

管内における浮游流砂の流砂量について

正員 小川 元*

ENGINEERING CALCULATION OF SUSPENDED SEDIMENT IN A PIPE.

(JSCE Sept. 1955)

Hazime Ogawa, C.E. Member

Synopsis In this paper a method for making the necessary calculations of the total amount of sediment transported in suspension in a pipe is presented. Some consideration about the method was added and checked with a field-data.

要旨 開水路における浮游流砂の分布に関する O'Brien の基礎式を管路に適用して、管路における浮游流砂量を比較的簡単に求める方法を提出したものである。現場実測値と比較した結果は測定誤差の程度でよい一致を示した。

I. 緒言

ポンプ船の排砂管の砂輸送能力に関する室内実験は 1906 年以来、Blatch, O'Brien, Siegfried, Howard 等によつて行われてきた。また輸送効率を高めるために、排砂管に rifle や booster pump をとりつける実験も米国において行われた。しかしこれらは実験結果の提示にとどまっている。最近 Durand¹⁾ は数年間にわたる現場測定の結果を無次元的に整理しているが、これも理論的根拠にとぼしい。

他方開水路においては、O'Brien の砂粒分布に関する基礎式を Kármán-Prandtl の流速分布式と組み合わせることによつて浮游流砂量を求めようとする試みだが、Rouse, Richardson 等によつて行われ、また続いて同基礎式における乱流交換係数 ϵ の性質の究明が Sherwood and Woertz²⁾, Kalinske and Pien³⁾, Vanoni⁴⁾, Brooks and Berggren⁵⁾ 等によつて理論的ならびに実験的にすすめられた。また Lane and Kalinske⁶⁾ は、 ϵ の平均値を用いることによつて開水路における流砂量を実用的精度で計算する方法を提出した。

しかしこれらの研究の 3 次元流あるいは円管に対する進展はまだほとんどない。1951 年 Ismail⁷⁾ は、円管の場合の砂輸送量は複雑で計算しがたいとして、矩形管水路の実験を行った。これは管水路と開水路との中間にあるものとして注目に値する。

筆者は以上の過程にもとづいて円管内の流砂量を求める方法を理論的に考察したのである。

II. 理論式

(1) ϵ_{ave} O'Brien の基礎方程式において $\epsilon =$

const. とすれば同式は次のごとく積分される。

$$\frac{c}{c_a} = e^{-i} \dots \dots \dots (1)$$

$$i = \frac{w}{\epsilon} (y-a)$$

ここに c : 真容積濃度, c_a : 任意点 $y=a$ における濃度, y : 底面より鉛直上方に測つた距離, w : 沈降速度, ϵ : 乱流交換係数で、このうち ϵ は浮游砂の交換係数をとるべきであるが、ここでは運動量交換係数に等しいと考える。ただし Ismail は浮游砂の交換係数 ϵ_s と運動量交換係数 ϵ_m との間に次のごとき関係を認めている。0.10 mm 砂に対して $\epsilon_s = 1.5 \epsilon_m$, 0.16 mm 砂に対して $\epsilon_s = 1.3 \epsilon_m$ 。

しかしながら ϵ は一般には y の函数とされ、二次元流においては次のごとく求められている。

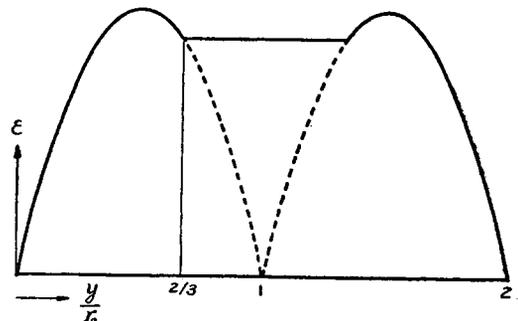
$$\epsilon = \frac{1}{2.5} U_* y \left(1 - \frac{y}{y_m} \right) \dots \dots \dots (2)$$

ただし U_* : 摩擦速度, y_m : 最大流速の点までの垂直距離。いまこの (2) 式が円管の場合にも成立つものとする、 $U_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$, $y_m = r_0$ として (3) 式が得られる。

$$\epsilon = \frac{1}{2.5} \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} y \left(1 - \frac{y}{r_0} \right) \dots \dots \dots (3)$$

(3) 式は管壁及び管中心で 0, $r_0/2$ の点で max. とする二次曲線である。しかるに Ismail はその矩形管

図-1 円管内における ϵ の分布



* 山口大学助教授, 工学部土木工学教室

水路における実験で、 ϵ はその中央部 1/3 においては一定であるとした。その上下各 1/3 で (3) 式に従うものとすればその分布は 図-1 のごとくなる。この形は Brooks and Berggren が ϵ に関するそれまでの研究を総合して求めた曲線ともよく一致している。

一方 Lane and Kalinske は、(2) 式で示される ϵ を用いて浮游砂量を求めることは無意味に複雑であるため、同式を全水深にわたって平均し、その値を (1) 式に代入して濃度分布を求め、これによつて浮游砂量を計算し、実際と比較して、実用上不都合な誤差を与えないことを示している。

以上の方法を円管に適用する。 ϵ は 図-1、すなわち矩形管内の ϵ がそのまま成立つものとする。これは無限に続く上下二平面間に、その高さに等しい直径を持つ円管を挿入した場合を考えることになる。かくして平行二平面間に存在する上向き ϵ の平均値、すなわち 図-1 の平均値をとつて、これを円管内の上向き ϵ の平均値と考え、次のごとく求められた。

$$\epsilon_{ave} = \frac{1}{r_0} \int_0^{r_0} \epsilon dy = \frac{1}{12.7} r_0 U_* \dots \dots \dots (4)$$

(2) 輸送量 Ismail は矩形管内においても、濃度分布が管中央部において (1) 式に従うことを示している。またポンプ船で Howard 等が求めた管内濃度分布はほぼ水平な層をなして下底から上底へ向けて変化している。よつて円管内においても (1) 式が成立つ、換言すれば、開水路中に、その水深に等しい直径を持った円管をおいた場合と等しいと考える。かくして (4) 式を (1) 式に代入して円管内の濃度分布を次のごとく求める。

$$\frac{c}{c_a} = \exp \left\{ -12.7 t \frac{1}{r_0} (y-a) \right\} \dots \dots \dots (5)$$

ここに $t = \frac{w}{U_*}$ w : 沈降速度, y : 管底よりの鉛直距離。

(5) 式と Kármán の流速分布式とを組合せることによつて輸送量を求めることができる。すなわち (5) 式によつて表わされる濃度 c と、流速分布式によつて示される流速 v とをかけ合わせて円管の断面積について積分する。ただしその場合、濃度分布は鉛直座標内で与えられているから、流速分布も同座標内で表わす必要がある。円管中心を原点、鉛直下向きに x 軸、水平に y 軸をとつて、Kármán の流速分布式を変形すると次のごとくなる。

$$\frac{v-V}{\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}} = 5.75 \log \left(1 - \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{r_0} \right) + 3.75$$

無次元化するために次のごとく変形する

$$X = \frac{v}{V} = 1 + \frac{U_*}{V} \{ 5.75 \log(1 - \sqrt{z_1^2 + z_2^2}) + 3.75 \} \dots \dots \dots (6)$$

ここに $z_1 = \frac{x}{r_0}$, $z_2 = \frac{y}{r_0}$

(5), (6) 式を用いて輸送量 M を次のごとく求める。

$$M = \int_{-r_0}^{r_0} \int_{\sqrt{1-z_2^2}}^{\sqrt{1-z_1^2}} X V c_a \exp \left\{ -12.7 t \frac{1}{r_0} (r_0 - x - a) \right\} dx dy = V r_0^2 c_a \exp \left(12.7 t \frac{a}{r_0} \right) P \dots \dots \dots (7)$$

$$P = \int_{-1}^1 \int_{\sqrt{1-z_2^2}}^{\sqrt{1-z_1^2}} X \exp \{ -12.7 t (1 - z_1) \} dz_1 dz_2 \dots \dots \dots (8)$$

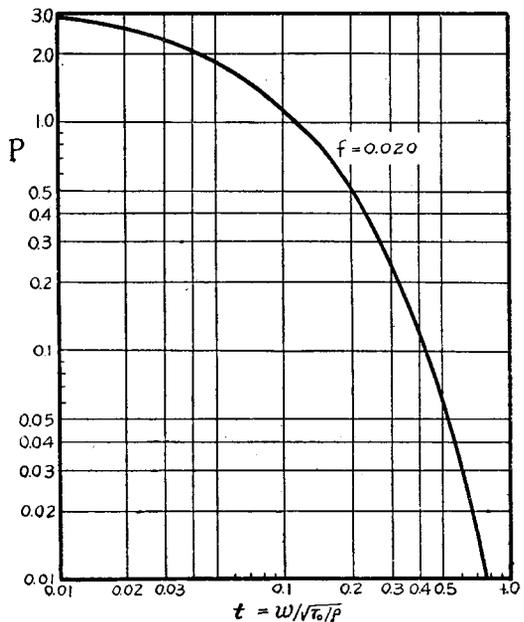
P の積分を行うことは無用に複雑であるので、近似計算によつてその値を求める。ガウスの方法によつてこれを行うと次のごとくなる。

$$P = 1.63 \left(1 + 0.34 \sqrt{\frac{f}{8}} \right) (e^{-18.7t} + e^{-6.7t}) \dots \dots \dots (9)$$

結局 P は $t = \frac{w}{U_*}$ 及び $\frac{U_*}{V} = \sqrt{\frac{f}{8}}$ の函数である。ただし f は円管の摩擦抵抗係数。

よつて f の適当な値に対して t 及び P の図表を画いておけば M の値を求めることができる。 P を図示したものが 図-2 である。通常の f の値の範囲で

図-2 t に対する P の値



は P の値はほとんど変化しない。図-2 は $f=0.020$ の場合である。

(3) c_a について M の値を求める場合、 c_a すなわち基準とすべき任意の点の濃度が必要である。実際にある点の濃度が測定されてあれば問題ないが、円管の場合普通これはない。計算上これを求めようとするとき次の場合が考えられる。

Rouse⁴⁾ は $a=k$ とした。 k は相対粗度である。これにより (1) 式を用いて $c_a=c_k$ を求める。この場合の基準濃度は c_0 とし、 c_0 は測定した濃度の対数グラフから 0 面の濃度として求める。また ϵ は $y=0$ より $y=k$ までの領域で一定値 $\epsilon(k)$ とするものとし、 $\epsilon(k)$ を (3) 式から求める。また Einstein⁵⁾ は砂粒の直径を D として、 $y=0$ より $y=2D$ の区間の輸送量を求めることから c_a を求めた。もし管が滑らかである場合は $\delta=11.6 \frac{\nu}{U_*}$ で表わされる δ をとつて c_δ を用いることが考えられる。

以上のうちここでは c_k をとつた。その場合 c_0 は砂が水中で自然沈澱した場合の空隙を差引いた実質部分の比率をとることとした。そうすると c_a は次のごとくなる。

$$c_a=c_k=c_0 e^{-i} \dots \dots \dots (10)$$

$$i = \frac{w}{\epsilon(k)} k$$

$\epsilon(k)$ は (3) 式において $y=k$ とすれば求められる。ただしこの c_0 のとりかたには多少問題が残る。元來濃度分布の問題は、平衡状態にある移動床を持つた開水路において考えられたものであるから、 c_0 は床面上の砂粒濃度をとるのが正しい。Lane and Kalinske⁶⁾ は実測濃度を半対数紙上にプロットし、これから $y=0$ の点の濃度を求めている。しかしこれでは濃度分布を実測しなければ輸送量が求められないことになる。よつてここでは c_0 を上記のごとく沈澱砂の実容積とした。すなわち管壁の位置に砂が自然沈澱しているものと考えたのである。 δ を考えた場合 c_δ をとることは、実質的に c_k と大差ない。 $2D$ をとることについては、実際のポンプ船がかなり大塊を流していることから問題がある。

(8) 式の P の積分領域については、壁付近の厚さ δ あるいは k の部分を積分領域から除いて、この部分では流速分布が直線であると考えても輸送量には大きな差を生じない。よつて積分領域は管壁から管壁までをとり、 c_a としては c_k を用いる。

c_a は掃流砂量と浮游砂量とを結びつける要素である。この考えかたに従つて研究されたものが Rouse⁴⁾、Einstein⁵⁾ 等の c_a である。これによつて掃流砂量と

浮游砂量とが同時に解決されることが考えられる。ただしそれは移動床の場合であつて管路の場合とは異なる。また計算の実用性をも考慮すべきであり、ここでは (10) 式を用いた。

III. 吟味

(7) 式において M は $t = \frac{w}{U_*}$ 及び f のみの函数である。すなわち輸送量は沈降速度と摩擦速度及び摩擦損失係数のみによつて決定される。

(7) 式の両辺を $\pi r_0^2 V$ で割れば平均濃度が得られる。平均濃度を N とすれば

$$N = c_a \exp\left(12.7 t \frac{a}{r_0}\right) \frac{1}{\pi} P \dots \dots \dots (11)$$

(11) 式が成立つのは $a=k$ 以上の部分についてであつて、 $a=0$ より $a=k$ までの領域では (10) 式の $\epsilon(k)$ が用いられる。ゆえに (10) 式を (11) 式の c_a に代入すると

$$N = c_0 e^{bt} \frac{1}{\pi} P \dots \dots \dots (12)$$

$$b = 12.7 \frac{k}{r_0} - 2.5 \frac{r_0}{r_0 - k}$$

一般に $U_* \rightarrow \infty$ または $w \rightarrow 0$ の場合には濃度分布は一定すなわち $N/c_0=1$ になると考えられる。(12) 式において $N/c_0=1$ の場合をとれば $P/\pi=1$ すなわち P の極限值は π なるべきことが考えられる。(9) 式の与える P の極限值は $P=3.26$ で、 π にはならないが、これは実用の範囲ではさしつかえない。

筆者が先に報告した実験⁷⁾において、限界濃度の存在を示したが、この限界濃度は (12) 式によつて示される。これから c_0 の性質を究明できる。

(7) 式を現場測定に適用した結果については、現在整理中のものもあり、詳細は別の機会にのべたいが、洞海湾において実測した結果については、実測濃度 5.3% に対して計算濃度は 8.5% であつた。これは平均沈降速度のとりかたによつて計算値が異なり、また現場濃度は必ずしも最高濃度ではないことを考えるとよい一致といえる。しかし 2 インチ管による実験値に対してはかなり差があるので、なお研究中である。

IV. 結論

(7) 式は ϵ 及び c_a についていくらかの問題を残している。また流速分布が上下対称であることを前提としているが、実際の管路においては掃流をとまなつており、上下対称とは考えられない。また開水路におけるこれらの研究は、移動床において平衡状態にある場合について立てられたものであるから、円管に適用する場合にはある制限が加わるであろう。またすべての管径、すべての粒径に対して適用するためにはさら

に修正を必要とする。しかしながら最も普通の現場状態に対してかなりよい一致を示しており、円管の砂輸送量の研究に対して一步を進め得たものと信ずる。この研究は京都大学教授石原博士の御指導により、また昭和 28, 29 年度文部省科学試験研究費の補助を得て行つた研究の一部である。ここに記して感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) R. Durand: "Basic relationships of the transportation of solids in pipes.—Experimental research", Proc. Minnesota Internat. Hyd. Convent.
- 2) T.K. Sherwood and B.B. Woertz: "Mass transfer between phases. Role of eddy diffusion", Industrial and Engineering Chemistry, Am. Chem. Soc. Vol. 31, 1939.
- 3) Kalinske and Pien: "Experiments on eddy-diffusion and suspended material transportation in open channels", Trans. Amer. Geophy. Union, 1943.
- 4) Vitto A. Vanoni: "Transportation of suspended sediment by water", Proc. ASCE., June, 1944.
- 5) F.A. Brooks and W. Berggren: "Remarks on turbulent transfer across planes of zero momentum-exchange", Trans. Amer. Geophy. Union, 1944.
- 6) E.W. Lane and A.A. Kalinske: "Engineering calculations of suspended sediment", Trans. Amer. Geophy. Union, 1941.
- 7) Hassan M. Ismail: "Turbulent transfer mechanism and suspended sediment in closed channels", Proc. ASCE., Feb. 1951.
- 8) Vitto A. Vanoni: "A summary of sediment transportation mechanics", Proc. Third Midwestern Conference on Fluid Mechanics.
- 9) Hunter Rouse: Engineering Hydraulics, p. 802.
- 10) 小川 元: "管による砂輸送における管径の影響について", 山口大学工学部学報, 第 4 巻第 1 号, 昭.28 (昭.30.2.21)

プレパクト工法による安治川口防潮堤 復旧工事について

正 員 網 本 克 己*
准 員 福 富 豊*
准 員 松 井 均*

REHABILITATION WORK OF AJIKAWAGUCHI TIDE EMBANKMENT BY PREPACKED CONCRETE WORK METHOD.

(JSCE Sept. 1955)

*Katsumi Amimoto, C.E. Member, Yutaka Fukutomi, C.E. Assoc. Member, and
Hitoshi Matsui, C.E. Assoc. Member*

Synopsis When partial rehabilitation work of the Ajikawaguchi tide embankment, damaged by typhoons, are performed, the main parts are constructed by the Sheetpile concrete method, but the joint part of new and former kodies are constructed by the prepacked concrete method mixed with intrusion aid, with satisfactory results.

1. 防潮堤改築の理由

従来西大阪の地盤沈下にもなう高潮対策として O.P. 3.50 m の防潮堤が設けられていた。しかるに昭和 25 年 9 月のジェーン台風により西大阪方面に大被害を惹起した。もちろん安治川口駅構内も浸水の被害を受けた。

この被害を基礎資料として立てられた大阪市総合高潮対策として本駅内の防潮堤も O.P. 5.00 m まで扛上することに決定した。

約 5.00 m の張石築堤上に設けられた防潮堤上に延長 1 m 当り 10 t もの荷重増となる防潮堤継足工事は、現場の地盤よりして非常に安全性の小さい工法と考えられたのであつたが、調査の結果はこの程度の荷

* 国鉄大阪鉄道管理局施設部工事課