

報 文

浮流流砂が流れに及ぼす影響について

准 員 椿 東 一 郎*

ON THE EFFECTS OF SUSPENDED SEDIMENT ON THE FLOW CHARACTERISTICS

(JSCE Sept. 1955)

Tōichirō Tsubaki, C.E. Assoc. Member

Synopsis The Equations which represent the distributions of the suspended sediment and of the flow velocity are derived on the basis of the energy balance of turbulence, considering the interference between the sediment and the flow. The second approximation for the distribution of sediment is obtained and the effects of sediment on the flow characteristics, especially on the Kármán's constant κ are analyzed. The results obtained here are compared with the experiments performed by Vanoni and by Ismail, and it is verified that the decrease of κ from the usual value 0.4 in the sediment-laden flow is attributed to the fact that the stable density gradient formed in the flow due to the sediment damps the turbulence and reduces the momentum transfer.

要旨 浮流流砂と流れとの相互作用を考慮に入れ、乱れエネルギーの釣合いに基づいて、砂粒の濃度分布及び流速分布の基礎式が導かれた。これより濃度分布の第2近似を求め、さらに浮流流砂が流れに及ぼす影響、とくに Kármán の常数 κ について考察を加えることができた。得られた結果を Vanoni 及び Ismail の実験と比較すると、浮流流砂を含む流れにおいて κ が普通の値より減少する理由は、浮流流砂のために流れのなかに安定な密度勾配が形成され、それが乱れを減衰せしめて、乱れの拡散能力を小さくするからであることが明らかにされている。

1. 序 論

開水路流れの流速分布は対数法則に従うが、浮流流砂を含む流れにおいては、Kármán の常数 κ が真水のときの値 0.4 より減少することが、V.A. Vanoni¹⁾ や H.M. Ismail²⁾ の実験及び Missori 河における観測³⁾ からみいだされている。この κ の減少にもなつて流れの性質にはいじりしい変化がおこる。すなわち、摩擦速度の等しい流れを考えると、浮流流砂を含む流れは速度勾配をまし、渦動粘性係数や拡散係数を減少させる。さらに上述の水路実験によると、大きな濃度をもつ流れでは水路の摩擦抵抗係数はほとんど変化を示さないか、あるいはいまままで考えられていたとは逆に小さくなるがみいだされた。このことは Vanoni 等によつて指摘されたように、層流底層が河床砂によつて破壊されるための抵抗増加と、同程度あ

るいはそれ以上に κ の減少による速度勾配の増加がいじりしい効果をもつことを示すものである。このように浮流流砂と流れとの相互作用は、Kármán の常数を減少させることによつて、流れの性質に大きな影響を及ぼすわけである。この常数の変化は砂粒が乱れのエネルギーを減少させることに起因すると考えられているが、最近 H.A. Einstein⁴⁾ は κ を規定する重要なパラメーターとして、摩擦による損失エネルギーの砂粒を浮流状態に保持するために費やされる割合をあげ、実験結果を整理している。

一方浮流流砂と流れとの相互作用の機構についての研究や理論的な取扱いはきわめて少なく、著者の知る範囲では室田氏⁵⁾ の研究があるにすぎないようである。同氏は浮流流砂を含むための密度の増加を考慮して濃度分布及び流速分布を求められたが、乱れについては考慮されていない。しかしながら κ の減少を求めるためには、密度変化の影響とともに浮流流砂が乱れに及ぼす影響を基礎としなければならないと考えられる。さて乱流理論においては、密度勾配の存在下における乱れの模様は普通の場合と異なることが知られており、とくに非断熱的な温度場における地表付近の大気の風速分布については、詳細な観測とともに H. Lettau⁶⁾ や小倉氏⁷⁾ 等によつて理論的な研究も行われ、かなりの程度まで実測結果を説明することに成功している。浮流流砂を含む流れにおいても、濁水の密度は河床から離れるに従つて減少し、いわゆる安定な密度勾配を形成している。従つて浮流流砂による密度

* 山口大学助教授，工学部土木工学教室

勾配のために乱れが減衰し、 κ の減少をまねくものと考えると、上述の研究を参照して問題を理論的に取扱うことができるであろう。

本文は乱れエネルギーの釣合いを考えて、浮流砂の濃度分布ならびに流速分布の基礎式を導き、密度勾配が小さい場合の濃度分布を解くとともに、Kármán の常数を理論的に求め実験結果と比較したものである。

2. 基礎方程式

浮流砂と流れとの相互作用は密度勾配の存在による乱れの変化に起因すると考えられるから、乱れのエネルギーについて少しく考察してみたい。乱れの基礎式は栗原教授⁷⁾ により与えられている。すなわち河床に原点をとり、流れの方向に x 軸、それに垂直上方に y 軸、壁面にそつて両者に垂直に z 軸をとり、 x 方向の平均流速を $U=U(y)$ 、乱れ速度をそれぞれ u', v', w' とすると、単位質量の乱れエネルギー $E = \frac{1}{2}(u'^2 + v'^2 + w'^2)$ は、論文 (7) の (13.9) 式より

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \frac{DE}{Dt} = & -\bar{\rho} u'v' \frac{dU}{dy} - \frac{d}{dy} \bar{\rho} v'E \\ & + \bar{\rho} \nu (\overline{u'v'^2} + \overline{v'v'^2} + \overline{w'v'^2}) \\ & - \bar{\rho} \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} u' + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} v' + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} w' \right] \end{aligned} \quad (1)$$

で表わされる。ここに p, ν は圧力及び動粘性係数で、濁水の密度 $\bar{\rho}$ は浮流砂を含むために y の函数である。上式において右辺第 1 項は平均流動より渦動粘性の発生する割合、第 2 項、第 3 項は乱れエネルギーの拡散率及び流体粘性による消失率を表わしている。第 4 項は次のように書かれる。圧力勾配を平均部分と変動部分に分けると

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} v' = \frac{\partial p}{\partial y} \frac{v'}{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial y} v'$$

となり、 y 方向の力の釣合いは、 g を重力の加速度として

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} = -\bar{\rho} g$$

である。また K_s を拡散係数とすると

$$\frac{1}{\rho} v' = -K_s \left(-\frac{1}{\bar{\rho}^2} \right) \frac{d\bar{\rho}}{dy}$$

となるから、第 4 項は

$$\begin{aligned} & \bar{\rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} u' + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} v' + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} w' \right) \\ & = -K_s \frac{g}{\bar{\rho}} \frac{d\bar{\rho}}{dy} \\ & + \bar{\rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x} u' + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial y} v' + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial z} w' \right) \end{aligned}$$

となる。上式の右辺第 1 項は乱れに及ぼす密度勾配の

影響を表わすものであつて、重力に対する仕事の割合を、第 2 項は圧力動揺の寄与を示すものである。従つて平衡状態における乱れエネルギーの基礎式として次の 2 式が得られる。

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \frac{DE}{Dt} = 0 = & \tau \frac{dU}{dy} + K_{sg} \frac{d\bar{\rho}}{dy} - \bar{\rho} D \\ & - \frac{d}{dy} \bar{\rho} (\overline{v'E}) - P' \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau = & -\bar{\rho} u'v' = K_m \frac{d(\bar{\rho} U)}{dy} \\ = & K_m \left(\bar{\rho} \frac{dU}{dy} + U \frac{d\bar{\rho}}{dy} \right) \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

ここに K_m は渦動粘性係数、 D, P' は流体粘性による消失率、圧力動揺の寄与である。

つぎに浮流砂による密度の増加は浮流砂の濃度によつてきめられ、かつ濃度自身が流れの特性によつてきめられる。すなわち浮流砂の濃度 c を単位体積中における砂の実質容積とすれば、濁水の密度 $\bar{\rho}$ は砂粒の密度を水の密度を ρ_s 、水の密度を ρ_0 として

$$\bar{\rho} = (\rho_s - \rho_0)c + \rho_0$$

で表わされる。また濃度 c は砂粒の沈降速度を v_s 、渦動拡散係数を K_c とすれば、よく知られているように

$$K_c \frac{dc}{dy} + v_s c = 0 \dots \dots \dots (4)$$

となる。従つて上の両式より密度勾配は濃度と次式によつて結ばれる。

$$K_c \frac{d\bar{\rho}}{dy} = -v_s c (\rho_s - \rho_0) \dots \dots \dots (5)$$

さて密度の勾配をもつ流れにおける乱れの構造が、Prandtl の混合距離理論における混合距離、乱れの強さに類推的な乱れのスケール l 、強さ W によつて規定されるものとすれば、渦動拡散係数は lW に比例し、消失の割合 D は最近の乱流理論より W^3/l に比例すると考えられる。ここで非断熱的な大気乱流の風速分布について試みられたと同様な若干の仮定を導入しよう。

まず乱れエネルギーの拡散率及び圧力動揺の寄与は、Prandtl の混合距離理論においてすでに無視されており、密度勾配の存在しない流れの流速分布の形には関係しないことが知られているので、ここでは考慮しないことにする。これらのことから (2) 式は次のようになる。

$$\tau \frac{dU}{dy} - \tau \bar{\rho} \frac{W^3}{l} - \partial(\rho_s - \rho_0) g v_s c = 0 \dots \dots (6)$$

ここに ∂, τ はそれぞれ比例常数である。つぎに Lettau⁸⁾ や小倉氏⁹⁾ と同様に、乱れの寿命時間あるいは渦の回転角速度は密度勾配に無関係であると仮定

しよう。すなわち

$$\frac{W}{l} = \frac{W_0}{l_0} \dots\dots\dots (7)$$

ここに l_0, W_0 は密度勾配のない乱流における乱れのスケール、速度の強さである。

このように考えるとわれわれは (7), (6) 及び (3) 式より、速度勾配 dU/dy 及び拡散係数 lW を、セン断応力 τ を用いて次のように表わすことができる。

$$\frac{dU}{dy} = \frac{\sqrt{\tau} W_0}{l_0} \left[\psi + \left\{ 1 + \psi \frac{2W_0 \sqrt{\tau} U}{\partial \beta g l_0} + \psi^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \right] \dots\dots\dots (8)$$

$$\psi = \frac{\partial g v_s c (\rho_s - \rho_0) l}{2\sqrt{\tau} \tau W_0} \dots\dots\dots (9)$$

$$lW = \frac{\tau \left(1 + \psi \frac{2\sqrt{\tau} W_0 U}{\partial \beta g l_0} \right)}{\bar{\rho} \frac{dU}{dy}} \dots\dots\dots (10)$$

特殊な場合として、浮流砂を含まない流れでは $\psi = 0$ であるから、(8) 式は

$$\frac{dU}{dy} = \frac{\sqrt{\tau} W_0}{l_0} \dots\dots\dots (8')$$

となる。一方この場合には理論的にも実験的にもよく知られているように、流速は対数分布をなすから、摩擦速度を u_* とすると

$$\frac{dU}{dy} = u_* \frac{1}{\kappa_0 y}$$

が成り立つ。 κ_0 は Kármán の常数とよばれ、この場合 0.4 程度の値をもつものである。上の両式より

$$\frac{\sqrt{\tau} W_0}{l_0} = u_* \frac{1}{\kappa_0 y} \dots\dots\dots (11)$$

が得られる。

また砂泥の濃度分布の基礎式は (4), (8) 及び (10) 式より、 $K_c = \beta lW$ とすると

$$\beta \frac{\tau \left(1 + \psi \frac{2\sqrt{\tau} W_0 U}{\partial \beta g l_0} \right)}{\bar{\rho} \frac{\sqrt{\tau} W_0}{l_0} \left[\psi + \left\{ 1 + \psi \frac{2\sqrt{\tau} W_0 U}{\partial \beta g l_0} + \psi^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \right]} \frac{dc}{dy} + v_s c = 0 \dots\dots\dots (12)$$

となる。なお上の諸式における τ は、 y なる高さにおけるセン断応力であるから、流れの平衡条件より

$$\tau = \int_y^h \bar{\rho} g S dy \dots\dots\dots (13)$$

で表わされる。ここに h は水深、 S は水面勾配である。最後に密度勾配をもつ流れにおいては、乱流の発生や乱れの模様は Richardson 数

$$R_i = - \frac{g}{\bar{\rho}} \frac{d\bar{\rho}}{dy} / \left(\frac{dU}{dy} \right)^2$$

によつて規定されるといわれている。われわれの場合 ψ が小さいものとする (5), (8) 及び (10) 式より

$$R_i = \frac{1}{\partial \beta} 2 \psi$$

となるから、 ψ は Richardson 数と同様に、重力に対してなされる仕事の割合と平均流動より乱れエネルギーの発生する割合との比を表わすものである。

3. 濃度分布

基礎式 (12) 式において、普通の河川では $\frac{2\sqrt{\tau} W_0 U}{\partial \beta g l_0}$ はきわめて小さいから (後述) この項を無視し、また ψ も 1 にくらべて小さい場合について浮流砂の濃度分布を求めてみよう。まづ密度 $\bar{\rho}$ の水深による変化は小さく、(13) 式において、 $\bar{\rho}$ は平均密度 ρ_m とみなしてさしつかえないから、底面のセン断応力を τ_0 、摩擦速度を $u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho_m}}$ とすると

$$\frac{\tau}{\rho_m} = u_*^2 (1 - \zeta)$$

とかかれる。ここに ζ は相対水深で $\zeta = y/h$ である。さらに (11) 式を代入し、 ψ^2 を 1 に対して無視し、境界条件として $\zeta = \zeta_a$ で $c = c_a$ とすると (12) 式は

$$(1 - \zeta) \zeta \frac{d}{d\zeta} \left(\frac{c}{c_a} \right) + z_0 \frac{c}{c_a} \left[1 + \Phi_a \frac{\zeta}{1 - \zeta} \frac{c}{c_a} \right] = 0$$

$$z_0 = \frac{v_s}{\beta \kappa_0 u_*}, \quad \Phi_a = \frac{\partial \kappa_0 v_s (\rho_s - \rho_0) c_a}{2 \rho_m u_* S}$$

となる。ここで $x = \frac{1 - \zeta}{\zeta}$ とおくと上式は Bernoulli 型の方程式に帰着する。すなわち

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{c}{c_a} \right) - z_0 \frac{1}{x} \left(\frac{c}{c_a} \right) \left[1 + \Phi_a \frac{1}{x} \left(\frac{c}{c_a} \right) \right] = 0$$

$x_a = \frac{1 - \zeta_a}{\zeta_a}$ において $c = c_a$ とおくと、浮流砂と流れとの相互作用を考慮した濃度分布として次の解が得られる。

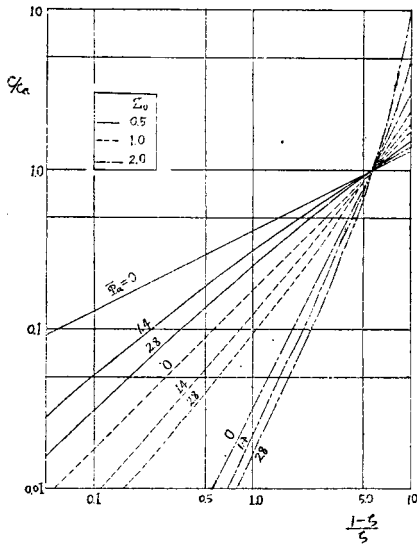
$$\frac{c_a}{c} = \left(\frac{x_a}{x} \right)^{z_0} + \frac{z_0 \Phi_a}{z_0 - 1} \frac{1}{x} \left[\left(\frac{x_a}{x} \right)^{z_0 - 1} - 1 \right] \dots\dots (14)$$

なお $z_0 = 1$ のときには

$$\frac{c_a}{c} = \frac{x_a}{x} + \frac{\Phi_a}{x} \log \frac{x_a}{x} \dots\dots\dots (14')$$

上の両式の右辺第 2 項はこの相互作用をあらわす補正項である。この補正項のために、いままでの理論では $\log c$ を $\log x = \log \frac{1 - \zeta}{\zeta}$ に対してプロットすると、勾配が z_0 の直線をなしていたのに対し、 Φ_a が大きくなるとともに、この直線関係からの偏差を生じてくる。図-1 は $z_0 = 0.5, 1.0$ 及び 2.0 の各場合につき Φ_a が 1.4 及び 2.8 (後述の θ の値を用いると $\frac{v_s c_a (\rho_s - \rho_0)}{u_* S \rho_m} = 1.0$ および 2.0) として計算した結果である。なお境界条件は $\zeta_a = 0.15$ で $c/c_a = 1$ としてある。(14) 式と 図-1 より明らかなように、密度勾配が濃度分布に及ぼす効果は $z_0 < 1$ のときには底

図一 浮流砂の濃度分布



面付近で小さく、水表面に近づくほどいぢるしい。また $z_0 > 1$ の場合には逆に底面付近にいぢるしいことがわかる。しかしながら z_0 が 1 程度より大きくないような實際上重要な場合には、流れの大部分にわたつて $\log \frac{c}{c_a}$ は $\log \frac{1-z}{z}$ と直線関係にあるとみなしても実験誤差の範囲を出ない程度であることが注目される。ただその勾配は z_0 とは、はなはだしく異なることから

$$\frac{c}{c_a} = \left(\frac{x}{x_a} \right)^z = \left(\frac{1-z}{z} \cdot \frac{z_a}{1-z_a} \right)^{\frac{v_s}{\beta \kappa u_*}} \dots (15)$$

とかくことにすれば、濃度 ϕ_a がますにつれて $z = \frac{v_s}{\beta \kappa u_*}$ は z_0 より大きくなつてゆく、換言すれば κ は κ_0 より減少してゆくことがわかる。Vanoni や Ismail の実験においては濃度分布として (15) 式が採用され κ の減少が認められている。上述の考察は ψ の小さい場合を取扱つてはいるが、これらの実験結果をほぼ説明しうるようである。

4. Kármán の常数

基礎式から流速分布を厳密に求めるには、数学的な困難をともなうが、Vanoni や Ismail の実験によると、浮流砂の多い流れでも流速分布は対数公式で、濃度分布は (15) 式であらわされ、浮流砂の影響は式形をかえるよりも Kármán の常数を $\kappa_0 = 0.4$ より減少させる効果をもつようである。従つて以下では流速分布の式形についての吟味はやめて、 κ の変化のみに注目しよう。このように流速分布が依然として対数分布であらわされるものとすれば、速度勾配は

$$\frac{dU}{dy} = u_* \frac{1}{\kappa y}$$

であるから、上式と (8) 式とから

$$\kappa_0 = \frac{1}{\psi + \left\{ 1 + \psi \frac{2\sqrt{\tau} W_0 U}{\partial \beta g l_0} + \psi^2 \right\}^{\frac{1}{2}}} \dots (16)$$

となり、しかも ψ と $\frac{2\sqrt{\tau} W_0 U}{\partial \beta g l_0}$ の z による変化は無視されていることにあたる。

ここで κ の値を規定するパラメーターをわかりやすい形に書きなおそう。まず密度流の影響を最も鋭敏に表わしている ψ を考える。 $\frac{\tau}{\rho}$ については前章と同じ近似を行い、濃度 c に (15) 式を用い、平均濃度

$$\bar{c} = \int_B^1 c d\zeta = c_a \left(\frac{z_a}{1-z_a} \right)^z \int_B^1 \left(\frac{1-\zeta}{\zeta} \right)^z d\zeta \dots (17)$$

を導入すると

$$\psi = \frac{\partial \kappa_0}{2} \frac{v_s \bar{c}}{u_* S} \frac{\rho_s - \rho_0}{\rho_m} \frac{\left(\frac{1-\zeta}{\zeta} \right)^{z-1}}{\int_B^1 \left(\frac{1-\zeta}{\zeta} \right)^z d\zeta} \dots (18)$$

が得られる。ここに B は河床付近における浮流限界の高さを表わす。上式から $z=1$ の場合には ψ は z に無関係であるが、 $z < 1$ のときには ψ は z とともに大きくなり、逆に $z > 1$ のときには z とともに減少する。このことは浮流砂の影響がいぢるしいときの流速分布の形が対数法則から偏倚する程度は、濃度分布と同様に $z < 1$ のときには z とともに大きくなり、また $z > 1$ では逆の傾向をもつことを示すものである。つぎに補助的なパラメーター $\xi = \frac{2\sqrt{\tau} W_0 U}{\partial \beta g l_0}$ は

$$\xi = \frac{2 U / u_* S}{\partial \beta \kappa_0}$$

とかかれる。 $\kappa_0 = 0.4$, $\beta = 1$, $\partial = 7.0$ (後述), $U / u_* = 15$ の程度であるから、このパラメーターは普通無視してさしつかえないが、急勾配のときには若干の影響をもつことが予想される。

上述のようにこれらのパラメーターは z によつて変化するが、 κ の値をしらべるには適当な平均値を用いるのが便利であつて、 κ は

$$\phi = \frac{v_s \bar{c}}{u_* S} \frac{\rho_s - \rho_0}{\rho_m} P(z), \quad P(z) = \left| \frac{\left(\frac{1-\zeta}{\zeta} \right)^{z-1}}{\int_B^1 \left(\frac{1-\zeta}{\zeta} \right)^z} \right|_{\text{mean}} \dots (19)$$

$$\xi = \frac{2 U / u_* S}{\partial \beta \kappa_0} \left| \frac{1}{\zeta} \right|_{\text{mean}} \dots (20)$$

によつて規定される。最近 H.A. Einstein³⁾ は $\frac{v_s \bar{c}'}{US} \frac{\rho_s - \rho_0}{\rho_s}$ (\bar{c}' は重量の濃度、 \bar{U} は平均速度) と κ との

関係をプロットして両者の間に函数関係の存在することを示しているが、Einstein のパラメーターと (19) 式とが密接な関連をもつことはきわめて興味深い。

また濃度分布 (15) 式における κ の値は (12) 式より

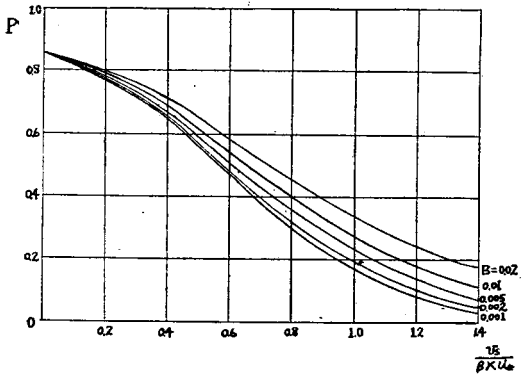
$$\frac{\kappa}{\kappa_0} = \frac{1 + \psi \xi}{\psi + \{1 + \psi \xi + \psi^2\}^{1/2}}$$

で与えられる。上式及び (16) 式において ξ は小さいから、濃度分布と流速分布における κ は一致するとみなしてよい。

5. 実験結果との比較

V.A. Vanoni¹⁾ は水面勾配が 0.0025 及び 0.00125 の 2 次元水路で平均濃度が 0.0 より 3.36 g/l の範囲に粒径 0.1, 0.133 及び 0.16 mm の砂を浮流させて、流速分布、濃度分布を測定し、 κ の減少することを初めて指摘した。 κ の値は U/u_* の実測値を $\log \zeta$ に対してプロットし、平均直線の勾配よりきめられているが、 $\zeta \leq 0.15$ では実測値はこの直線よりはずれ、

図-2



また水表面付近においてはかなりの散らばりを示している。従つて κ の値は $0.15 \leq \zeta \leq 0.8$ の範囲の U/u_* の測定値を $\log \zeta$ に対して直線的であるとみなして得られたものであるから、(19) 式の P はこの範囲で $\log \zeta$ に対して平均をとるのが合理的であるように思われる。図-2 は浮流限界 B をパラメーターとし、 P を ζ に対して計算した結果である。しかしながら、Vanoni の実験では浮流限界は明瞭でないので P の式中の分母は $\zeta = 0.05$ における濃度と平均濃度の実測値を用い (17) 式から求められている。このようにして計算された ϕ と $\frac{\kappa}{\kappa_0}$ との関係は図-3 のなかに示されている。 ϕ の変域がせまく、散らばりもいちじるしいために、この資料から定量的な関係は判別しにくい。

H.M. Ismail²⁾ は粒径 0.1 及び 0.16 mm の砂を用い、高さ 2.49 ft の 矩形閉水路において動水勾配

や濃度をいろいろ変化させて、多くの実験資料を得ている。この実験では底面にしばしば砂が堆積し、砂澱も形成されているため、解析は次にのべる順序によつた。まづこの閉水路では底面より最大流速の起つている点 y_{max} までの下半面が開水路乱流に対応すると考えられるから、理論との比較のためには下半面の資料を用いる。つぎに上下両面における乱れの干渉と底面の粗度のために渦動粘性係数は相当一様に近いと考えられるから、濃度分布には Ismail の実験にもよく適合している次式

$$\frac{c}{c_0} = e^{-z' \zeta}$$

を用い、 z' には実測から求められた値を使用する。ここに c_0 は底面における濃度である。いま下半面の平均濃度を \bar{c} 、断面全体のそれを c_t 、水路の高さ b と y_{max} との比を δ とすると

$$c_0 = \frac{z' \bar{c}}{1 - e^{-z' b}} = \frac{\delta z' c_t}{1 - e^{-\delta z' b}}$$

が得られる。 c_t は測られているから、上式より \bar{c} 、 c_0 が求められるわけであるが、この計算から得られた濃度分布を論文 (2) の 図-7 (Run 73-78) の実測された濃度分布と比較してみると、 $\log c$ と ζ との関係において、計算された直線は実測値に対してはほぼ平行に右方につれている。このことは測定点においても輸送砂の堆積が行われつつあつて、測点の平均濃度が水路の終端において測られた値より大きいことを示すのではないかと考えられる。この補正係数には Run 73-78 から求められた値の平均値 1.42 を全資料に適用することにした。

さて Vanoni の場合と同様に $0.15 \leq \zeta \leq 0.8$ の範囲の U/u_* が $\log \zeta$ に対して直線的であるとして κ がきめられたものとする、この場合 (19) 式における P は

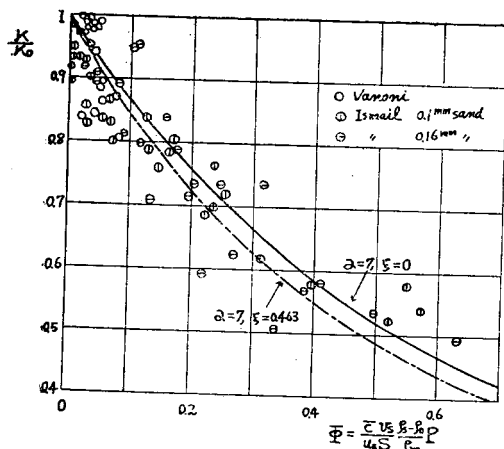
$$P = \frac{1}{1.90 - 0.233} \int_{-1.90}^{-0.233} \frac{z'}{1 - e^{-z'}} e^{-z' e^x} \frac{e^x}{1 - e^x} dx$$

で与えられる。また ξ は U の変化を無視して平均速度 \bar{U} を用いると

$$\xi = \frac{2 \bar{U} u_* S}{\partial \beta \kappa_0} \times 3.24$$

となる。 κ/κ_0 と ϕ との関係は 図-3 に示されている。測定点はかなり散らばつているが、両者の間には明確な函数関係が存在している。図中の実線は (16) 式において ξ を無視し、 $\theta = 7.0$ 、 $\kappa_0 = 0.4$ として計算した結果である。(16) 式は ϕ のほかに ξ を含んでいるが、Ismail の実験では $\beta = 1.4$ 、 $\bar{U}/u_* = 20$ であり、動水勾配 S は 2.0×10^{-3} より 1.4×10^{-2} 程度までかなり広範囲に変化しているため、特に S が

図-3 Kármán の常数と濃度との関係
および理論と実験との比較



大きくなるこの影響を考慮する必要を生ずる。図中の点線はこの影響が最もいちじるしい場合として、 $\epsilon=0.463(S=1.4 \times 10^{-2})$ を与え $\alpha=7.0$ として計算した結果である。(16) 式は ϕ の小さいところでは実測値より大きく、 ϕ の大きいところでは小さめの値を与えるようであるが、理論の精度や実験の困難さを考えると、実験との一致は概して満足すべきものと思われる。

なお小倉氏⁶⁾ は地上 8 m の大気 の 風速分布を測定した E. Deacon⁸⁾ の実測結果を利用して、非断熱的な大気において重力に対してなされる仕事の割合の項の比例常数 θ に 6.0 の数値を与えている。この値は浮流砂の場合の $\theta=7.0$ にきわめて近い。これらのことは κ の減少が浮流砂のために形成される密度勾配に起因するという見解を裏書きするものであろう。

終りに (16) 式あるいは 図-3 を流砂河川等に適用するにさいしては、(19) 式中の P が $z = \frac{v_s}{\beta \kappa u_*}$ の函数であるために、 ϕ の値を直接にきめることはできない。従つてまづ 図-2 において z_0 に対応する P を求め、(16) 式あるいは 図-3 を用いて κ の近似値を計算する。この順序をくり返して逐次計算を行えば容易に目的を達しうるものと思われる。

6. 結 語

以上より浮流砂と流れとの相互作用は、流砂をふ

くむために流れのなかに安定な密度勾配が形成され、乱れの模様がいちじるしい変化を受けることに起因することが指摘され、非断熱的な大気乱流の知識を用いて、浮流砂の濃度分布を求めた。また Kármán の常数が真水の流れの値より減少することが明らかにされた。密度流の乱れの理論はいまのところ十分な解決をみていないので、その取扱いには不満な点があり、改善すべき余地が多いが、濃度の大きい流れについての実験結果をかなりの程度まで解明することができた。これらの結果は濃度の大きい流砂河川や土砂輸送管の流れ等に適用することができるであろう。

この研究に際して終始御指導を賜つた九州大学栗原道徳、篠原謹爾両教授並びに多大の便宜を与えられた本学内田稔郎部長、小川元助教に深く謝意を表わす。なお本研究は文部省科学試験研究費による研究成果の一部である。

参 考 文 献

- 1) V.A. Vanoni: Transportation of Suspended Sediment by Water, Proc. ASCE., vol. 70, 1944.
- 2) H.M. Ismail: Turbulent Transfer Mechanism and Suspended Sediment in closed Channel, Proc. ASCE., vol. 77, 1951
- 3) H.A. Einstein and N. Chien: Effect of Sediment Motion on Kármán's Constant K, Appendix of "Second Approximation to the Solution of the Suspended Load Theory", The Missouri River Division, Corps. of Eng., U.S. Army. 1954.
- 4) 室田 明: 浮砂濃度と流速分布との関連について, 土木学会誌 38 卷 11 号 (昭.28.11)
- 5) H. Lettau: Isotropic and Non-Isotropic Turbulence in the Atmospheric Surface Layer, Geop. Res. Papers, No. 1, Air Force Camb. Res. Lab. 1949.
- 6) Y. Ogura: Note of the Wind Velocity Profile in the Non-Adiabatic Atmosphere, Journ. Met. Soc. of Japan, vol. 30, 1952.
- 7) 栗原道徳: 渦動状態の確率論的新定義とその基礎方程式の誘導, 九大流研報告, 1 卷 1 号 (昭. 17)
- 8) E. Deacon: Vertical Diffusion in the Lowest Layers of the Atmosphere, Q.J.R.M., 1949.

(昭.30.1.16)

抄 録 の 御 投 稿 に つ い て

学会誌抄録欄の充実をはかるために、会員の方々の御投稿を歓迎いたします。下記の要領で抄録委員会あて御送り下されば、委員会で検討いたします。採用の分には薄謝を呈します(投稿原稿はお返し致しません)。

記

1. 抄録の対象: 最近の雑誌, 文献等に発表された有意義の論文, 工事報告等。
2. 1 編の長さ: 原則として会誌 1 ページ (360 字詰原稿用紙で図面を含めて 7 枚)