f(\theta) = C(1-\theta)^{a-1} [\ln(1-\theta)]^{-1} p \dots\dots\dots (5)$$

積率 $\int_0^1 \theta^s f(\theta) d\theta$ ($s=1, 2$) を式 (5) によらず、 $f(\theta) d\theta = f(\lambda) d\lambda$ の関係を利用し、式 (3), (4) によつて求めると、

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= 1 - (a/\bar{\lambda} + 1) \bar{\lambda}^a \\ M_2 &= 1 - 2(a/\bar{\lambda} + 1) \bar{\lambda}^a + (a/\bar{\lambda} + 2) \bar{\lambda}^a \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

この 2 式から a を消去すれば、 $\bar{\lambda}$ を M_1, M_2 のみで表わしうるが、その一義解は不能であるので、Thomas は a を媒介として、 a と $K = \log(a/\bar{\lambda} + 2)/\log(a/\bar{\lambda} + 1) = \log(1 + M_2 - 2M_1)/\log(1 - M_1)$ 、および、 $r = [a \log(a/\bar{\lambda} + 1)]^{-1}$ との関係数表を作成しておき、 M_1, M_2 、従つて K を与えたときにこの表中の r を補間法で求め、 $\bar{\lambda} = -r \log(1 - M_1)$ 、として平均値を算出する方法を提案した。また平均値 $\bar{\lambda}$ 以外に、95% の非超過確率をもつて生ずべき λ の値 λ_{95} を求めるために、それぞれの場合に依じて次の近似式を与えている。

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{95} &= 1.55(\bar{\lambda} + 1/a), & (\bar{\lambda} a \leq 5 \text{ の場合}) \\ \lambda_{95} &= 1.25(\bar{\lambda} + 2.5/a), & (5 < \bar{\lambda} a \leq 15 \text{ の場合}) \\ \lambda_{95} &= \bar{\lambda} + 1.65\sqrt{\bar{\lambda}/a} + 0.426/a, & (\bar{\lambda} a > 15 \text{ の場合}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

上の諸式中 M_1, M_2 を標本から求めるには次のように考える。いま θ に関する 2 項定理で総和が 1 となる関係から、式 (2) の Q_x については次の恒等式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{x=0}^5 \left(\frac{x}{5}\right) Q_x &= \theta \sum_{y=0}^4 C_y \theta^y (1-\theta)^{5-y} = \theta \\ \sum_{x=0}^5 \left(\frac{x(x-1)}{5 \cdot 4}\right) Q_x &= \theta^2 \sum_{y=0}^3 C_y \theta^y (1-\theta)^{5-y} = \theta^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

従つて普通に行われる 5 本 1 組のハッコウ管試験で、式 (8) 中式 (2) で表わされるべき Q_x は、 θ が未知なかぎり不明であつて、 Q_x の代りにこれに対応すべき標本上の値 P_x を用いると、 P_x は θ の函数とはならないから、前記積率の定積分中、 $\int_0^1 f(\theta) d\theta = 1$ の関係を用い、標本上の M_1, M_2 を次式で求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= \sum_{x=0}^5 \left(\frac{x}{5}\right) P_x \\ M_2 &= \sum_{x=0}^5 \left(\frac{x(x-1)}{5 \cdot 4}\right) P_x \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 P_x は 5 本のうち x 本が陽性を示すような組が試験結果の総組数中に実際に占めるような標本上の割合であり、こうして求めた M_1, M_2 から上記の方式に従つて $\bar{\lambda}$ などを推定するのである。

3. 新推定法

λ に関する式 (3)、従つて θ に関する式 (5) の分布を用いるかわりに、われわれは始めから θ の分布として下限 0、上限 1 を有する次の対数正規分布を採用する。

$$\left. \begin{aligned} f(\theta) &= \frac{1}{2} \varphi_0(\xi) \frac{d\xi}{d\theta} = \frac{c \log e}{\theta(1-\theta)\sqrt{\pi}} e^{-c^2(\log X/X_0)^2} \\ \xi &= c \log(X/X_0), \quad X = \theta/(1-\theta), \\ X_0 &= \theta_0/(1-\theta_0), \quad \varphi_0(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-\xi^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 $\log X_0$ はこの対数座標についての平均値、 θ_0 は変量 θ に関する中央値、 $1/(\sqrt{2}c) = \sigma$ は $\log X$ についての標準偏差であるが、一般にこの型の分布の適応性ははなはだ広く、大腸菌群に関する θ の分布としても十分に利用しうると考える。

この式 (10) の分布に関する θ の 1 次及び 2 次積率は $\varphi_0(\xi) = \int_0^1 \varphi_0(\xi) d\xi$ と定めて、

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= \frac{1}{2} \varphi_0(r) \left[\sum_{u=0}^{+\infty} (-1)^u \{1 - \varphi_0(\xi_1)\} / \varphi_0(\xi_1) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{u=0}^{+\infty} (-1)^u \{1 - \varphi_0(\xi_3)\} / \varphi_0(\xi_3) \right] \\ M_2 &= \frac{1}{2} \varphi_0(r) \left[\sum_{u=0}^{+\infty} (-1)^u (1+u) \{1 - \varphi_0(\xi_2)\} \right. \\ &\quad \left. / \varphi_0(\xi_2) + \sum_{u=0}^{+\infty} (-1)^u (1+u) \{1 - \varphi_0(\xi_3)\} / \varphi_0(\xi_3) \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

ここに, $r = -c \log X_0$, $K = (c \log e)^{-1}$

$$\xi_1 = (1+u)K/2 - r, \quad \xi_2 = (2+u)K/2 - r, \\ \xi_3 = r + uK/2$$

として計算できる⁵⁾。式 (10), (11) 中 φ_0 , ϕ_0 の記号は Gauss の誤差函数, 及び誤差積分を表わし, これらの数値はいずれも普通の統計数表*中に記載されている。

さて, 前記式 (9) により, 一般の試験成績から標本上の M_1 , M_2 を求めることができ, これらを式 (11) に入れて解けば, 2 常数 c (または σ , K) および X_0 (または θ_0), 従つて $f(\theta)$ を求めうるが, こうした解は不能である。従つて, 逆に任意の常数値 c および X_0 に対応する M_1 , M_2 をあらかじめ計算し, これらの関係を数値表, あるいは図表として表わしておけば, 式 (9) から求めた M_1 , M_2 に対応すべき c および X_0 を補間法で定めることができる。一般に式 (10) と式 (1)' とから次式を生ずるが, このうちの右式を利用し, λ を対数目盛, $(1+X)$ を対数の対数目盛にとつて λ と X の直接関係を図示しておけば便利である。

$$\left. \begin{aligned} \theta &= X/(1+X), \\ \lambda &= -2.303 \log(1-\theta) = 2.303 \log(1+X) \end{aligned} \right\} \dots(12)$$

従つて, 上のように求めた X_0 を式 (12) の X として, θ の中央値 θ_0 を求め, さらにこの θ_0 に対する λ の中央値 λ_0 を求めうるが, 実用的には上記の図表により X_0 から λ_0 を直接読みとつてもよい。MPN の代表値としては λ の最頻値, あるいは平均値をとる方が妥当と思われる。そこでこれらの値を, 上記のように求めた X_0 , c から計算する方法を述べると次のようになる。

λ の最頻値 λ_m の計算: 式 (10) を λ の分布に書

きなおすと, 式 (10), 式 (1)', および式 (11) 中の K を用い,

$$f(\lambda) = f(\theta) \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{1}{2} \varphi_0(\xi) \frac{d\xi}{d\lambda} \\ = (K\theta)^{-1} \cdot \frac{1}{2} \varphi_0(\xi) \dots\dots(13)$$

ゆえに,

$$\frac{df(\lambda)}{d\lambda} = -\{K(1-\theta) + 2\xi\} \\ \times (K\theta)^{-2} \frac{1}{2} \varphi_0(\xi) \dots\dots(14)$$

となり, $\theta \neq 0$ で ξ が有限の場合にこの式を 0 とするためには,

$2\xi = -K(1-\theta)$, すなわち,

$$2c \log(X/X_0) = -K/(1+X)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{または, } \log X + (2c^2 \log e)^{-1} (1+X)^{-1} &= \log X_0 \\ \dots\dots\dots(15) \end{aligned} \right\}$$

でなければならぬ。従つてこの関係を満たす X を X_m として求め, 式 (12) から λ を求めると, これが最頻値 λ_m となる。この X_m の値を見出すには, 先に求めておいた X_0 , c (または σ) を用いて試算を行えばよいが, われわれが作成した図-1 の図表を利用すれば便利である。

λ の平均値 $\bar{\lambda}$ の計算: 式 (10) より, $X = X_0 e^{K\xi}$, $\theta = X_0 e^{K\xi} / (1 + X_0 e^{K\xi})$, 従つて式 (1)' より, $\lambda = \ln(1-\theta)^{-1} = \ln(1 + X_0 e^{K\xi})$ の関係を生ずるから, さらに式 (13) の関係を用い,

$$\bar{\lambda} = \int_0^\infty \lambda f(\lambda) d\lambda = \int_{-\infty}^{+\infty} \ln(1 + X_0 e^{K\xi}) \frac{1}{2} \varphi_0(\xi) d\xi \dots\dots\dots(16)$$

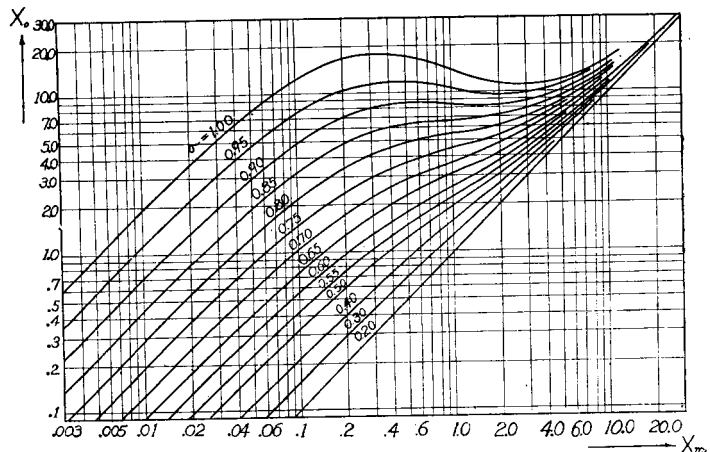
いま, $X_0 \geq 0$, $e^{K\xi} \geq 0$, 従つて $(1 + X_0 e^{K\xi}) \geq 1$ であるから,

$$\ln(1 + X_0 e^{K\xi}) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{X_0 e^{K\xi}}{1 + X_0 e^{K\xi}} \right)^n$$

と展開ができ, これを式 (15) に用いて式 (11) と同様の計算を行えば,

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} X_0^n e^{\frac{n^2 K^2}{4}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi_0\left(\xi - \frac{nK}{2}\right)}{(1 + X_0 e^{K\xi})^n} d\xi \\ = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} X_0^n e^{\frac{n^2 K^2}{4}} \left[\sum_{u=0}^{+\infty} {}_{n+u-1}C_{n-1} \right. \\ \left. (-X_0)^u e^{u(2n+u)K^2/4} \left\{ \phi_0\left(r - \frac{n+uK}{2}\right) + 1 \right\} \right. \\ \left. + (-1)^n \sum_{u=0}^{+\infty} {}_{n+u-1}C_{n-1} (-X_0)^{-(u+n)} e^{(u^2 - n^2)K^2/4} \right]$$

図-1 X_0, σ より X_m を求める図表



* たとえば, 統計科学研究会: 統計数値表, I, 河出書房, 昭.18., p.57

$$\begin{aligned} & \times \left\{ 1 - \Phi_0 \left(r + u \frac{K}{2} \right) \right\} \\ & = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} \left[\sum_{u=0}^{+\infty} n + u - 1 C_{n-1} (-1)^u \frac{\varphi_0(r)}{\varphi_0 \left(n + u \frac{K}{2} - r \right)} \right. \\ & \times \left\{ \Phi_0 \left(r - \overline{n + u \frac{K}{2}} \right) + 1 \right\} \\ & + \sum_{u'=n}^{+\infty} u' - 1 C_{n-1} (-1)^{-u'} \frac{\varphi_0(r)}{\varphi_0 \left(r + u' - n \frac{K}{2} \right)} \\ & \left. \times \left\{ 1 - \Phi_0 \left(r + u' - n \frac{K}{2} \right) \right\} \right] \dots \dots \dots (17) \end{aligned}$$

この式 (17) により、 φ_0 および Φ_0 に関する適当な数表を利用すれば、先に求めておいた X_0 、 c から $\bar{\lambda}$ の値を算出するのである。

以上のごとく、 X_0 、 c の 2 常数を始めに推定しさえすれば、ここに式 (10)、従つて式 (13) の分布が定まつたことになり、 λ に関する λ_0 、 λ_m 、 $\bar{\lambda}$ の代表値を定めることができるが、本法の利点として、任意の非超過確率に必ずべき λ をも容易に求めることができるのである。すなわち、この場合の非超過確率 S を表わすような累加函数は、対数正規型分布の常として次式で表わされる。

$$\begin{aligned} S &= \int_0^\lambda f(\lambda) d\lambda = \int_0^X f(X) dX = \int_{-\infty}^{\xi} \frac{1}{2} \varphi_0(\xi) d\xi \\ &= \frac{1}{2} [1 + \Phi_0(\xi)] \dots \dots \dots (18) \end{aligned}$$

従つて、式 (18) の右辺の値と ξ 値との関係は、正規分布に関する Probit 表などとして普通の統計書に与えられているから、任意の S を与えた場合、これに必ずべき λ は、 ξ 、 X 、 θ を中介として簡単に求まるし、またこの逆の推定も可能となる。

4. 簡易推定法

前節に述べたごとく、 θ に関する標本上の積率 M_1 、 M_2 から X_0 、 c (または σ) を求めるような図表は現在われわれが作成しつつあるが、この表が完成されないかぎりこうした推定は困難で、また式 (17) 中の交項級数の収斂速度が遅いため $\bar{\lambda}$ の計算も非常に面倒となる。従つてここに実用的見地から上の方法を簡易化してみたが、その推定の原理と手順とを述べると次のようになる。

(1) 2 常数 X_0 および σ の推定⁶⁾ : 式 (10) が示すとおり、採用した分布においては $\log X$ が正規分布、すなわち X が対数正規分布に従うことから、この分布の X についての累加函数、式 (18) が対数確率紙上では理論上 1 本の累加直線として示されるといふ性質を利用し、 θ についての標本積率 M_1 、 M_2 は利用しない。まずおのおの $\theta = x/5$ 、($x=0, 1, \dots, 5$)

に応じて式 (10) から $X = \theta/(1-\theta)$ を求めておき、次に試験成績から各 x に応ずる標本上の組数割合 P_x を用い、

$$S = \left(\sum_{x=0}^x P_x \right) - P_x/2 \dots \dots \dots (19)$$

で標本上の非超過確率を求め、これを X と組合せてプロットの可能なものは全部対数確率紙上にとつてみると、これらの諸点はほぼ一直線として配列されるはずである。従つてこの標本諸点を平分するような直線を目分量で引けば、ここに分布が推定されたことになり、この直線上で $S=50\%$ 、 84.13% (または 15.87%) に相当する X_{50} 、 $X_{84.13}$ (または $X_{15.87}$) を求めると、次式で 2 常数が定まる。

$$\begin{aligned} X_0 &= X_{50}, \quad \sigma = \log(X_{84.13}/X_{50}) = \log(X_{50}/X_{15.87}), \\ c &= 1/(\sqrt{2}\sigma) \dots \dots \dots (20) \end{aligned}$$

ここに、 σ は $\log X$ についての標準偏差を意味するが、実際計算に当つては常数 c の代りにこれを用いる方が便利である。

こうした図上推定に際し、1 組のハコウ管数を一定、たとえば 5 本とするかぎり、標本点をプロットするための X の各位置は対数確率紙上で一定となる。また任意の X に対する λ の関係をただちに読みとるために、対数確率紙上の X -尺に添えて、式 (12) の関係から算出した λ -副尺を、またさらに必要に応じては θ -副尺を加えて記入しておけば便利である。

(2) 中央値 λ_0 : 上のように求めた X_0 に対し、対数確率紙上の λ -副尺の読みをとればただちに λ_0 が求まる。

(3) 最頻値 λ_m : 前項 (1) で求めた X_0 と σ から X_m を図-1 で求め、これを対数確率紙の X -尺上にとり、これに相当する読みを λ -副尺上にとつて λ_m とする。

(4) 平均値 $\bar{\lambda}$ の近似計算 : 式 (20) で定めた X_0 、 c を用いて式 (17) を計算すればよいが、こうした手数をはぶくために次の近似法を提案する。ここに取扱つている λ は 0 から $+\infty$ に変動しているから、一般にこうした変量に対して有効な $(0 \rightarrow +\infty)$ 型対数正規分布をもつて λ の分布とし、式 (13) に従うべき本来の λ の分布の代りに用いても実用上はさしつかえないと思われる。こうした λ についての $(0 \rightarrow +\infty)$ 型対数正規分布では、一般に次の関係が成立する。

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\lambda_0^3/\lambda_m} \dots \dots \dots (21)$$

従つて前 2 項で求めた λ_0 、 λ_m を上式に入れると $\bar{\lambda}$ が近似的に求まるわけである。

(5) λ と非超過確率 S との一般関係 : すでに画かれた対数確率紙上の推定直線から、 λ -副尺と S -尺

とを用い λ と S との一般関係がわかる。

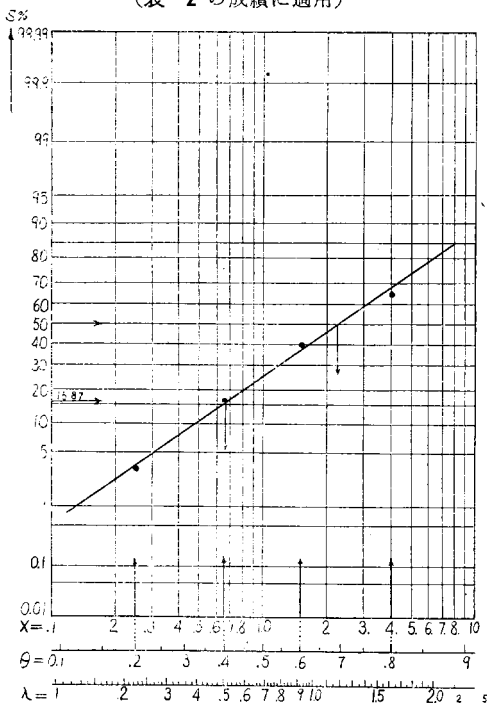
5. 計算例

前節で述べた簡易推定法を、わが国の某下水処理場における 31 日間の放流水検査成績について適用してみる。

(1) 本例で接種した検水量 k は $(1 \times 10^{-4} \text{cc})$ であり、本法は式 (1) で $k=1$ とした式 (1)' を基本としてから、以下では λ をすべて $(1 \times 10^{-4} \text{cc})$ 当りの MPN と考えて計算を進める。いま試験成績を整理すれば表-2 のようになり、その X, S についてプロットの可能な 4 個の標本点を対数確率紙上にとり、これらの平分線を目分量で画くと図-2 のように表-2 某下水処理場放流水の大腸菌群試験成績 (31 日間連続) ($k=1 \times 10^{-4} \text{cc}$ のハッコウ管 5 本 1 組)

5 本中陽性管数 x	陽性管数が x となつた組数 a_x	標本上の組数割合 $P_x = a_x / \sum_{x=0}^5 a_x$	標本上非超過百分率を示す累加百分率 $S(\%) = \left(\frac{\sum_{x=0}^x P_x}{\sum_{x=0}^5 P_x} \right) \times 100$	$\theta = x/5$ から求めた媒変量 $X = \theta / (1 - \theta)$
0	0	0	0	0
1	2	0.0645	3.225	0.26
2	6	0.1935	16.125	0.66
3	8	0.2581	38.705	1.5
4	8	0.2581	64.515	4.0
5	7	0.2258	88.810	∞
$\sum_{x=0}^5 a_x = 31$		$\sum_{x=0}^5 P_x = 1.0000$		

図-2 対数確率紙による簡易推定法の一例 (表-2 の成績に適用)



なる。この直線から $X_{50}=2.30, X_{15.87}=0.67$ が求まり、式(20) から、 $X_0=2.30, \sigma=0.535$

(2) 図-2 の λ -副尺で X_0 に対する読みをとれば $\lambda_0=1.18$

(3) 上で求めた X_0, σ を用い図-1 より、 $X_m=1.15$, この X_m を図-2 の λ -副尺で読み、 $\lambda_m=0.77$

(4) 上で求めた λ_0, λ_m を式 (21) に用い、 $\bar{\lambda}=1.47$

(5) たとえば λ_{95} を求めるには、図上直線 $S=95\%$ とする点の λ -副尺上の読みをとり、 $\lambda_{95}=2.94$ (図-2 では省略)

(6) 以上求めた各 λ の値はいずれも $k=1 \times 10^{-4} \text{cc}$ 当りの MPN であつて、1 cc 当りで考える場合はいずれも 10^4 倍とせねばならない。

なお表-2 の成績表は、表-3 に示すような 4 段階の稀積率を用いた結果のうち、 $k=1 \times 10^{-4} \text{cc}$ の稀積率に対する成績のみをとり出して整理したものである。表-3 中の他の稀積率におけるように、陽性管数 x が 5 本、あるいは 0 本となつた組の数がいちじるしく多い場合には、こうした推定法による結果の信頼度

表-3 大腸菌群試験成績 (表-2 の原表)

番号	検水量 k (cc)				MPN/1 cc
	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	
1	5	2	0	0	4 900
2	5	4	0	0	13 000
3	5	4	0	0	13 000
4	5	2	0	1	7 000
5	5	1	1	0	4 600
6	5	2	0	0	7 000
7	5	5	1	0	33 000
8	5	3	2	0	14 000
9	5	2	1	0	7 000
10	5	3	1	0	11 000
11	5	2	0	0	4 900
12	5	5	2	0	49 000
13	4	3	0	1	3 300
14	5	5	2	0	49 000
15	5	3	1	0	11 000
16	5	5	2	0	49 000
17	5	4	0	0	13 000
18	5	3	0	0	7 900
19	5	5	1	0	33 000
20	5	2	1	0	7 000
21	5	4	2	0	22 000
22	5	3	3	0	18 000
23	5	4	0	0	13 000
24	5	5	0	0	24 000
25	5	4	2	0	22 000
26	4	4	1	0	4 000
27	5	5	1	0	33 000
28	5	4	0	0	13 000
29	5	1	0	0	3 300
30	5	3	0	0	7 900
31	5	3	1	0	11 000

表—4 各推定法による MPN の各種代表値の比較
(単位 0.01 cc)

	λ , 平均値	λ_m , 最頻値	λ_0 , 中央値	λ_{95}
新推定法	147.0	77.0	118.0	294.0
Thomas 法	123.4	—	—	211.0
3 段階の稀釈率に対する MPN の算術平均法	146.06	—	—	—

はきわめて不良となることを付記したい。また参考までに、以上の推定結果を、やはり本例について第 2 節で述べた Thomas 法を適用した結果とともに一覧とすれば、表—4 のようになる。この表中最下行に示した値は、表—3 中の各番号ごとに 3 段階の稀釈率を適当に選び、これらについて MPN 表²⁾より求めた値を合計し、総数 31 で割った平均値である。

6. 結 語

(1) Thomas 法は、MPN 集団の平均値や 95% 非超過確率値しか推定できず、計算も面倒であるのにくらべ、われわれの方法では、MPN 集団の分布全体を推定し、従つて平均値のみならず中央値、最頻値などの代表値、その他任意の非超過確率値を求めることができる。元来個々の MPN は最頻値の性格を持つているから、その集団についての定性的代表値としても最頻値を用いるべきであり、これを求めうる点に本法の利点がある。また慣用の対数正規分布を活用したために、推定に当つて特殊な数表を用意する必要はなく、信頼度をしらべるのも容易である。(2) さらにこの特性を利用し、一般に市販されている対数確率紙で半図式的に分布、従つて各種代表値を推定し、また付記した副尺によつてただちに任意非超過確率と MPN との関係を読み取るような簡易推定法を提案したが、多数の実例について適用した結果、紙上の標本点はほとんど直線的に配置されたから、本法における

仮定の妥当性と、この簡易法の実用性とが同時に立証されたことになつた。平均値の近似推定に当つて特に用いた $(0 \rightarrow \infty)$ 型対数正規分布については、Thomas は一般細菌試験成績よりみてその適合性が悪いと述べているが³⁾、こうした一例をもつて大腸菌群の場合を律するのは早急であると思う。(3) 各種の上、下水処理、特に塩素滅菌、の効率を調べ、さらに疫学統計と照し合わせて水質上の安全度を判定し、さかのぼつては現行各水質の MPN 標準を根本的に再検討するような場合に、本論の成果は今後大いに利用できると思われる。

最後に、本研究推進に当り、文部省および厚生省の研究費より援助を受けたことを付記する。

参 考 文 献

- 1) Prescott, Winslow, McCrady : Water Bacteriology, 6th, Ed., pp. 131-141.
- 2) J.K. Hoskins : Most Probable Number for Evaluation of Coli-Aerogenes (Tests by Fermentation Tube Method, Reprint No. 1621, U.S. Public Health Repts., 49, 1940, pp. 393-405.
- 3) H.A. Thomas, Jr. : On Averaging Results of Coliform Tests, Jour., Boston Soc., Civ. Eng., Vol 39, No. 3, July 1952, pp. 253-270. (抄録, 本誌, 38 巻, 12 号, 昭.28, 12 月, pp. 546-7)
- 4) 水道協会 : 飲料水の判定標準とその試験方法, 昭.25, p.4.
- 5) 岩井重久 : Slade 型分布の非対称性の吟味及び 2, 3 の新解法, 土木学会論文集, 4 号, 昭.24. 6 月, pp. 84-104.
- 6) 岩井重久 : 濾過砂粒度の統計的解析とその濾過理論への応用, 1~4, 水道協会雑誌, 203, 204, 242, 243 号; 昭.26, 9, 10 月, 昭.29, 12 月, 昭.30, 1 月; pp. 24-34, 12-24, 9-15, 13-19 (昭.30.4.26)

箱桁の断面変形について

准員 小松定夫*

DEFORMATION OF THE CROSS-SECTION IN BOX GIRDER.

(JSCE Nov. 1955)

Sadao Komatsu C.E. Assoc. Member

Synopsis An approximate solution is obtained for the deformation of the cross-section in box girder subjected to a pure bending moment. Here it is assumed that the box girder is reinforced with equispaced rigid diaphragms. In order to evaluate the decrement of flexural rigidity due to distortion, some numerical results are given for the typical cross-sections having practical dimensions.

* 大阪市立大学講師, 理工学部橋梁工学研究室