

粘土代用率 0.1 の場合 約 38 % 減
 0.2 の場合 約 49 % 減
 0.5 の場合 約 85 % 減となつた。

これは粘土の粘着性の大なるため、水路構造の発生を困難ならしめるためと、粘土の吸水性の大なるためによるものと考える。

11. 結 言

セメントの1
～2割代用（重
量で）の粘土混
入コンクリート
は

(1) 透水量は
1/2~1/3 に減少
し、きわめて防
水的となる。

(2) 酸に対し
ては約1.5倍の
耐久力がある。

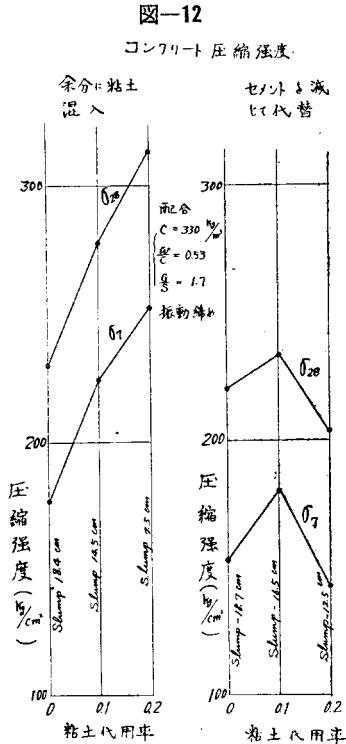


图-12

コンクリート 壓縮強度

(3) 圧縮強度、曲げ強度、付着強度とともに低下しないのみならず1割代用ではかえつて上昇する。

セメントの3割以上代用の粘土混入コンクリートは強度及び諸性質ともに低下する。すなわち粘土が遊離石灰と結合して膠結物を造る理由から代用の量には限度があり、3割以上代用では強度発生を阻害する。

图-13

アリーチンク

図表より得られた式は

$$G/S = 16 \quad \text{と} \quad P = 0.62$$

わが国年間セメント使用量 800 万 t のうち、1 割がこの特殊粘土で代用される。

と80万tの節減とり、直接産業界にもたらす影響は大きいと考える。

終りに本実験に関して、高知工業高校由井宣宏、大崎正温、岡田 正の3君の助力に対し深く感謝の意を表するものである。

なお、本研究は昭.29.11.25. 土木学会中国四国支部講演会において発表した。 (昭.29.12.15)

砂漣をともなう掃流作用について

准員椿 東一郎*

ON THE SEDIMENT TRANSPORTATION WITH SAND RIPPLES

(JSCE Aug. 1955)

Tōichirō Tsubaki, C.E. Assoc. Member

Synopsis The author has carried out the experiments in large scale channels in order to study the influences of the sand ripples upon the nature of the flow and the sediment transportation. First, it is pointed out that there exists a close correlation between the equivalent roughness of the flow and the scale of the sand ripples, and next the mechanism of the fluid resistance is analysed using the experimental values of the form drag, which are obtained by the measurements of the pressure distribution along the sand ripples. And further the influences of the sand ripples on the rate of the sediment transportation are discussed making use of the above-mentioned results of the flow characteristics.

要旨 河床に形成された砂漣が流れの性質と流砂量に及ぼす影響を調べるために、野外の大型水路において砂漣を中心とする観測を行つた。その結果、まず流れの相当粗度と砂漣のスケールの間に密接な相関の存在することが認められる。つぎに砂漣に沿う圧力分布

の測定から求められた形状抵抗の実測値を用いて、流体抵抗の機構が解析され、さらにこれらの結果を利用して、流砂量に及ぼす砂渦の影響が論ぜられている。

1. 序 論

最近開水路や河川における河床砂礫の輸送機構をしらべるために、広範な研究が行われてきたが、十分な

* 山口大学助教授、工学部土木教室

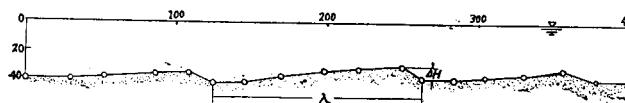
解決をみていない重要な問題が数多く残されている。

とくに最も面倒なことの一つは河床に砂漣が形成され、河床付近の流れの模様にいちじるしい影響を与えることであろう。その結果、流体抵抗がいちじるしく増加するだけでなく、小型水路における流砂量実験の資料を整理してみると、砂漣は流砂量に反作用を及ぼし、河床が平滑な場合にぐらべて流砂量を減少させることが、H.A. Einstein¹⁾や著者²⁾によつて指摘されてきた。しかしながら、これらの研究は流速や流砂量の測定だけから論ぜられ、その要因となる砂漣の観測が行われていないために、砂漣の性質にはほとんど考慮が払われていないうらみがある。そのほか、今までの断片的な観測によると、実験室の小型水路に発生する砂漣と流砂河川のそれとは、そのスケール、形状等をはなはだしく異にするため、水路実験にもとづく知識を流砂河川に適用しうるかどうかについて多くの疑点が残されている。まずこれらの点を明らかにするため、著者は一昨年夏、河角鶴夫、安富毅氏とともに、河川にみられるのと同種の砂漣が発達している斐伊川河畔の大型人工水路において、砂漣のスケール、流速及び流砂量の同時観測を行い、これらの関係を実験的に求めてみた³⁾。つぎに砂漣が流砂現象に及ぼす影響の機構については、いまのところ Einstein の考察があるにすぎないようである。彼は河床の全抵抗は砂漣の圧力抵抗と砂粒自身による摩擦抵抗とにわけられるものと仮定し、砂の運動に寄与する流体力や砂粒付近の流れは、従来考えられてきた全抵抗ではなく、砂粒による摩擦抵抗に規定されるため、流砂量の減少を招くものと考えている。この見解はきわめて興味深いものであるが、その機構や摩擦抵抗を推定する方法には非常に大胆な仮定が採用されているようである。この点を吟味するため著者は本年夏再びこの水路において、砂漣に沿う圧力分布を測定し、砂漣の圧力抵抗係数を求めた。本文はこれらの観測結果を解析して、河床に形成された砂漣が、流れ及び流砂量に及ぼす影響並びにその機構について若干の考察を加えたものである。

2. 砂漣のスケールと相当粗度

実験に用いた水路は斐伊川河畔のコンクリート水路で斐伊川より流入した砂が約 20 cm の厚さに堆積し、図-1 に示すような美くしい砂漣を形成している。一昨年の測定は、A、B 及び C 水路で砂漣のスケール、

図-1 砂漣の形



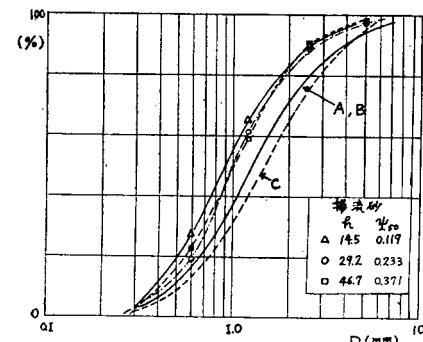
流速及び流砂量の同時観測が行われた。詳細は論文(3)を参照されたいが、その要目を表-1 に、A、B 水路

表-1 観測の要目

水路	$I \times 10^3$ の平均	h の範囲 (cm)	水路巾 (cm)	D_{50} (mm)	D_{50}	D_{65}	ψ_{50} の範囲
A	1.66	16-47	200	0.95	1.26	1.68	0.12-0.37
B	1.66	11-31	80	0.95	1.26	1.68	0.087-0.24
C	1.41	30-36	200	1.09	1.46	1.96	0.16-0.22

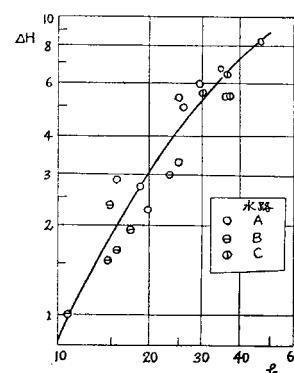
における河床砂礫の粒度曲線を図-2 に示す。ここで h は水深、 I は水面勾配、 σ は水中における砂の比重 (=1.66)、 D_{50} は砂の粒度曲線における 50% 直径、 ψ_{50} は掃流力の無次元表示で $\psi_{50} = u_*^2 / \sigma g D_{50} = hI / \sigma D_{50}$ である。

図-2 河床砂及び流砂の粒度曲線



まず A 及び B 水路において観察された砂漣の模様について述べよう。水深が約 6 cm 程度になると河床の平衡が破れて小粒径の砂が動き出し、波長 λ が 1m 弱、波高 ΔH が 1 cm 以下の砂漣が形成される。水深がまし掃流力が大きくなるにつれて粗い砂も順次動き出し、波長、波高ともに大きくなる。また水深による波高

図-3(a) 砂漣の波高



の変化は波長のそれよりもいちじるしい

ために、幅度 $\Delta H/\lambda$ は水深とともに増大する。 ΔH 及び $\Delta H/\lambda$ の測定値を水深 h に対してプロットして図-3(a) 及び (b) が得られた。なお λ や ΔH の観測値は約 20 波長にわたる個々の砂漣の測定値

の平均がとられている。

個々の砂は砂漣の背面の緩い斜面にそつて転動、滑動あるいは小跳躍して移動し、砂漣の頂点より平均として 33° をなす前面

の急斜面にそつて、死水領域を形成する渦のなかに、層状をなして転落する。さらにこれらの砂は周期的な渦の決壊による流れのために、大部分は次の砂漣の背面に運ばれ、一部は前進する砂漣中に埋没してしまう。

砂漣の生因については、最近 A.G. Anderson⁴⁾ は表面波が河床砂の振動を誘起すると考え、砂漣の波長 λ/h と流れの Froude 数との間に次式

$$2\pi \frac{h}{\lambda} \left[\tanh 2\pi \frac{h}{\lambda} - \frac{2}{\sinh 4\pi \frac{h}{\lambda}} \right] = \frac{1}{F_r^2} \quad (1)$$

を導き、小型水路における観測とよい一致をみている。しかしながら、この水路に発生した砂漣の λ/h , $\Delta H/\lambda$ の値は、斐伊川等の流砂河川にみられるものと同程度の大きさであつて、上式とははなはだしい背離を示すことが注目される。すなわち F_r の範囲 0.3~0.55において、 $\lambda/h=3.5\sim 9$ の観測値に対し、(1)式は 0.06~1.9 の値を与えるにすぎない。このことから流砂河川に発生する砂漣は小型水路のものとして発生の機構、スケール等を異にするのではないかと思われるが、将来の研究にまたねばならない。

流速分布は予期されるように対数分布公式

$$\frac{u}{u_*} = 8.5 + 5.75 \log \frac{y}{k_s} \quad (2)$$

図-4 砂漣上の流速分布

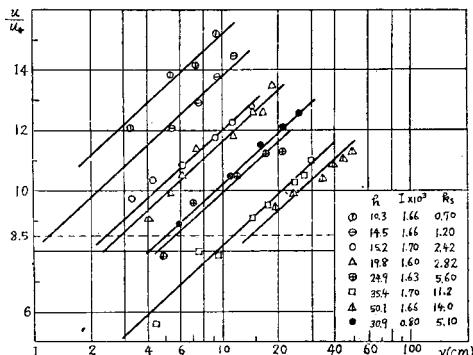
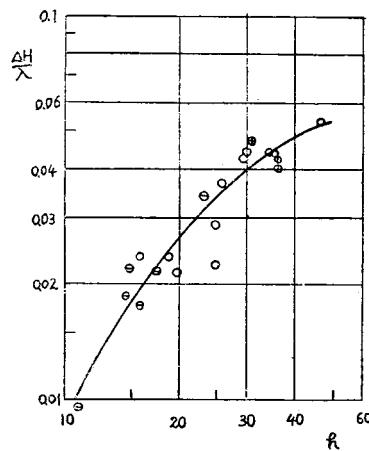


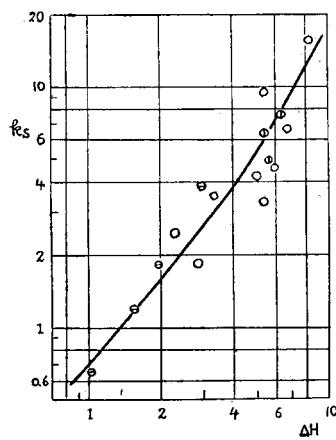
図-3(b) 砂漣の粗度



に従い、図-4 に示されている。上式で k_s は相当粗度、 y は河床（砂漣の山と谷との中点）からの距離である。図より明らかのように、水深の増加とともに直線が右方に平行にずれてゆくことは非常に興味深い。これは水深がますとともに、砂漣が発達しさらに相当粗度が砂漣のスケールに規定されることを示すものである。従つて流砂河川や開水路の相当粗度は、砂漣の発生、発達に対応して流れの条件と河床砂の性質によつてきまり、固定床河川の粗度が流れの性質に無関係なのにくらべて、まったく性質を異にすることが知られる。平均流速公式

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = 6.0 + 5.75 \log \frac{h}{k_s} \quad (3)$$

図-5 砂漣の波高と相当粗度との関係

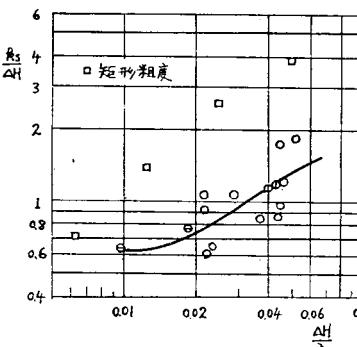


より計算された相当粗度 k_s を波高 ΔH に対して図示すると図-5 が得られる。 k_s と ΔH との密接な相関が認められる。さらに次元解析によると k_s の函数形は、河床砂礫の相当粗度を k_0 として

$$k_s/\Delta H = f\left(\frac{\Delta H}{\lambda}, \frac{\lambda}{k_0}\right) \quad (4)$$

となる。図-6 に $k_s/\Delta H$ と $\Delta H/\lambda$ との関係を示して

図-6 相当粗度と砂漣の粗度との関係



ある。 k_s の大きさはほぼ ΔH に等しいが、 $\Delta H/\lambda$ がますとともに $k_s/\Delta H$ は減少してゆくことがわかる。

同図には棟の高さ ΔH の人工矩形粗度を流れの方向に直角にピッチ λ でしきならべた R.W. Powell⁵⁾ の実験値も記入してある。人工矩形粗度にくらべて、砂漣の相当粗度は小さく、かつ $\Delta H/\lambda$ の値が小さいとき

の $k_s/4H$ の変化はゆるやかなようである。このことから砂漣の圧力抵抗は矩形粗度より小さく、河床の摩擦抵抗も大きな役割をしめることが予想される。

3. 砂漣の流体抵抗の機構(I)

河床に波長 λ 、波高 $4H$ の砂漣が発達し、かつ砂漣は既知の粒度分布をもつ砂粒から構成されているものとする。いまこれらの砂漣を底辺 λ 、高さ $4H$ 、一つの角が 33° の三角形とみなし、 $4H/\lambda$ が小さく砂漣により発生する後流間の干渉が少ない場合について、流体抵抗の機構をざつと考察してみたい。

壁面の付近では砂漣により作られる後流及び乱れの作用と砂漣の背面にそつて発達する境界層の影響が支配的であるが、少し壁面から離れるならばその影響は消えて速度勾配の存在のために起る乱れが卓越し、流れの模様は滑らかな開水路流れと同一になるはずである。これら両層の分割層は平均河床より波高程度の位置にあると考えられるから、簡単に境界を $4H$ の位置におき、その点の流速を u_0 としよう。 u_0 は粗度層に対する代表速度とみなさるべきものである。このように考えると、 $h \geq y \geq 4H$ に対しては対数分布公式

$$\frac{u}{u_*} = \frac{u_0}{u_*} + 5.75 \log \frac{y}{4H} \quad (5)$$

が成立し、式(2)、(5)より

$$\log \frac{k_s}{4H} = \frac{1}{5.75} \left(8.5 - \frac{u_0}{u_*} \right) \quad (6)$$

が得られる。

つぎに河床に働く全セン断応力を $\tau_0 (= \rho g h I)$ 、砂漣の圧力抵抗を D 、砂漣の背面にそつて発達する境界層の摩擦応力を τ_2 、砂漣の背面の長さを λ' とする、一波長についての流れの平衡条件より

$$\tau_0 \lambda = D + \tau_2 \lambda'$$

が得られる。さらに D 、 τ_2 は抵抗係数を C_1, C_2 とすると $\frac{1}{2} \rho C_1 u_0^2 4H$ 、 $\frac{1}{2} \rho C_2 u_0^2$ とかけるから上式は

$$\frac{u_0}{u_*} = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{2} C_1 \frac{4H}{\lambda} + \frac{1}{2} C_2 \frac{\lambda'}{\lambda}}} \quad (7)$$

となる。また砂漣の背面における摩擦応力と全抵抗との比は

$$\frac{\tau_2}{\tau} = \frac{C_2 \frac{\lambda'}{\lambda}}{C_1 \frac{4H}{\lambda} + C_2 \frac{\lambda'}{\lambda}} \quad (8)$$

で与えられる。

上の諸式における C_2 は、前の砂漣の山において水流が剥離するために、谷より新しく背面にそつて発達する境界層の存在に起因するものである。従つて C_2 は基本的には境界層の抵抗係数ではあるが、砂漣によつ

て作られる後流の乱れにいちじるしく影響されるものと考えられる。この機構を理論的に推定することはきわめて困難であるから、簡単に次のように考えておこう。

粗い平板の摩擦抵抗係数 C_0 は、境界層内の速度分布に対数分布公式を使用して L. Prandtl, H. Schlichting⁵⁾ により計算され、さらに Schlichting⁷⁾ はこれらの結果を簡略化している。それによると長さ λ の粗板の C_0 は板の相当粗度を k_0 として

$$C_0 = \left(1.89 + 1.62 \log \frac{\lambda}{k_0} \right)^{-2.5} \quad (9)$$

となる。しかしながらわれわれの場合には、境界層の厚さ δ は粗領域 ($y \leq 4H$) をこえて発達することはないので、上式の適用は δ が $4H$ に達するまでの長さ λ_b の範囲に限られ、 δ が $4H$ に達すると境界層の発達はとまり、 $\lambda' - \lambda_b$ の範囲では δ は一定値 $4H$ を、抵抗係数は λ_b における局所抵抗係数

$$C_0 = 2 \left(8.5 + 5.75 \log \frac{4H}{k_0} \right)^{-2} \quad (10)$$

を保有すると考えるのが自然であろう。上述のことから摩擦抵抗係数 C_0 は $\lambda' \geq \lambda_b$ のとき

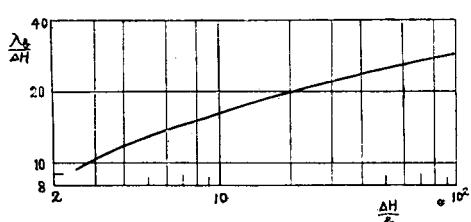
$$C_0 = \left(1.89 + 1.62 \log \frac{\lambda_b}{k_0} \right)^{-2.5} \frac{\lambda_b}{\lambda'} + 2 \left(8.5 + 5.75 \log \frac{4H}{k_0} \right)^{-2} \frac{\lambda' - \lambda_b}{\lambda'} \quad (11)$$

となる。また境界層理論によると、境界層の厚さ δ と前縁からの距離 x との比は、粗面の場合には x/k_0 の函数となりその数値はすでに与えられている⁶⁾。従つて λ_b は

$$\frac{\lambda_b}{4H} = f \left(\frac{x}{k_0} \right) \quad (12)$$

で表わされ、計算の結果 図-7 が得られる。

図-7 境界層の厚さが $4H$ に達するまでの距離



さて砂漣の背面における摩擦抵抗係数 C_2 は基本的には C_0 に結びついているが、後流の乱れの影響をいちじるしく受けすこと及び境界層の様相が平板とは異なるための補正を加えねばならない。これらを考慮して簡単に

$$C_2 = \partial C_0 \quad (13)$$

とおけば、 ∂ は砂漣の粗度 $4H/\lambda$ の函数となることが期待される。

上述の考察から河床に形成された砂漣のスケール、圧力抵抗係数 C_2 及び $k_s/4H$ を知れば、両抵抗の寄与の割合や摩擦抵抗に及ぼす砂漣の影響等を評価することができる。

4. 砂漣の圧力抵抗

砂漣のような凸起の上を水が流れる場合には、自由な流れのなかにおかれた円柱のように、表面の流速分布や圧力分布は局部的に変化し、圧力は静水圧よりのかたよりを示すはずである。さらに河床の砂漣は水表面に同調現象を誘起し、水表面にも微弱な波を起しているようにみえる。これらは砂漣の圧力抵抗の原因となるが、その値は本年夏 B 水路において砂漣表面に沿う圧力分布を測定して求められた。

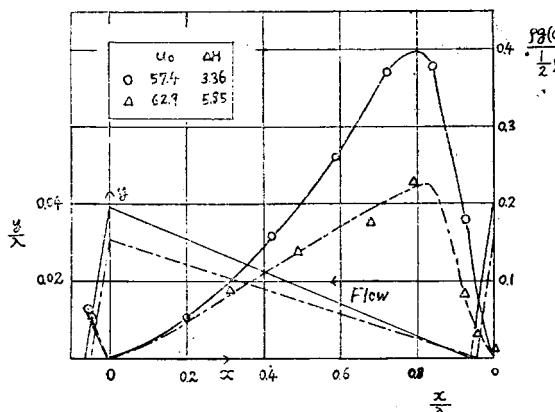
砂漣はほぼ 0.1 cm/sec の速度で進行するとともに、たえずその形を変えるので測定はきわめて困難であつた。従つて高い精度は期待できないけれども、外径 2 mm の静圧管を砂漣の表面に接して移動させ、圧力のよみは水平線と角度 θ をなす傾斜マノメーターで $3\sim 5$ 倍に拡大することにより、目的はほぼ達せられたように思う。同時に外径 1.2 cm の Prandtl 型ピトー管及び直径 3 cm のプロペラ型流速計で流速分布を測定し、 $4H$ の高さにおける流速 u_0 が求められた。

図-8 に示すように砂漣の山の位置を原点とし、砂漣の基部にそつて x 軸、それに垂直に y 軸をとる。水路は十分に長く流れは完全に平衡状態であるから、 x 軸の勾配と水面勾配とは統計的には平行であるにちがいない。いま個々の砂漣についても、両者は平行と仮定すると、座標 x 、 y をもつ砂漣表面上の圧力を P 、砂漣の山における圧力を P_0 、傾斜マノメーターの両者のよみの差を a とすれば次式が得られる。

$$P - P_0 = \rho g [a \sin \theta + (\Delta H - y - xI)] \quad \dots \dots \dots (14)$$

y なる高さにおける砂漣の背面と前面の圧力差 ΔP は背面、前面における量に添字 1、2 をつけると、

図-8 砂漣に沿う圧力分布



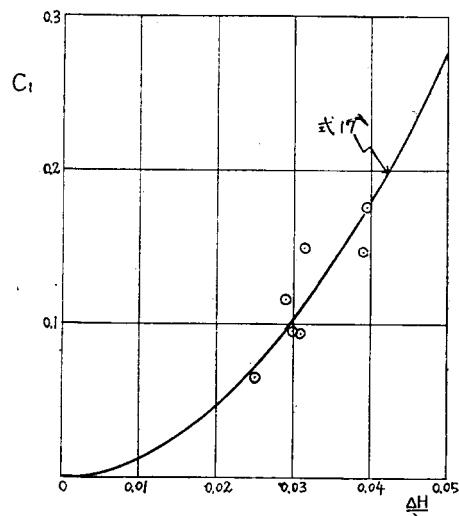
$$\Delta P = \rho g [(a_1 \sin \theta - x_1 I) - (a_2 \sin \theta - x_2 I)] \dots \dots \dots (15)$$

となる。従つて砂漣に働く圧力抵抗及び圧力抵抗係数は

$$D = \int_0^{\Delta H} \Delta P dy = \frac{1}{2} \rho C_1 u_0^2 \Delta H \dots \dots \dots (16)$$

で与えられる。(14) 式における $\rho g (\Delta H - y)$ は水表面が x 軸に平行と仮定したときの静水圧を示し、抵抗には無関係であるから考える必要がない。図-8 は $\rho g (a \sin \theta - xI) / \frac{1}{2} \rho u_0^2$ の分布を x/λ に対してプロットした例である。この値は流速の最も大きい山において最小で、前の砂漣の山をこえた流れが噴流のようにつきあたる $x/\lambda \approx 0.8$ 付近において最大となり、自由な流れのなかにおかれた円柱のまわりの圧力分布と似かよつた傾向を示すことが注目される。つぎにこれらの圧力分布曲線から y/λ に対応する圧力差 ΔP を図上に

図-9 砂漣の圧力抵抗係数



てよみとり、(16)式を数値積分して圧力抵抗が計算される。さらに u_0 の実測値を用いて圧力抵抗係数 C_1 が求められる。 C_1 は砂漣の粗度に規定されるは

ずであるが、両者をプロットすると図-9 に示すように、かなり散らばつてはいるけれども明瞭な函数関係が認められる。いま $\Delta H/\lambda = 0$ のとき $C_1 = 0$ なることを考慮して 2 次式を仮定し、最小二乗法で係数をきめると、実験式として次式

$$C_1 = 0.161 \frac{\Delta H}{\lambda} + 107.6 \left(\frac{\Delta H}{\lambda} \right)^2 \dots \dots \dots (17)$$

が得られ、同図に実線で記入されている。

5. 砂漣の流体抵抗の機構 (II) 数値的考察

3. の考察に実測値を適用するに際して、まず式中の k_0 について一言しておこう。河床が混合砂礫より構成されるときの相当粗度は Einstein によると D_{65}

の程度であるといはれている¹⁾。しかし河床表面の砂が移動しているときには砂粒の配列がかわり、砂粒を密にしきつめた標準的な Nikuradse の場合にくらべて、いくらか粗度が大きくなるであろう。さらに移動砂の速度と流速との間の相対速度も相当粗度を大きくするように作用する。従つて砂漣に沿う境界層の粗さは D_{65} よりはいくらか大きいようと考えられる。この点を吟味するために安芸、佐藤両博士⁸⁾および G.K. Gilbert⁹⁾の水路実験のなかで、砂漣が発生せず河床が平滑な場合の資料を選び、Einstein の方法¹⁰⁾により側壁の影響を除去して流砂時における砂粒の相当粗度 k_0 を求めた。 k_0 の値は掃流力にほぼ無関係でその平均値は表-2 のようになっている。 k_0/D_{65} の平均値

表-2 流砂時における砂粒の粗度

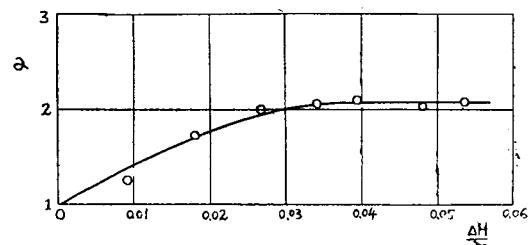
研究者	砂の番号	砂 径 (mm)			k_0/D_{65}	流砂時の Ψ_{50}
		D_{25}	D_{50}	D_{65}		
安芸及び 佐 藤	A	0.20	0.218	0.24	1.26	
	B	0.24	0.32	0.62	1.40	2.45
	C	0.84	1.16	1.42	1.83	2.23
Gilbert	B	0.375	0.375	0.375	2.00	0.39—0.69
	C	0.506	"	"	1.57	0.30—0.79
	D	0.786	"	"	1.35	0.23—0.56
	F	3.17	"	"	1.93	0.068—0.13
	G	4.94	"	"	1.47	0.055—0.17

は 1.87 であるから、われわれは流砂時における砂粒の相当粗度 k_0 は $1.85 D_{65}$ で与えられるものとしよう。つぎに図-1 の砂漣の形から明らかなように(7), (8)式における λ' は波長 λ に等しいとみなしてよい。

さてわれわれの観測においては、河床に形成された砂漣のスケール、相当粗度及び D_{65} は求められており、圧力抵抗係数はこの程度の実験範囲では(17)式で表わされるから、(5), (6)及び(7)式より摩擦抵抗係数 C_2 を求め、(8)式より τ_2/τ が得られる。さらに(11), (12)及び(13)式より砂漣が境界層の抵抗に及ぼす干渉の度合 α が求められる。

圧力抵抗の測定は、横巾の小さい B 水路で水深が 23~37 cm の範囲で行われたため、側壁の影響が介入して 2 次元流とはみなしにくいから、解析には A, C 水路の観測及び B 水路において水深が小さい場合の資料を用いる。また河床に形成された砂漣のスケールやその上の流速にはかなりの変動があり、測定を困難ならしめるだけではなく、測定値の散らばりもいちじるしいために、 α の値の計算には図-3, 4, 5 に実線で示されているような観測値の平均曲線を用いた。結果は図-10 に示したように、 $\frac{4H}{\lambda} = 0$ のとき $\alpha = 1$ より出発して、 $\frac{4H}{\lambda}$ とともに大きくなり、 $\frac{4H}{\lambda} > 0.02$ では α は予期以上に大きな値すなわち 2 程度の値をとる

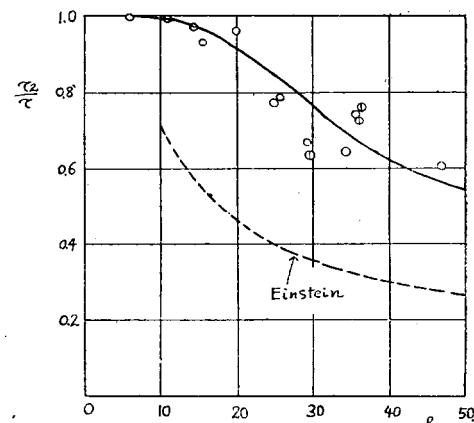
図-10 摩擦抵抗に及ぼす砂漣の影響



ことが注目される。このことは後流中に含まれる大きなスケールの乱れが境界層内の速度分布を一様ならしめようとするために、大きな剪断応力を与えることによ起因するものと考えられ、粗面に関して栗原教授¹¹⁾が指摘されたとほぼ同一の機構によるものであろう。

つぎに両抵抗の寄与の割合を表わす τ_2/τ を水深に対して示すと図-11 が得られる。なお図中の実線は上

図-11 摩擦抵抗と全抵抗との割合



述の平均曲線を用いての計算値である。一方 Einstein の方法によると τ_2/τ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\tau_2}{\tau} &= \frac{R_2}{R} \\ \frac{\bar{u}}{gR_2 I} &= 6.25 + 5.75 \log \frac{xR_2}{D_{65}} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

ここに x は粗領域からのはずれを示すパラメーターでわれわれの場合には 1 に等しい。A 及び B 水路について平均流速 \bar{u} を h に対してプロットし、その平均曲線を用いて(18)式より τ_2/τ を求めると図-11 の点線が得られる。同図からこの場合、Einstein の方法は砂漣の影響を過大に評価していることがわかる。

6. 流砂量

この実験においては、多くの流砂河川と同様に、河床砂の粒径がかなりの範囲に変化し、また大規模な砂漣が形成されているので、流砂量は普通の実験水路よ

りもさらに複雑であり、また測定の精度も明らかでないで明確な結論は得られないが、いままでの流砂量公式から実測の結果を検討してみたい。なおこの観測の範囲では流砂は砂漣に沿つて底面付近のみを移動しているから、以下では掃流砂量を主として考えることにする。

Einstein¹⁾ は流砂の機構をしらべて精密な理論をくみ立て、前述した砂漣の影響のほかに粒度分布をも考慮している。それによると (18) 式より計算される τ_2 を用いて、掃流砂量は次の函数関係で表わされる。

$$\frac{i_B q_B}{i_b \sqrt{\sigma g D^3}} = f\left(\frac{\tau_2}{\rho \sigma g D \xi'}\right) \quad \dots \dots \dots (19)$$

ここに q_B は単位巾を単位時間に運ばれる掃流砂の実質容積、 i_b , i_B はそれぞれ河床砂あるいは掃流砂のうち、与えられた粒径の砂が占める割合を表わしている。なお ξ' はいろいろの要素から構成されるが、主として粒度分布による砂の hiding effect を表わし、実験的にきめられたパラメーターである。簡単のため上式において、河床が均一な砂から構成され、かつ粗領域にあるとすると $\xi' = 1$ であるから掃流砂量は

$$\phi_B = \frac{q_B}{\sqrt{\sigma g D^3}} = f\left(\frac{\tau_2}{\rho \sigma g D}\right) \quad \dots \dots \dots (19')$$

となる。

また著者はかつて河床に砂漣が形成されると、河床付近の流れの変化等により流砂量 q も影響をうけるものと考え、Gilbert²⁾ の均一砂についての水路実験資料から Du-Boys 型の流砂量公式を求めた³⁾。それを書きなおすと³⁾,

$$\phi = \frac{q}{\sqrt{\sigma g D^3}} = 25 \Psi^{1.3} (\Psi - 0.8 \Psi_c) \left(\frac{k_s}{D_{65}} \right)^{-0.44} \quad \dots \dots \dots (20)$$

$$\Psi = \frac{\tau}{\rho \sigma g D} \quad \dots \dots \dots (20)$$

となる。ここに Ψ_c は限界掃流力の無次元表示である。

なおこの式の適用は浮流流砂が大きな役割をしめない領域に限られるものである。

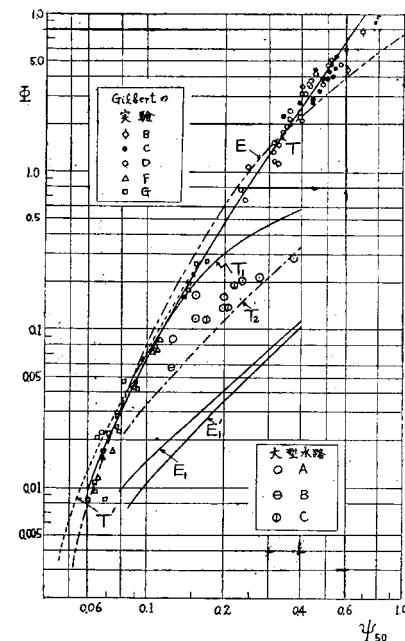
(19), (20) 式は今までの公式と異なり砂漣の影響が考慮されている。まず河床が平滑な場合には、両式において $\tau_2 = \tau$, $k_s/D_{65} \approx 1$ であるから、 ϕ_B あるいは Ψ のみの函数となる。図-12 には Gilbert の実験のなかで河床が平滑な資料を選び出し、側壁の影響を除いてプロットしたものである。また同図の E ((19') 式) 及び T 曲線 (20 式, $0.8 \Psi_c = 0.045$) はこの特殊な場合を示すものであるが、両式とも実測値とよく一致している。さて大型水路における観測値は平均粒径 D_{50} を用いて同図に示されている。流砂量は平滑な場合にくらべてはなはだしく小さく、特に Ψ が大きく砂漣の発達のいちじるしいところで、この偏差の大きいこと

が注目される。このことは砂漣による流砂量減少の影響及び河床砂がかなり広範な粒度分布をもつことに起因する考え方があるので、以下において定量的な吟味を加えてみたい。

まず Einstein の方法に従い、(18) 式より求められ

図-12 諸公式と流砂量との比較

る τ_2 を用い、A, B 水路の流砂量（彼の定義による浮流砂量を含む）を計算すると、図の E'_1 曲線が得られ実測値にくらべてかなり小さい。また E'_1 曲線は河床砂が均一粒径 D_{50}



の砂からなるものとして、(19') 式から求めたものである。 E_1 及び E'_1 曲線がかなり一致していることから、理論と実測との不一致は、粒度分布よりもむしろ (18) 式による τ_2 の推定の誤差によるもののように思われる。

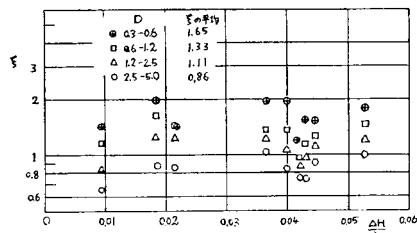
一方 (20) 式よりこの水路に砂漣が発生していないと仮定したときの流砂量は、限界掃流力 $\Psi_c = 0.048$ を用いて点線で示された T' 曲線で表わされる。砂漣の影響として、砂の輸送は砂漣の背面において行われるから、砂の移動に寄与する流れや流体力は砂漣の背面に沿つて発達する境界層の摩擦抵抗 τ_2 に規定されることが考えられる。従つて全抵抗 τ の代りに、前章で求められた τ_2 の平均曲線（図-11 の実線）を用いることにする。簡単のために河床砂が D_{50} の粒径の砂からなるものとすると T_1 曲線が得られ、定性的な傾向は改善されるが、定量的な一致をみるまでに到らない。このことからさらに粒度分布の影響及び砂漣の発生下では砂の移動形式が異なる補正等を考慮する必要が起つてくる。

これらの影響を実験的に求めるために、パラメータ ξ' を導入し、各粒度ごとの流砂量が (20) 式を変形した次式

$$\left. \begin{aligned} \frac{i_B q}{i_b \sqrt{\sigma g D^3}} &= 25 \Psi_*^{1.3} (\Psi_* - 0.8 \Psi_c) \\ \Psi_* &= \frac{\tau_2}{\rho \sigma g D \xi} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

で表わされるものとしよう。われわれの実測においては、河床砂及び砂流はフリイ分けられ（図-2） i_B , i_b 及び q は既知であるから、逆に ξ を求めることができる。いま粒径を $0.3 \sim 0.6$, $0.6 \sim 1.2$, $1.2 \sim 2.5$, $2.5 \sim 5.0$ mm の 4 種にわけ、各粒径について ξ を $4H/l$ に対して図示すると図-13 が得られた。この範囲内

図-13



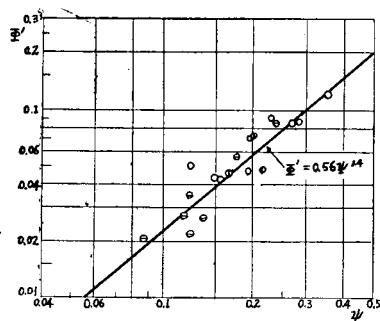
では ξ は砂漣の粗度に無関係で粒径のみに関係しているようである。このことは Einstein が指摘しているように、小粒径の砂は粗粒に遮蔽されて動きにくく ($\xi > 1$)、逆に大きな粒径の砂は平均河床より突出して動きやすいことを示すものようである。しかしながら D/D_{65} の値が小さいときの ξ の値は、Einstein の実験から予想されるものにくらべてはなはだしく小さい。この差異が砂漣の存在のための砂の移動形式の変化に起因するものであるかどうかは将来の研究にまたねばならない。

なおここで (20) 式を実測値と比較してみたい。(20) 式は水路床に形成された砂漣の粗度が、この水路の砂漣よりもかなり大きいと考えられる小流量の水路実験資料を用い、次元解析より導かれたものであるが、測定された k_s の平均曲線を使用し、一様粒径として計算すると図-12 の T_2 曲線が得られる。実測値にかなり近い結果を与えることから、(20) 式は河川流砂量の概略値を見積るのには役立つように思われる。

最後に砂漣はたえず進行して、河床砂礫を集団として下流にはこんでゆく作用をもつている。いま砂漣の進行速度を u_r 、その形を長さ λ 、高さ $4H$ の三角形とみなせば、砂漣として単位巾を単位時間に通過する砂の実質容積は $4H \cdot u_r / 2r$ で与えられる。従つて流砂量 ϕ との類推から無次元表示、 $\phi' = \frac{4H \cdot u_r}{2r \sqrt{\sigma g D_{50}^3}}$ を導入すると、 $\phi' = \Psi_{50}^{1.3}$ の函数となるであろう。簡単な実験から求められた $r = 1.90$ を用いて、図-14 に示されるように明瞭な函数関係が認められ

$$\phi' = 0.56 \Psi^{1.4} \quad (22)$$

図-14 砂漣としての移動量



とかくことができる。同一の掃流力に対する ϕ' の差は、砂漣を構成する個々の砂はたえず移りかわることを示すもの

であつて、その比はほぼ 2.5 の程度である。

7. 結 語

河床の全抵抗は砂漣の圧力抵抗とその背面にそつて発達する境界層の摩擦抵抗よりなるものと考え、圧力抵抗係数を測定することによって、河床に形成された砂漣の流体抵抗の機構及び流砂量に及ぼす影響が解析された。現象の複雑さのために、将来の研究にまたねばならぬ点が多いが、得られたおもな結果を要約すると次のとくである。

1. 河床の砂漣の形成された流砂河川の相当粗度は砂漣のスケール、とくに波高に規定され、流れの条件によつて変化する。

2. 砂漣の圧力抵抗係数が砂漣の粗度の函数として実験的に求められた。

3. 両抵抗の寄与の割合を推定する方法を導き、また境界層の摩擦抵抗が後流の乱れの干渉をうけて、大きくなることが指摘された。この考察を逆にして、流砂河川において砂漣のスケールが知られるならば、相当粗度や抵抗係数を求めることができる。

4. Einstein の方法に従つて計算された流砂量は、この実測値と比較して過少な値を与える。この理由は主として砂粒による摩擦抵抗を推定する方法の誤差によるものと考えられる。

5. 均一粒径の砂を用いた水路実験より求められた流砂量公式が、河床砂の粒度が広い範囲に変化し、かつ砂漣が形成されている場合に必要とされる補正について論じた。しかしこの補正項の函数形をきめるためには、さらに多くの研究を必要とする。

本文には砂漣のスケールはあらかじめ与えられているものとして、砂漣自身が流れの条件や河床砂の性質によつて、どのように発生、発達するかという点には全くふれていない。このような解析を適用して流砂問題の解決をはかるためには、砂漣の性質を定量的に把握することが要望される。

終りに終始御指導をいただいた九州大学応用力学研

研究所栗原、篠原両教授、水路観測をともにした河角、安富両氏並びに多大の御援助を与えられた建設省斐伊川工事事務所の方々に対して、厚く感謝の意を表したい。

参考文献

- 1) H. A. Einstein : "The Bed Load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flows", U.S. Dept. of Agriculture, No. 1026, 1950.
- 2) 植 東一郎 : "水路床砂礫の掃流量について", 九大流研報告, 7巻4号, 1951.
- 3) T. Tsubaki, T. Kawasumi and T. Yasutomi : "On the Influences of Sand Ripples upon the Sediment Transport in Open Channels", Rep. of Res. Inst. for App. Mech. Kyūshū Univ., vol. II, No. 8, 1953.
- 4) A. G. Anderson : "The Characteristics of Sediment Waves formed by Flow in Open Channels", Third Midwestern Conf. on Fluid Mech. 1953.
- 5) R. W. Powell : "Flow in a Channel for definite Roughness", Trans. A.S.C.E., vol. 111, 1946.
- 6) L. Prandtl und H. Schlichting : "Das Widerstandsgesetze rauher Platten", Werft Reederei Hafen, 1934.
- 7) H. Schlichting : "Experimentelle Untersuchungen zum Rauhigkeitsproblem", Ing. Archiv, Bd. 7, 1936.
- 8) 安芸皎一・佐藤清一 : "河相論"参照.
- 9) G.K. Gilbert : "The Transportation of Debris by Running Water", U.S. Geological Survey, Prof. Paper 36, 1914.
- 10) H.A. Einstein : "Formular for the Transportation of Bed Load", Trans. A.S.C.E., vol. 107, 1942.
- 11) 栗原道徳 : "粗滑遷移領域における管流の抵抗法則について", 九大流研報告, 7巻3号, 1951.

現地軌道の左右レールが受けける非対称応力 および圧力に関する統計学的考察

正員 工学博士	小林 勇*
正員	後藤 尚男**
准員	吉川 和広***

STATISTICAL STUDY ON THE NON-SYMMETRICAL STRESSES AND PRESSURES IN THE BOTH-SIDE RAILS OF RAILWAY TRACK

(JSCE Aug. 1955)

*Dr. Eng., Isamu Kobayashi, C.E. Member, Hisao Gotō, C.E. Member,
Kazuhiro Yoshikawa, C.E. Assoc. Member.*

Synopsis From experiments we ascertained that the both-side rails of field track take non-symmetrical stresses and pressures under the running car and investigated statistically their non-symmetries. Expressing the non-symmetries by the coefficient of deviation β and considering the frequency distribution of β reasonably as the Slade-type, we made the statistical study and computation of values of β , and finally described the relation between β and car velocity.

要旨 本研究は現地に敷設されている左右のレールが走行車両によって左右でそれぞれ異なるたる応力及び圧力を受けるということを実験的に確認したのち、これらの実験応力及び圧力の非対称性を統計学的に考察しようとしたものである。この場合応力及び圧力に関する非対称性を偏移係数 β を表わし、この β の頻度分布を Slade 型とみなすことの妥当性を検討したのち、 β に関する統計学的な考察を進めて必要な統計諸量を算出し、最後に β 一速度関係に言及した。

1. 緒言

運転列車による走行荷重をうけて、軌道には複雑な動的現象が起ることはすでによく知られており、かつこの現象は車両と軌道との相互関連運動によつて起ることも容易に考えられる。ところがこの動的現象を純理論のみによつて解析することははなはだしく困難である。そこですでに各種の実測調査による実験的な研究が行われ、著者等も主としてレール、枕木、道床等について数多くの現地実験を行つてきた。しかしながらこれらの実験において車両からの荷重は左右のレールに対して均等には作用せず、若干偏移しているといふ数多くの事実を確認した。すなわちレール応力、レ

*京都大学教授、工学部土木工学科教室

**京都大学助教授、"

***大学院学生、"