

報 文

直交異方性板理論の連続桁橋構造解析への 適用に関する研究

正 員 米 沢 博*

A STUDY ON THE APPLICATION OF THE THEORY OF ORTHOTROPIC PLATE TO THE ANALYSIS OF CONTINUOUS GIRDER BRIDGE.

(JSCE Nov. 1955)

Hiroshi Yonezawa, C.E. Member

Synopsis The calculation basing on the theory of continuous beam has been used as the conventional method of calculation of continuous girder bridge. Since in this conventional method the assignment of load on each girder is neglected entirely, the method is irrational from the view of experimental studies of simple girder bridge.

In this paper, as the rational method of calculating continuous girder bridge, the application of the theory of orthotropic plate is mentioned and the results of application are compared with experimental results on the model bridge. The three span continuous girder bridge whose span ratio 5 : 6 : 5 and $D_x/D_y=4$ 169, is analyzed with and the state of assignment of load on each girder is calculated and compared the results of conventional calculation.

The results of calculation of support bending moment is as follows :

(a) Case of uniformly distributed load. For $D_x/D_y=4$ the results of orthotropic plate is smaller than the results of conventional calculation, and for $D_x/D_y=169$ the results is reverse to the case of $D_x/D_y=4$.

(b) Case of concentrated load. (i) Considerably large bending moment occurs at the support of unloaded girder. (ii) The position of maximum bending moment at support differs considerably from the results of conventional calculation.

1. 緒 論

著者は直交異方性板理論の単純桁橋構造解析への適用に関する研究を行ってきたが¹⁾, これらの結果をそのまま連続桁橋構造へ適用することは, 連続桁橋の構造上の特長を考えると不可能である。一方, 連続桁橋構造に対する従来の慣用設計計算法は, 連続バリの理論をそのまま用いており, 載荷桁以外の桁の荷重分担作用が全く考慮されておらない。このことは, 京大成岡教授や著者が従来行ってきた単純桁橋構造に対する研究などから考えて, 合理的な計算法ではないと思う。これに対して, 連続桁橋構造の計算に, 各桁の荷重分担作用が理論的に導入された合理的な計算法の必要が痛感される。

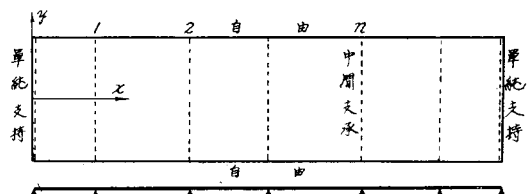
ここでは, 直交異方性板理論を連続桁橋構造の解析に適用する方法について述べ, 連続桁の各中間支点反力, 支点およびスパン曲げモーメントなどについて, 理論的な計算を行い, 慣用計算結果との相違を明らかにし, さらに実験結果とを比較した。なおドイツの

Kurpfalz 橋は側スパン 56.1 m, 中央スパン 74.8 m, 幅員 28.0 m の 3 スパン連続桁橋であつて, 設計計算に直交異方性板理論を用いたように述べてあるが²⁾, その説明から判断すると, 著者がここで述べようとしているような, 直交異方性連続板としての理論的計算は, 行っていないようである。

2. 一方向に連続な直交異方性板の解法

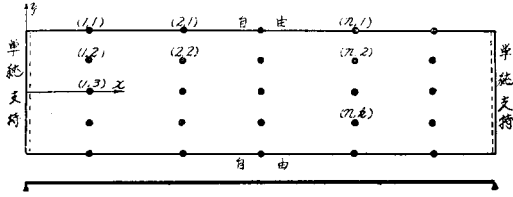
図-1 は, 相対する 2 辺が自由で, 他の 2 辺で単純支持され, かつ自由辺に直角な中間支承で支持された, x 方向のみ連続な直交異方性板を示す。このような連続板の厳密解をうることは, 等方性板と異方性板と

図-1 一方向に連続な直交異方性矩形板



*山口大学助教授, 工学部土木工学教室

図-2 静定基本系



を問わず、困難である。従つて、ここでは、連続桁橋構造の特長をできるだけ満足する解法について考える。すなわち連続板に対しても、中間支点の反力を不静定力とする、連続バリの静定基本系による解法と同様にして、解析をする。すなわち図-2のように、中間支承を除いた、相対する2辺が自由で、他の2辺が、単純支持の矩形板を、静定基本系とする。取り除いた中間支承上に適当な数だけ点を定め、それらの点に、次のように番号をつける。すなわち第 n 支承上の第 k 番目の点を (n, k) とし、各点の実際の載荷荷重による反力を $R(n, k)$ とする。実際の載荷荷重による点 (n, k) のタワミを $W(n, k)$ 、未知反力 $R(n, k)$ による点 (n, k) のタワミを $w_{R(n, k)}$ とすると、点 (n, k) のタワミ 0 のとき、次式が成り立つ。

$$w_{R(1,1)} + w_{R(1,2)} + \dots + w_{R(2,1)} + \dots + w_{R(n,k)} + \dots + w_{R(n,k)} + \dots + W(n, k) = 0$$

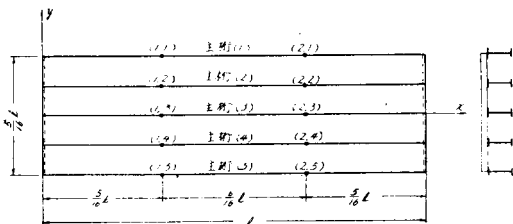
上式において、 $W(n, k)$ は既知であり、 $w_{R(n, k)}$ は $R(n, k)$ に常数がかかつたもので表わされる。すなわち、この式の中には、一般に点 (n, k) の数だけの未知数が含まれる。各点について、このような方程式をたて、これを解いて、未知反力 $R(n, k)$ が決定される。

支点曲げモーメント、スパン曲げモーメントおよびタワミなどは、静定基本系の載荷荷重並びに上のようにして決定した反力による曲げモーメント、あるいはタワミの総和として、求められる。

3. 連続桁橋構造の解析への適用

図-3 のような3スパン連続桁橋について考えよう。桁は各スパンを通じて等断面とする。図のように5本桁とし、さらに両耳桁(1), (5)より外側の片持

図-3 スパン連続桁橋

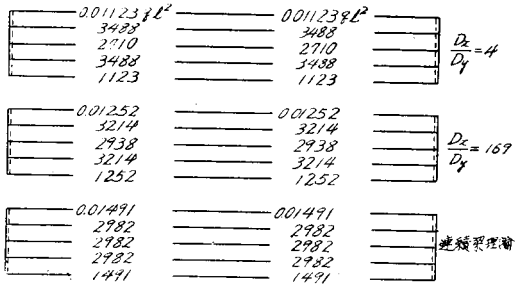


床板の部分は無視することにする。

ここでは、 $D_x/D_y=4$ および 169 の 2 つの場合について、 $H^2=D_x \cdot D_y, \nu=0$ として、2. で述べた解法に従つて計算を行う。 $D_x/D_y=169$ は、主桁並列形式の橋梁の一例を、 $D_x/D_y=4$ は、荷重分布用横桁の挿入により格子構造に近くなつた場合の一例をあらわす。

a) 等分布荷重満載の場合 橋面全体に単位面積あたり q の等分布荷重を載せた場合の、各支点の反力は図-4 のようになる。図には連続バリ理論による結果ものせてあるが、直交異方性板理論による結果は、慣用計算法による結果と相当な相違がある。

図-4 等分布荷重満載時の中間支点反力



つぎに、これらの反力を用いて、曲げモーメントの計算を行う。この場合、反力を点集中荷重として計算することは、非常に困難であるから、反力の適当な分布を考え、主桁=方向 (x 方向) には $1/100$ 、床板のスパン方向 (y 方向) には桁間隔の矩形の面積に等分布すると考える。

以上の方法並びに慣用計算法による主桁方向の曲げモーメント図を、各桁の位置について求めたものを図-5 に示す。 $D_x/D_y=4$ の場合には、直交異方性板理論による結果は、慣用計算法による値よりも小さくなる。これに対して、 $D_x/D_y=169$ の場合には、慣用計算法による値よりも大きくなる。 D_x/D_y が大きくなると、支点曲げモーメントが非常に大きくなることは、注意すべきことである。

すなわち連続桁橋構造においては、荷重分布横桁などの挿入により、 D_x/D_y をできるだけ小さくし、荷重分配のよく行われる構造にすることが望ましく、この連続格子構造にするのが好ましいと考えられる。

また単純桁橋構造では、 $\nu=0$ とすると、満載等分布荷重に対しては、直交異方性板理論によつても、慣用計算法によつても、同一結果となり、各桁の曲げモーメントは、 D_x/D_y の値に関係なく、すべて等しくなる。これに対して、連続桁橋構造では、直交異方性板理論による結果と、慣用計算法による結果が異なるの

図-5 等分布荷重満載時の曲げモーメント図
(単位 ql^2)

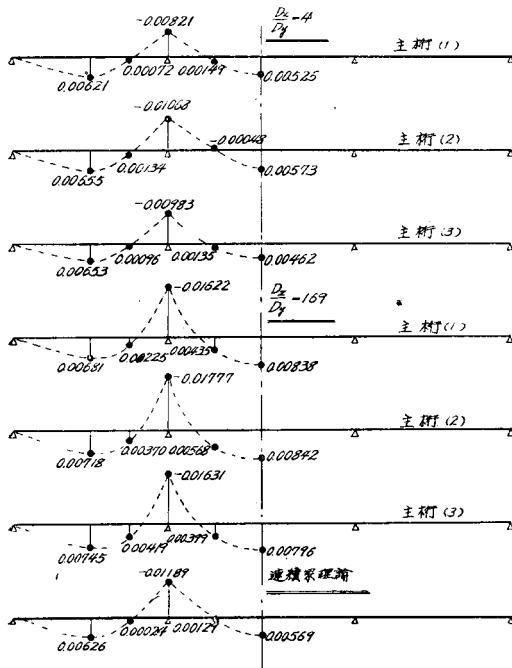


図-6 中間支点における反力の分配状態の一例

荷重位置 側スパンの 長さ	$D_x/D_y = 4$	
	$P=1$	
	-0.02077	-0.01504
	0.19404	-0.02101
	0.33839	-0.05047
	0.19404	-0.02101
	-0.02077	-0.01504
同上	$D_x/D_y = 169$	
	$P=1$	
	-0.01093	-0.00132
	0.05413	0.00214
	0.61344	-0.13811
	0.05413	0.00214
	-0.01093	-0.00132
同上	連続梁理論	
	$P=1$	
	0	0
	0.68424	-0.12277
	0	0
	0	0
荷重位置 中央スパンの 長さ	$D_x/D_y = 4$	
	$P=1$	
	-0.01847	-0.01847
	0.18173	0.18173
	0.27019	0.27019
	0.18173	0.18173
	-0.01847	-0.01847
同上	$D_x/D_y = 169$	
	$P=1$	
	-0.01493	-0.01493
	0.07886	0.07886
	0.46544	0.46544
	0.07886	0.07886
	-0.01493	-0.01493
同上	連続梁理論	
	$P=1$	
	0	0
	0.59643	0.59643
	0	0
	0	0

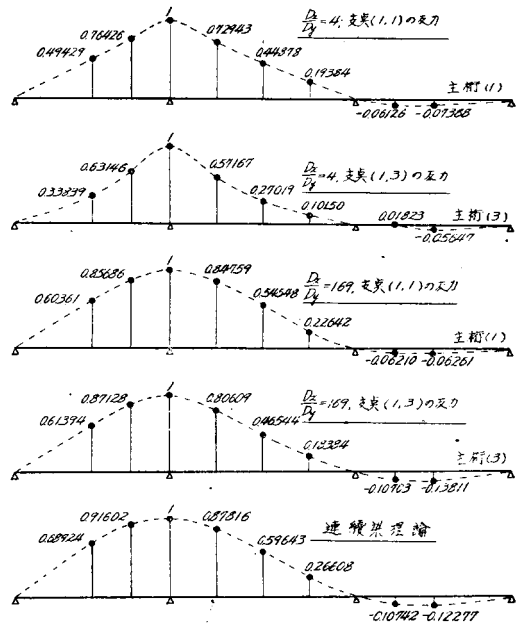
みでなく、 D_x/D_y の値により、あるいはまた各桁によつて、それぞれ曲げモーメントが異なることも、その特長の一つである。

b) 集中荷重が載つた場合 つぎに、集中荷重に対する各桁の支点の荷重分担状態を知るために、種々の

荷重位置に対して、各支点の反力、並びに反力の影響線を求めた。これらをすべて述べることを略して、中間支点における反力の一例を図-6に、支点反力の影響線の一例を図-7に示す。いずれも、慣用計算法による値を参考のために記入してある。

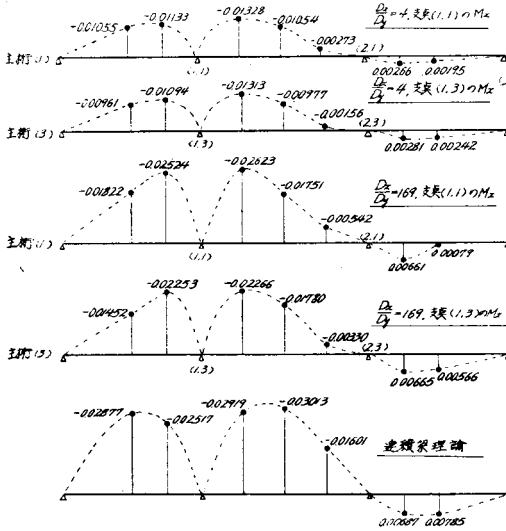
慣用計算法では、載荷桁以外の桁では反力が0になるのに対して、直交異方性板理論によると、すべての桁に反力が生じ、これが実情に近いものと考えられる。すなわち、 $D_x/D_y = 4$ の場合では載荷桁の中間支点反力の約 60~30% が、載荷桁の隣接桁に分配され、 $D_x/D_y = 169$ の場合は、約 10~20% 程度分配されている。その他いづれの場合についても、載荷桁の反力は、直交異方性理論による結果が、慣用計算法による値よりも小さい。これは各桁が荷重を分担するため、 $D_x/D_y = 4$ のように D_x/D_y が小さいほど、この作用がいちじるしく、 D_x/D_y が大きくなるに従つて、連続梁理論の値に近づく。このことは、単純桁橋構造の場合³⁾と同様である。

図-7 中間支点反力の影響線の一例



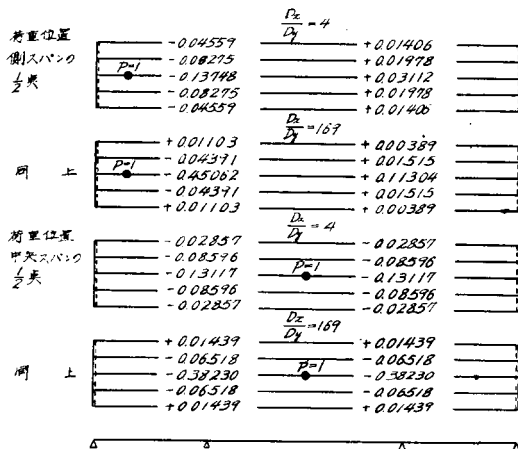
つぎに支点曲げモーメントの計算結果について述べる。まず支点の位置における主桁方向の単位幅あたりの曲げモーメント (m_x) を、種々の荷重位置に対して求めた一例を、図-8に示す。図よりわかるように、載荷桁以外の桁に相当大きな曲げモーメントを生ずる。これらの値を用いると、各荷重位置に対して、支点上の曲げモーメント図が求められ、この曲げモーメント図を桁間隔にわたつて積分すると、1本の桁あた

図-8 中間支点曲げモーメントの分配状態の一例



りの曲げモーメント (M_x) をうる。このようにして求めた、主桁 (1) 並びに (3) の桁 1 本あたりの支点曲げモーメントの影響線、および連続バリの理論による支点曲げモーメントの影響線を図-9 に示す。直交異方性板理論による結果は、いずれの場合も、慣用計算法による値よりも小さく、特に $D_x/D_y=4$ の場合には、最大支点曲げモーメントの値が、慣用計算法による値の約 45% 程度になる。 D_x/D_y が大きくなると、慣用計算法による値に近づくが、 $D_x/D_y=169$ の場合でも、なお、慣用計算法による値の約 85% 程度である。

図-9 中間支点曲げモーメントの影響の一例 (単位 l)

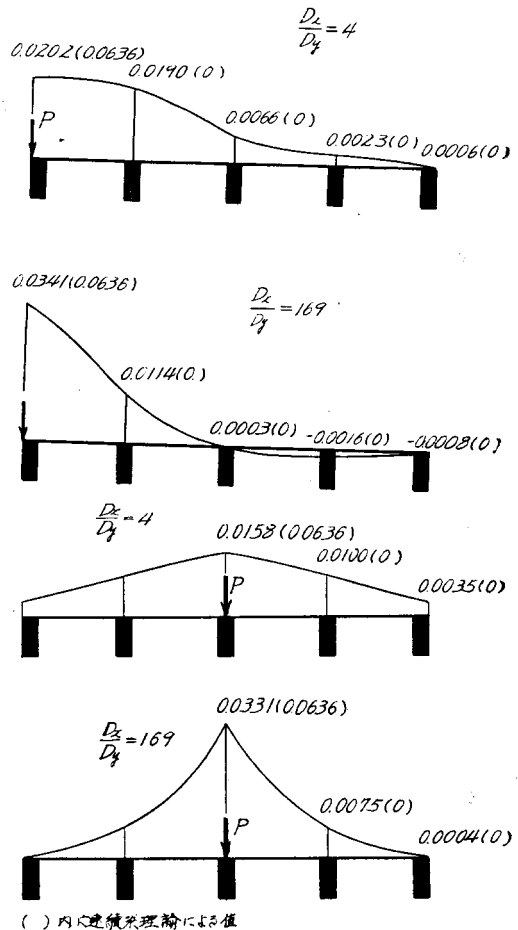


また影響線の形自身が連続バリの影響線と相当異なり、特に最大支点曲げモーメントを生ずる荷重位置が、中央スパンにおいては、連続バリの理論では、中央スパンの $5/12l$ 点付近であるのに対して、直交異方性板

理論によると、相当支点到近よつて、およそ $3/12l$ 点付近になっている。また側スパンにおいては、連続バリの理論では側スパンのほぼ $1/2l$ 点付近であるのに対して、直交異方性板理論によると $1/5l$ 点付近となつて、中央スパン、側スパンともに、最大支点曲げモーメントを生ずる荷重位置が、支点到非常に近よつてゐる。

つぎに中央スパンの $1/2$ 点に荷重 ($P=2cq$, $c/l=0.05$) した場合の、スパン中央断面の曲げモーメントの値を、耳桁 (1) および中央桁 (3) につき計算したものを図-10 に示す。図にて l は連続桁の総スパンである。いずれも荷重桁については、慣用計算法による値の 50% から 25% 程度の小さな値になつており、荷重桁以外の桁も相当量の曲げモーメントを分担することがわかる。この図と図-9 を用いて、支点曲げモーメントとスパン中央の曲げモーメントの比較を行つてみる。中央スパンと側スパンの一方に同時に荷重した場合の、最大支点曲げモーメントと、中央スパンの

図-10 スパン曲げモーメント (単位 Pl)

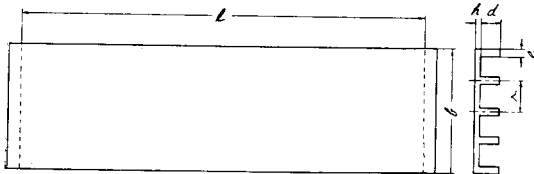


1/2 点に载荷した最大スパン曲げモーメントの比を求めると、直交異方性板理論では大体 1.5 になり、慣用計算法では 1 になる。すなわち、等断面 3 スパン連続桁橋において、連続バリ理論から適当とされているスパン割り 5 : 6 : 5 よりも、中央スパンの比をさらに大きくした 5 : 8 : 5 の程度の方がこのまじいと考えられる。

4. 実験結果との比較

以上の結果の適否を検討するため、鋳鉄製の連続橋模型による载荷試験を行った。模型の寸法を 図-11 に示す。図で模型①は $D_x/D_y=169$ に、模型②は $D_x/D_y=4$ の場合に該当する。これらの模型を支点がタワまないように、上下より円筒面で支持し、中央スパンの 1/2 点の耳桁および中央桁上に载荷 (①に対しては $P=600$ kg, ②に対しては $P=200$ kg) して、中央スパン 1/2 点および支点上で、载荷桁の応力を測定した。ヒズミ計の接着箇所を 図-12 に、载荷装置を 写真

図-11 模型の寸法



	模型①	模型②
l cm	54.4	35.2
l	17	11
h	4	2.5
d	2.5	0.45
e	1	1
h	0.4	0.5

図-12

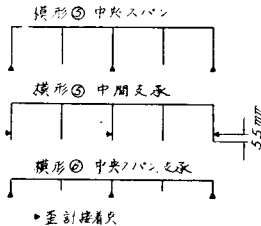


写真-1 载荷装置



表-1 測定値との比較

			測定値	慣用計算法	直交異方性板理論
耳 桁	模型①	支 点	215	387	225
		スパン	666	1 222	655
	模型②	支 点	494	1 230	430
		スパン	833	2 600	826
中 央 桁	模型①	支 点	170	371	219
		スパン	550	1 120	583
	模型②	支 点	210	688	223
		スパン	415	1 457	362

単位: kg/cm²

-1 に示す。

測定応力並びに直交異方性板理論、連続バリ理論による計算応力を表-1 に示す。連続バリ理論による応力がいずれも非常に過大なものであるのに対して、測定値と直交異方性板理論による値は好ましい一致を示している。模型の寸法や装置の関係で、中央スパン1/2点の载荷試験以外は行えなかつたが、単純桁橋に関する多くの载荷試験結果から判断しても、他の点についても同様な結果が得られるものと思う。

5. 結 言

連続桁橋構造に対し、桁相互の荷重分担作用を理論的に計算できる方法として、直交異方性板理論の適用を試みた結果、慣用計算法である連続バリ理論による計算結果と顕著な相違を示した。すなわち、直交異方性板理論による計算結果は、支点曲げモーメント、スパン曲げモーメントともに载荷桁以外の桁も相当量を分担するのに対し、各桁の荷重分担作用を無視した慣用計算法による計算結果は、载荷桁において非常に過大な曲げモーメントを与える。また最大支点曲げモーメントを与える荷重位置などについても、連続バリ理論により従来から考えられていたのとは相当異なる結果を得た。また直交異方性板理論による結果を検討するため、連続桁橋模型に対して载荷試験を行ったが、その結果からも直交異方性板理論による計算は適当なものであることを確かめ得た。

これらの理論的並びに実験的研究は、連続桁橋構造の計算に對しても、各桁の荷重分担を考慮した合理的計算の必要なこと、およびその計算法として直交異方性板理論がすぐれた計算法の一つであることを示すものと思う。またここで採用した桁数、スパン割り、断面以外の連続桁橋構造に對しても、同様に適用できるものであり、かつ定性的には同一の傾向を示すものと考えられる。

最後に終始御指導をいただいた京都大学 小西教授、同成岡教授に深謝し、また実験を手伝って頂いた山口大学学生 原、松浦、山根、渡辺の諸君に謝意を表する次第である。

参考文献

- 1) 米沢：土木学会誌第 39 卷第 1 号 (昭 29), p. 38, 第 39 卷第 10 号 (昭 29), p. 509, 第 40 卷第 2 号 (昭 30), p. 59, 第 40 卷第 10 号 (昭 30), p. 7.
- 2) 成岡・米沢：土木学会誌第 40 卷第 5 号 (昭 30), p. 214.
- 3) R. Mayer : Stahlbau 21 (1952), Heft 6, 7 und 8.
- 4) 1) 参照

(昭.30.4.12)

表面振動による砂質土の締固めについて

正員 工学博士 村山 朔 郎*
 准員 谷本 喜 一**
 准員 松野 三 朗***

ON THE COMPACTION OF SANDY SOIL BY THE SURFACE VIBRATION

(JSCE Nov. 1955)

Dr. Eng., Sakurō Murayama, C.E. Member, Kiichi Tanimoto, C.E.

Assoc. Member and Saburō Matsuno, C.E. Assoc. Member

Synopsis In this paper, effects of vibrating compaction have been studied, applying the vibrating load on the surface of sandy soil. In order to attain the above purpose, we have measured dry density, settlement, acceleration and the distribution of earth pressure inside the soil, using a two-mass type vibrator, which generates a vertical vibration. In this experiment, the vibrating force was kept nearly constant and only the frequency was changed.

As the result, it becomes clear that the compacting effect and its distribution have conspicuous frequency characteristics, and they are rather influenced by the acceleration than by the intensity of earth pressure in the soil.

要旨 砂質土の表面に振動荷重を適用して、振動締固めの効果を研究した。そのため、上下方向の振動力を出す two-mass 型振動機を用い、振動力をほぼ一定にして振動数のみを変化させたときの、土の乾燥密度、沈下量、加速度、土圧の土中分布を測定した。それらの測定結果によれば、締固め効果及びその分布には顕著な振動数特性が存在し、それは土中の振動土圧強度よりもむしろ振動加速度に影響されることが明らかになった。

1. 緒言

土の安定工法の一つとして締固め工法は広く用いられているが、その一種である締固めに振動荷重を用いるいわゆる振動転圧工法はわが国では実例が少なく、その研究もまだとぼしい現状である。振動転圧はローラ転圧にくらべて効果が大きい、振動の効果を高めるには土質に応じていかなる振動荷重を加えればよいかということなどには、なお、今後問題が残されているようである。

本文はそれらの問題を調べるために砂質土について行つた若干の実験的研究について述べたものであつ

て、用いた振動機は振動力が小さかつたので締固めと称するにはややふさわしくないかも知れないが、求められた強制振動数と沈下量あるいは乾燥密度との関係を見ると、締固めには顕著な振動数特性が存在すること、および締固め効果が振動土圧強度よりもむしろ振動振幅あるいは加速度に影響されることが明らかになった。これは著者らが別に行つた粒体の振動性状に関する実験結果¹⁾からも推定されるところで、この点は振動締固め機構の解明に興味がある。

2. 試験用試料土

試料土は当教室校庭の土を適当に混合したもので、図-1 のような粒度組成をもつ砂質土であつて、試験時の自然含水比は 13.9~16.5% であつた。図-2 はこの土の突き固め試験結果であるが、JIS A 1210 の標準突き固め試験とあわせて、標準突き固め勢力よりも小さい勢力をもつ 3 種の突き固め試験についての結果も示した。すなわち、(1) 標準突き固め試験、(2) 標準突き固め錘 落下高 5 cm, 打撃回数 15 回のもの、(3) 0.6 kg 重錘 落下高 10 cm, 打撃回数 20 回のもの、(4) (3) の錘 落下高 5 cm, 打撃回数 8 回のもの 4 種の試験結果である。これら微弱な突き固め試験を実施したのは、あとで述べるように振動機の

*京都大学教授 **京都大学講師 ***京都大学大学院学生、いずれも工学部土木工学教室