

## 粘土の粘弾性について\*

正員 工学博士 村山 朔 郎\*\*

## ON THE VISCO-ELASTICITY OF CLAY

(JSCE July 1955)

Dr. Eng., Sakurō Murayama, C.E. Member

**Synopsis** Though clay behaves as if it is visco-elastic body with Voigt's elements when it is oscillated torsionally with small amplitudes, it flows as a viscous material with internal friction when it is being deformed widely by a statical shearing stress. To investigate such a difference in the properties of the clay appeared on the different applications of forces, creeps of the clay by various constant shearing stresses are measured and their results are analysed to see the natures of each elements of its visco-elasticity. With this analysis, it is revealed that the elasticity decreases with its deformation and vanishes at last, but the viscosity and the internal friction increase with the deformation and converge to constant values.

Moreover in this paper, the causes and natures of this phenomenon are researched analytically.

**要旨** 粘土は微小振巾の振り振動を用いて測ると単純な Voigt 要素を有する粘弾性体のごとくふるまうが、静的せん断力を与えて大きな変形を生じさせると純粋塑性的な流動を行う。このように測定法により粘土の物性のかわる状態をみるため、一定のせん断力によるクリープを実測して、粘弾性の個々の要素の性質を検討した。これによれば、弾性は変位とともに減少してついに消滅するに到るが、粘性及び内部摩擦力は変位とともに増加して一定値に達することが認められた。さらにこの現象の成因並びにその変化の状態についての一考察を行つてみた。

## 1. 緒言

粘土の物性は圧密現象、地這りなどの解明のため、その究明が必要であるが非常に複雑である。その上実験試料として自然の不攪乱土を用いる場合とこねて造形したものを用いる場合とでは、その構造の相異のため、物性もまた変わることはよく知られている。しかしたとえ同一試料を用いて測定しても、測定方法が異なると異なつたふるまいを示す。たとえば微小振巾の振り振動によつて測定すれば、粘土は単純な Voigt 型塑性体のごとく認められた<sup>1)</sup>が、ここにのべるような静的なクリープの実験では、そのふるまいはまた異なつてくるのでその本質を明らかにせねばならない。

ここにのべる実験は気乾粘土を砕き、水を加えてこねて作つた試料にせん断力を加えたときのクリープを

測つた実験で、これは昭 27 年卒の山西君<sup>\*\*\*</sup>、昭 28 年卒の前田君<sup>\*\*\*\*</sup>に卒業研究の一部として行つてもらつたものである。当時諸事情で設備、装置など満足なものが使えなかつたが、粘土の性質の一端をうかがえるものとしてここに紹介する。装置改良の上再実験を予定しているので、ここの結果はさらに改良されるかも知れない。

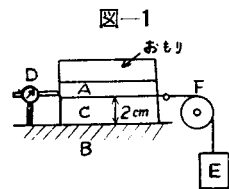
## 2. 粘土のせん断変形の測定

図-1のごとく粗面の表面をもつ水平台 B 上に粘土片 C (10 cm × 10 cm × 2 cm)

を載せ、さらに C 上に粘土片と同一面積 (10 cm 角) をもつ粗面板 A をおき、板 A の端面下縁中心を滑車 F と荷重 E とによつて水平に

引いて粘土の経時せん断変形を測定した。この変形は粘土について直接測る代りに、板 A の端面に 1/100 mm 読みのダイヤルゲージ D を図のごとく当てて、粘土の表面変位を測つた。なおダイヤルゲージの内部バネの力がせん断力に追加されることを防ぐために、ダイヤルゲージの動軸につけられているつる巻バネは取り外し、微力なひげバネのみを残した。また粘土と台 B あるいは板 A との間に滑りがないように、台、板の界面には横に刻みをつけたほか、セメントペースト及びセメント粉をもつてその糊着をはかつた。

粘土試料には大阪粘土 (昭 28 年の実験) または蛙目粘土 (昭 27 年の実験) の乾燥片を砕き加水してこね返し、一定含水率にしたものをピストン状筒筒に入れ、全体をビニール布で包んで約一昼夜「ねかせた」ものを用い、使用時必要なだけ押し出してワイヤソー

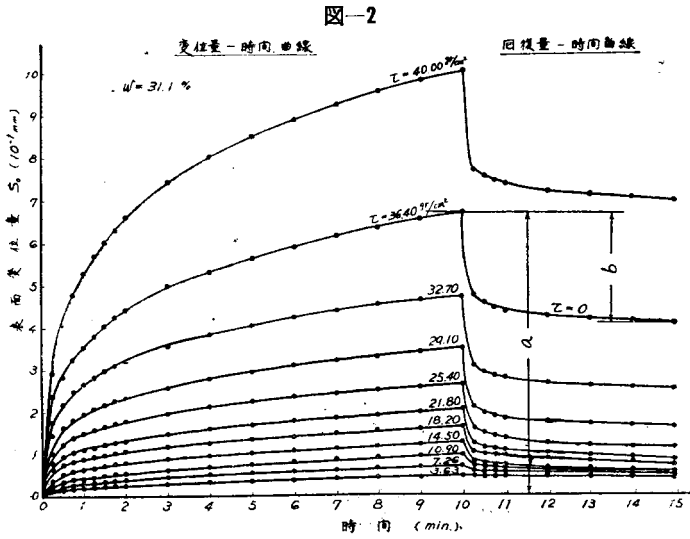


\* 昭.29.5.28 土質学会春季講演会 (日大において) にて講演

\*\* 京大教授 工学部土木工学教室

\*\*\* 山西政男: 北陸電力工務部

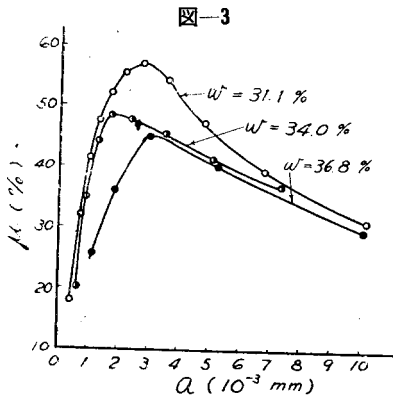
\*\*\*\* 前田祐正: 間組大天竜建設所



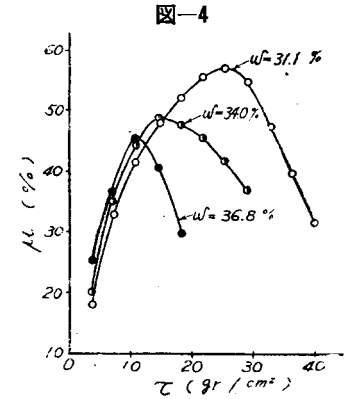
で所定の厚さに両面平行に截断して試料Cとした。粘土片に加える鉛直圧力は粗面板Aの上におもりをおいて行い、せん断力を加える前、図-1の状態約1時間放置し、鉛直圧力による圧密条件を一定にしておいてから、そのままの鉛直圧力下でせん断試験を行つた。

図-2 左半は上述のごとくして作った含水率  $w = 31.1\%$  の大阪粘土の試料に、種々の一定せん断応力度  $\tau$  ( $\tau$  は  $E$  の重さを  $100\text{ cm}^2$  で除した値) を加えたとき生ずる試料表面の変位量  $s_0$  を、せん断力負荷後 10 分にわたつて記した図で、同図右半はその後ただちにせん断力を取除き、弾性余効によつて回復する変位の経時変化を 5 分にわたつて記した 2 種の変位-時間曲線である。含水率が  $34.0\%$ 、 $36.8\%$  の場合についても同様の測定を行つた (図は省略)。なお上記いずれの場合も、鉛直応力度  $p$  は  $p = 45.4\text{ g/cm}^2$  とした。

図-3 はこれらの結果を用いて、 $\tau$  による 10 分間の総変位量  $a$  と以後 5 分間の弾性余効による回復量  $b$  (図-2 参照) との比  $\mu$  ( $\mu = b/a$ ) と  $a$  との関係を示す。

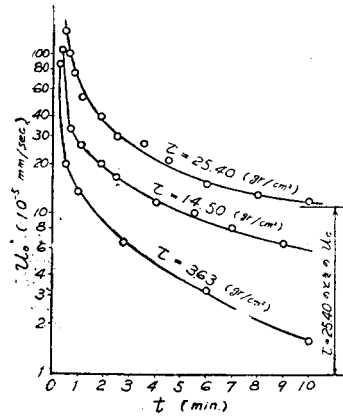


種の含水率の試料について画いた図であり、図-4 は横軸を  $a$  の代りに  $\tau$  を生じるために加えたせん断力  $\tau$  を用いたもので、いずれも曲線は極

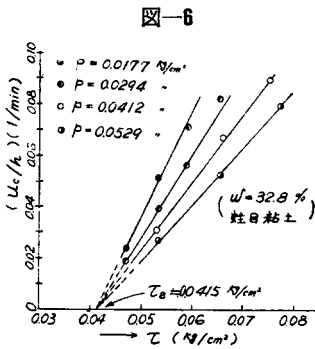


大点を有し、 $a$  または  $\tau$  の増加とともに弾性の効き方が減じてくるように見える。図-5 は 図-2 から各

図-5



瞬間における試料表面のせん断変位速度  $u_0$  を求め、 $u_0$  を縦軸に対数目盛で、経過時間  $t$  を横軸に算術目盛で画いたもの一例で、本例は  $w = 31.1\%$ 、 $\tau = 3.63$ 、 $14.50$  及び  $25.40\text{ g/cm}^2$  の場合のみをしめしたが、他の場合にも全く同傾向の図が得られた。すなわち変位速度  $u_0$  は経過時間が大になり、変位の大きい所では、 $t$  に無関係となり一定値  $u_c$  に漸近する。この一定速度  $u_c$  と  $\tau$  との関係は 図-6 のごとくなる。図の実験結果は前記と同様にして作った蛙目粘土の含水率  $32.8\%$  の試料を用い、板A上の載荷重量も種々にかえて変位が相当大きくなり  $u_0$  が定常をつづける範囲について測定したものである。 $u_c - \tau$  曲線 (ただし 図-6 には  $u_c$  の代りに  $u_c/h$  を用う;  $h$  は試料の厚さ) はそれぞれの鉛直圧力度  $p$  に対して 図-6 のごとき直線となり、各実直線の延長は  $\tau$  軸上の一点  $B$  に



集中し、 $\tau_B$  を Bingham の降伏値とするいわゆる Bingham の流動をなす。なお 図-6 の直線下端付近の原点との間の部分は  $u_0$  が時間とともに変化する不定速度の範囲である。また  $p$  の増大とともに直線の傾斜が下ってくるのは、試料が圧密された結果粒子間摩擦力が増大するためと思われ、これら直線の  $\tau$  軸に対する傾斜角の正切を  $(1/\eta)$  とし、参考に  $\eta$  と  $p$  との関係が求めれば 図-7 のごとくである。別に、 $\tau$  を一定の速度で増大しながら試料に加えて  $u_0$  と  $\tau$  との関係が求めると、図-8 のごとくなり、図中の直線部

図-7

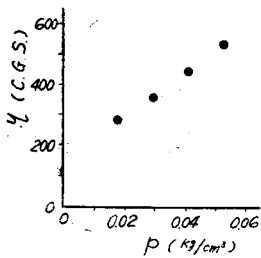
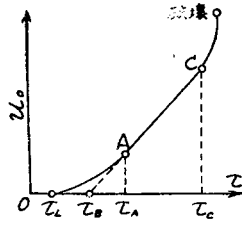


図-8



AC は 図-6 の  $u_0$ - $\tau$  直線に相当する純弾塑性流動の範囲である。 $0 < \tau < \tau_A$  の範囲は  $\tau$  が一定のときには  $u_0$  は時間とともに変わる部分であり、また  $\tau > \tau_C$  に到ると  $u_0$  は急激に増大して試料はついに破壊に達する。ゆえにせん断外力  $\tau$  の大小により粘土の変形状態を区別すれば、 $0 < \tau < \tau_A$  の範囲における粘弾性的変形、 $\tau_A < \tau < \tau_C$  の範囲の純弾塑性の変形及び  $\tau_C < \tau$  の範囲の破壊の変形の三態を有していることとなる。 $\tau_C$  は破壊応力を、 $\tau_A$  はいわゆる上限降伏値を示す。 $\tau_A$  以下の範囲の粘土の性状は 1. にのべたごとく微小振巾の振り振動で調査すれば単純な Voigt 型塑性体を示している。この範囲で、 $0 < \tau < \tau_L$  で変位の生じないような  $\tau_L$  が存在するときは  $\tau_L$  を下限降伏値といっている。

3. 実験に対する考察

図-1 の実験の諸元に対して、図-9 のごとく粘土試料の高さを  $h$ 、せん断ひずみ角を  $\gamma$ 、粘土の粘性係

数及び剛性係数をそれぞれ  $\eta$  及び  $G$ 、その内部摩擦抵抗を  $\tau_0$ 、試料表面に加えるせん断外力を  $\tau$  とする。変位速度が小さいので粘土及び荷重の慣性を無視し、かりに粘土を  $G$ 、 $\eta$  及び  $\tau_0$  を常数とする振動測定から求めたとき単純な Voigt 型塑性体とすれば、次の関係式ができる。

$$\tau = G\gamma + \eta \frac{d\gamma}{dt} + \tau_0 \dots\dots\dots(1)$$

各水平層の変位速度を  $u$ 、試料表面の変位速度を  $u_0$  とすれば、

$$\begin{aligned} \frac{d\tau}{dt} &= \frac{d}{dt} \left( \frac{dx}{dy} \right) = \frac{d}{dy} \left( \frac{dx}{dt} \right) \\ &= \frac{du}{dy} = \frac{u_0}{h} \dots\dots\dots(2) \end{aligned}$$

$t=0$  で  $\tau=0$  ならば (1) 式より、

$$\left. \begin{aligned} \tau &= \frac{\tau - \tau_0}{G} \left( 1 - e^{-\frac{G}{\eta}t} \right) \\ \frac{d\tau}{dt} &= \frac{\tau - \tau_0}{\eta} e^{-\frac{G}{\eta}t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

(2)、(3) 両式より、

$$\ln \left( \frac{u_0}{h} \right) = \ln \left( \frac{\tau - \tau_0}{\eta} \right) - \frac{G}{\eta}t \dots\dots\dots(4)$$

また 図-3 の実験に対応するように一定せん断力を加えて変位量を  $\tau_a = (a/h)$  に到らせたのち、せん断外力を取除き弾性余効によつて  $t_b = 5 \text{ min}$  だけ回復させたときの回復量  $\tau_b = (b/h)$  の算定は次式のごとくである。回復時は回復力  $G\tau_b$  と  $\tau_0$  とは作用方向が反対であるから、(1) 式において  $\tau_0 = -\tau_0$  及び  $\tau=0$  とおけば、

$$G\tau - \tau_0 + \eta \frac{d\tau}{dt} = 0$$

ゆえに

$$\tau = \left( \tau_a - \frac{\tau_0}{G} \right) e^{-\frac{G}{\eta}t} + \frac{\tau_0}{G}$$

回復量  $\tau_b$  は  $\tau_b = \tau_a - [\tau]_{t=t_b}$  として上式より、

$$\tau_b = \left( \tau_a - \frac{\tau_0}{G} \right) \left( 1 - e^{-\frac{G}{\eta}t_b} \right) \dots\dots\dots(5)$$

$\tau_b$  と  $\tau_a$  との比  $\mu$  は、

$$\mu = \frac{b}{a} = \frac{\tau_b}{\tau_a} = \left( 1 - \frac{\tau_0}{G\tau_a} \right) \left( 1 - e^{-\frac{G}{\eta}t_b} \right) \dots\dots\dots(6)$$

$\tau$  を大にして、図-8 のごとく弾性限度を超えた範囲の変形を行つているときには、 $G=0$  として (1) 式より、

$$\tau - \tau_0 = \eta \frac{d\tau}{dt} \dots\dots\dots(7)$$

(7) 式の  $(d\tau/dt)$  は  $\tau$  が一定ならば一定で、純弾

塑性変形を示し、その表面変位速度  $u_0$  もまた一定となり、これを  $u_c$  とすれば  $(dr/dt) = (u_c/h)$ 、また  $(dr/dt) = 0$  の所の  $\tau$  は Bingham の降伏値  $\tau_B$  であるから (7) 式は、

$$\tau - \tau_B = \eta \frac{dr}{dt} = \eta \frac{u_c}{h} \dots\dots\dots (8)$$

$t$  を純粋塑性流動に入つたときから起算した経過時間、 $\tau_B$  をそのときに有していた変位量とすれば、

$$\tau = \frac{\tau - \tau_B}{\eta} t + \tau_B \dots\dots\dots (9)$$

次に上記のように  $G$ 、 $\eta$  及び  $\tau_0$  を常数とした1個の単純な Voigt 型塑性体の性状方程式は、2. にのべた実験結果と比べると非常に相異なる部分があるからそれらの相異点とその考察を以下に行う。

まず 図-6 とそれに対応する (8) 式とを比較すると、この場合の対応はよく一致し、この部分では  $G=0$ 、 $\eta$  = 常数であることが認められる。

次に 図-3 とこれに対応する (6) 式とを比較する。ここでは  $t_b$  は  $t_b = 5 \text{ min} = \text{const.}$  であるから、 $G$ 、 $\eta$  及び  $\tau_0$  が常数であれば、 $\mu$  は (6) 式より次のごとくかける。

$$\mu = A \left( 1 - \frac{B}{\tau_a} \right)$$

ここに  $\dots\dots\dots (10)$

$$A = 1 - e^{-t_b G / \eta} = \text{定数} > 0$$

$$B = \tau_0 / G = \text{定数} > 0$$

よつて

$$\frac{d\mu}{d\tau_a} = \frac{AB}{\tau_a^2} > 0, \quad \frac{d^2\mu}{d\tau_a^2} = -2 \frac{AB}{\tau_a^3} < 0 \dots\dots\dots (11)$$

ゆえに  $\mu$  は  $\tau_a$  とともに上昇する上に凸の曲線であらなければならない。しかし 図-3 はこれと異なり、変位の当初は右に上昇するが、極大点を有しその後は下降する。これは (6) 式のごとく  $G$ 、 $\eta$  及び  $\tau_0$  を常数としたことが妥当でなかつたものと考えられる。そこで  $G$ 、 $\eta$  及び  $\tau_0$  の全部あるいはそのうちのいくつかを  $\tau$  の函数とみて、(1) 式の代りに  $G$ 、 $\eta$  及び  $\tau_0$  を  $\tau$  の函数とした次式を仮定する。

$$\tau = G(\tau) \cdot \tau + \eta(\tau) \cdot \frac{dr}{dt} + \tau_0(\tau) \dots\dots\dots (12)$$

図-3 の実験曲線は、(12) 式で示される粘弾性体に  $\tau_a$  の変位を与えたのち、 $t_b$  時間 ( $t_b = 5 \text{ min}$ ) 弾性余効の回復をさせたときの回復量  $\tau_b$  の  $\tau_a$  に対する比  $\mu$  と  $\tau_a$  との関係曲線であるとし、図-10のごとくその線上

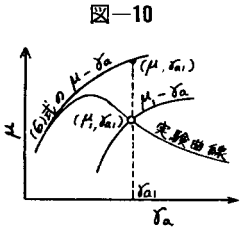


図-10

たとえば下降部分上に一点  $(\mu_1, \tau_{a1})$  をとり、そのとき有する粘弾性係数を  $G_1$ 、 $\eta_1$  及び  $\tau_{01}$  とする。別に次式、

$$\tau = G_1 \tau + \eta_1 \frac{dr}{dt} + \tau_{01} \dots\dots\dots (13)$$

を仮想し、 $G_1$ 、 $\eta_1$  及び  $\tau_{01}$  は常数とする。(13) 式の示す仮想粘弾性体に上記と同様な  $t_b = 5 \text{ min}$  の弾性余効の回復をさせたときの  $\mu - \tau_a$  曲線は (6) 式と同様にして算出され、これを  $\mu_1 - \tau_a$  曲線として 図-10 中に記す。 $\mu_1 - \tau_a$  は実験曲線と点  $(\mu_1, \tau_{a1})$  にて交わるはずで、 $\mu_1$  は (13) 式より (6) 式と同様にして計算される。

$$\mu_1 = A_1 \left( 1 - \frac{B_1}{\tau_a} \right)$$

ここに  $\dots\dots\dots (14)$

$$A_1 = 1 - e^{-t_b G_1 / \eta_1} = \text{定数} > 0$$

$$B_1 = \tau_{01} / G_1 = \text{定数} > 0$$

(1) 式を基礎とした (6) 式の  $\mu$  と、(14) 式の  $\mu_1$  とを比較すれば、実験曲線が (6) 式の下位にあることより、 $\mu > \mu_1$  であるから、 $A > A_1$ 、 $B < B_1$  の2つの不等式が全部あるいは少なくとも1つ成立せねばならない。

$A > A_1$  のためには、 $G > G_1$  かまたは  $\eta < \eta_1$

$B < B_1$  " "  $G > G_1$  " "  $\tau_0 < \tau_{01}$

ゆえに (12) 式のごとき  $G$ 、 $\eta$  及び  $\tau_0$  が  $\tau$  の函数である塑性体を前提として 図-3 の現象を満足させるためには、変位  $\tau$  の増加にともなう  $G$  の減少、 $\eta$  または  $\tau_0$  の増加の三傾向の全部あるいはそのうちの少なくとも1つが存在せねばならない。

最後に 図-5 とそれに対応する (4) 式とを比較しよう。(4) 式によれば  $\ln(u_0/h)$  は  $t$  とともに下降する直線で図示されるべきであるが、図-5 では実験曲線は上に凹の下降曲線となり、 $t$  が大、すなわち変位  $\tau$  の大きな所では  $(u_0/t)$  は  $t$  に無関係に一定となろうとする傾向にあり、図-6 とともに考えれば  $u_0$  は  $u_c$  に漸近することが明らかである。そこで 図-5 もまた (12) 式における  $G$ 、 $\eta$  及び  $\tau_0$  を  $\tau$  の函数とする塑性体の  $u_0 - t$  曲線であると考え、 $t = t_2$  におけるそれら諸係数を  $G_2$ 、 $\eta_2$  及び  $\tau_{02}$  とする。別に  $G_2$ 、 $\eta_2$  及び  $\tau_{02}$  を常数にもつ仮想塑性体の  $u_{02} - t$  曲線は、(4) 式にこれらの係数を用いた直線で示され、この直線は  $t_2$  において 図-5 の実験曲線に切する切線となる。よつて 図-5 の実験曲線の切線の性質から、各切点の示す瞬間に粘土の有している粘弾性係数の性質を推察することができる。図-5 の曲線への切線は、 $t$  が大になるほど、速度軸を切る点が低

下し、その勾配が緩くなる。すなわち  $t$  が大になるほど、 $(\tau - \tau_0)/\eta$  及び  $(G/\eta)$  が小となる。外力  $\tau$  は一定であるから、 $(\tau - \tau_0)/\eta$  の減少は、 $\tau_0$  または  $\eta$  の増加を、 $(G/\eta)$  の減少は  $G$  の減少または  $\eta$  の増加を示す。また  $t$  が相当大きい所では切線は  $t$  軸に平行になるから、そこでは  $(G/\eta) = 0$  となり、一方 図-6 から  $\tau = 0$  であることが明らかであるから、 $G$  は  $t$  すなわち  $\tau$  の増加とともに減少して  $G = 0$  に漸近し、 $\eta$  及び  $\tau_0$  は  $\tau$  とともに増加して一定値に漸近することが推察できる。

粘土は 1. にのべたごとく微小振巾の振り振動の測定より単純な Voigt 型塑性体であらわされた事実のため、本実験においても一応 Voigt 型の物質として扱ったが、その性質は単純なものではなく、その粘弾性諸係数は (12) 式で示されるような変位  $r$  の関数と考えることが妥当のようであつて、この前提によれば  $G$  は  $r$  の増加とともに減少し、ついには 0 に漸近するものであり、 $\eta$  または  $\tau_0$  は  $r$  とともに増大して一定値に漸近する特性を有するごとく認められた。しかしこの前提の確認にはさらに種々の実験による検照が残されており、また各係数が期を一つにして同時に終局値に漸近するかどうか本実験からはなお不明である。2. の末尾にのべた粘土の変形の三態のうち、粘弾性的変形は各係数の終局値漸近以前の变形であり、純粹塑性的変形は漸近以後の变形と考えることができる。

4. 剛性係数  $G$  について

以上により、粘弾性的変形領域ではほぼ  $G$  が存在することが認められた。結晶質物体では、弾性降伏時には一定の結合ポテンシャルの谷に沿つて、滑り面上のすべての原子がほとんど同時に離脱して明瞭な弾性降伏の限界を示すものである。しかし粘土における弾性は、主として粘土粒子表面にある水膜の結合力によるもので、その結合力の分布は乱雑であつて、いわゆる結合ポテンシャルの谷の深さは深淺が非常にあるものと考えられるから、その結果、変位とともに水膜による結合は順次その結合力の小さいものから切れていつて、不明瞭な弾性限界を経て純粹塑性に移行すると思われる。よつてもし粘土をスプリングとダッシュポットを組み合わせたモデルで表現するならば、そのスプリングはダッシュポットに並列な多数本数を有し、しかもそれぞれは 1 本ずつ一定変位になると切斷して無力になるような形式を採用せねばならない。

5. 粘性係数  $\eta$  及び内部摩擦抵抗  $\tau_0$  について

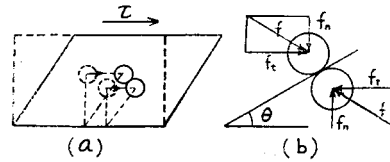
$\tau_0$  は粘土の種類、含水量によつては認められないものもあるが、やや粗粒を含むものでは存在している。このような粘土においては、 $\tau_0$  の一種の上限値である

Bingham の降伏値  $\tau_B$  は上述のごとく実験的に求めることができるが、変位当初よりこの間の値の変化は明らかにされたものがない。

いま  $\tau_0$  の生ずる原因を内部摩擦のない粘土素地中に分散混在しているやや大径の粒子が、変形にともなう素地の相対移動の結果、互いに接触し合うときの摩擦力であると仮定して、 $\tau_0$  ならびに  $\eta$  の性質を一考察してみよう。

わづか離れていた 2 個の大径粒子が 図-11 (a) のごとく粘土試料の変位とともに次第に距離をせばめ、ついに接触すると、接触面に沿つて摺動して粘土素地

図-11



中に斜め上下に押しこまれ、両粒子が縦にならぶ位置まできて始めてその接触摺動状態が解かれる。大径粒子の粒径、形状、分散状態などは個々にちがうから、一試料についてはそれらの平均値を示す代表的な一種の粒子をえらび、それについて扱うこととする。図-11 (b) のごとく、粒子の接触摺動しているときの接触面に働らく力  $f$  の鉛直分力を  $f_n$ 、水平分力を  $f_t$ 、粒子の接触面の平均的勾配を  $\theta$ 、接触面の摩擦角を  $\delta$  とすれば、接触面における力の釣合より、

$$f_t \cos \theta = f_n \sin \theta + (f_t \sin \theta + f_n \cos \theta) \tan \delta$$

ゆえに

$$f_t = f_n \tan(\theta + \delta)$$

$$f = (f_t^2 + f_n^2)^{1/2} = f_n / \cos(\theta + \delta) \dots \dots \dots (15)$$

大径粒子は接触摺動している間、粘土素地を平均的に求めた  $f$  の力で押し、素地中に押し入ることとなる。粘土素地は、かりに次式で示される常数係数をもつ単純な Voigt 型塑性体よりできていたものとする。

$$\sigma = E \cdot \epsilon + \lambda' \frac{d\epsilon}{dt} \dots \dots \dots (16)$$

ここに  $\sigma$ : 外力の応力度,  $\epsilon$ : 塑性体の  $\sigma$  方向のひずみ量,  $E$ :  $\epsilon$  だけのひずみに対する塑性体の平均的な弾性係数,  $\lambda'$ : その粘性係数, である。大径粒子は  $f$  の力で粘土素地中に押し込まれるが、そのときの粘土素地に与える  $\sigma$  方向の変位量の各粒子に対する平均値を  $\epsilon$  とし、その変位速度 ( $d\epsilon/dt$ ) は試料のせん断変位速度 ( $dr/dt$ ) に正比例し、かつ押込抵抗をうける平均的な粒子の有効断面積を  $A$  とすれば、

$$f = A \left( E \cdot \epsilon + \lambda' \frac{d\epsilon}{dt} \right) \dots \dots \dots (17)$$

これを (15) 式に代入し、かつ  $(de/dt) = k'(dr/dt)$  (ここに  $k'$  は比例常数) とすれば、 $f_t$  は

$$f_t = a + b \frac{dr}{dt} \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$a = AE \epsilon \cos(\theta + \delta) = \text{常数}$$

$$b = Ak' \lambda' \cos(\theta + \delta) = \text{常数}$$

上記のごとき大径粒子の単位水平面積の試料中に存在する個数を、平均的に数えて  $m$  個とし、それらのうち、接触状態にある粒子数を  $\alpha \cdot m$  個、隔離状態の粒子数を  $(1 - \alpha) \cdot m$  個とすれば、このときの内部摩擦力  $\tau_0$  は、

$$\tau_0 = m \alpha f_t = m \alpha \left( a + b \frac{dr}{dt} \right) \quad \dots\dots\dots (19)$$

接触粒子は粘土素地中に押込まれると、やがては、隔離粒子となり、逆に当時隔離粒子であったもののうち、はくらかは次の瞬間には接触粒子になるから、統計的にみて変位  $r$  につれて接触粒子数の変化する割合は、当時の隔離粒子の数  $(1 - \alpha) \cdot m$  に比例して増加し、接触粒子の数  $\alpha \cdot m$  に比例して減少する。ゆえに

$$\frac{d(\alpha m)}{d\tau} = k_1(1 - \alpha) \cdot m - k_2 \alpha m$$

( $k_1, k_2$ ; 比例常数)  $\dots\dots\dots (20)$

ゆえに、

$$\alpha = \frac{k_1}{k_1 + k_2} - C e^{-(k_1 + k_2)\tau} \quad C: \text{積分常数}$$

$\tau = 0$  のとき  $\alpha = \alpha_0$ ,  $\tau \rightarrow \infty$  のとき  $\alpha \rightarrow \alpha_\infty$  とすれば、

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \alpha_\infty - (\alpha_\infty - \alpha_0) e^{-k\tau} \\ k &= k_1 + k_2 = \text{常数} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (21)$$

(19), (21) の両式より、

$$\tau_0 = m \left\{ \alpha_\infty - (\alpha_\infty - \alpha_0) e^{-k\tau} \right\} \left( a + b \frac{dr}{dt} \right) \quad \dots\dots\dots (22)$$

このような大径粒子を含んでいる粘土素地すなわち粘土試料がせん断変形をうけたときの関係式を次式のごとく記す。

$$\tau = G\dot{r} + \lambda \frac{dr}{dt} + \tau_0 \quad \dots\dots\dots (23)$$

この式中、 $G$  は 4. にてのべたごとき性質を有する剛性係数、 $\lambda$  は粘土素地の粘性係数であつて、 $\lambda'$  に相当し、破壊変形に到るまでは常数とし、 $\tau_0$  は (22) 式で示される内部摩擦抵抗とする。(22) 式を (23) 式に代入すれば、

$$\left. \begin{aligned} \tau &= G(r) \cdot \dot{r} + \eta(r) \cdot \frac{dr}{dt} + \tau_0(r) \\ \eta(r) &= \lambda + mb \left\{ \alpha_\infty - (\alpha_\infty - \alpha_0) e^{-k\tau} \right\} \\ \tau_0(r) &= ma \left\{ \alpha_\infty - (\alpha_\infty - \alpha_0) e^{-k\tau} \right\} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (24)$$

(24) 式は (12) 式の内容を求めたものであるが、(24) 式の  $G(r)$  の形及び  $G(r)$  が 0 になるときの  $r$  と  $e^{-k\tau}$  がほとんど 0 になるときの  $r$  との関係はこの考察からだけではまだ解くことができない。しかしかりに  $k$  が相当大きい常数であつて、 $G=0$  になる  $r$  の付近で、 $e^{-k\tau} \doteq 0$  であるとすれば、純粋塑性流動の範囲の  $\eta$  (これを  $\eta_B$  とする) 及び Bingham の降伏値  $\tau_B$  は、(24) 式において  $e^{-k\tau} \doteq 0$  とおいて、

$$\eta(r) = \eta_B = \lambda + mb \alpha_\infty, \quad \tau(r) = \tau_B = ma \alpha_\infty \quad \dots\dots\dots (25)$$

ゆえに、

$$\tau - \tau_B = \eta_B (\alpha\tau/dt) \quad \dots\dots\dots (26)$$

(26) 式は (8) 式に等しいものである。

また変位当初すなわち  $r=0$  のときの粘性係数、降伏値を知り得たとし、それらをそれぞれ  $\eta_L, \tau_L$  とすれば、(24) 式より、

$$\eta_L = \lambda + mb \alpha_0, \quad \tau_L = ma \alpha_0 \quad \dots\dots\dots (27)$$

$\alpha_\infty > \alpha_0$  のとき、 $\tau_L$  を下限降伏値といつている。(24) 式の  $\eta(r), \tau_0(r)$  にそれぞれ (25), (27) 式を用いれば、

$$\left. \begin{aligned} \eta(r) &= \eta_B - (\eta_B - \eta_L) e^{-k\tau} \\ \tau_0(r) &= \tau_B - (\tau_B - \tau_L) e^{-k\tau} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (28)$$

3. において行つた実験値の考察より推察された  $\eta(r), \tau_0(r)$  の傾向は (24), (28) 式によつて一応説明されたようである。

### 6. 結 言

さきに行つた微小振巾の振り振動の測定及びここにのべた静的クリープの実験結果より、粘土の物性は、複雑な粘弾性係数をもつ Voigt 型塑性体と考えることが妥当のようである。そのため加水造形した粘土を用いた実験の検討並びに理論的小考察を行つて、粘土の弾性係数は変位とともに減少してついに不明瞭な弾性限界を示しつつ消滅し、粘性係数及び内部摩擦抵抗は変位とともに増大して一定値に漸近し、少なくとも破壊の変形付近に達するまでその値を持続する性質のあることを一応認めることができた。しかし本実験装置は学生の卒業研究用程度のもので、不十分な点も多いし、考察すべき内容にもなお残されている点が多いからいづれ装置を工夫し、実験内容も改めてさらに検照する予定である。

従来粘土、コンクリートなどの変形に対しては、実際生起の現象に合致するように Maxwell 要素、Voigt 要素などを組み合わせる方法をとつているが、この方法はいたづらに要素配置の複雑化をきたすのみで、物性の本質に接することができない欠点がある。本研究の目的は、物性の内容並びに変形推移の原因を明らかにするための試みの一端として、従来の方法とは多少

異なつた取扱いを行つた。

終りに本研究に協力された当時学生の山西政男, 前田祐正の両君の努力に感謝するものである。

参 考 文 献

- 1) 村山朔郎・片山重夫・天野光三; 土の粘弾性について, 土木学会誌 37巻5号昭.27.5, p.219 (昭.29.11.24)

## ランガー鋸桁の応力とたわみの実測 及びその解析

正 員 工学博士 友 永 和 夫\*  
正 員 橋 本 香 一\*\*

### ACTUAL MEASUREMENT AND ANALYSIS OF STRESSES AND DEFLECTIONS IN LANGER GIRDERS

(JSCE July 1955)

*Dr. Eng., Kazuo Tomonaga, C.E. Member and Kōichi Hashimoto, C.E. Member*

**Synopsis** Elaborate measurements of stresses of main members, and deflections of stiffening girders, of a Langer type cantilever bridge, total span 99 m, have been carried out. The results, it was confirmed, showed a fairly good agreement with the calculated values.

By means of the jack-and-clamp method, secondary stress of each member was also checked with the same agreement established between the actual and calculated values.

**要 旨** 総支間 99 m のランガー型ゲルバー桁について、活荷重の静的載荷による主構各部材の応力ならびに補剛桁のたわみをくわしく実測し、これらが計算結果とかなりよく一致することを確かめた。なお jack and clamp 法を用いて部材の二次応力を計算し、これも実測結果とよく一致することを示した。

ち、死荷重応力についてはすでに発表済<sup>1)</sup>であり、また振動試験の結果は後日報告することにして、本文では活荷重による部材応力及びたわみの実測結果とそれに関する若干の考察について述べて設計上の参考に供したい。

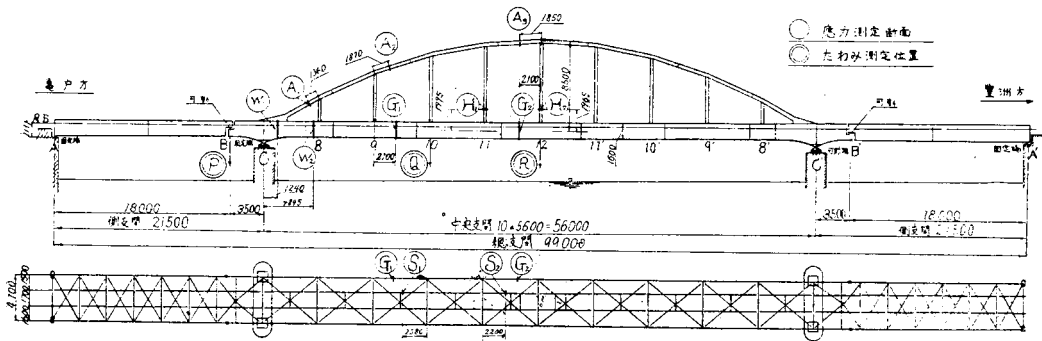
#### 1. 緒 言

深川専用側線の豊洲橋梁は単線ランガー鋸桁として国鉄特殊設計室によつて設計され、昭和 28 年 4 月にその架設を完了した。この架設を機会にその死荷重による応力、活荷重による応力とたわみ、ならびに起振機による強制振動などの諸測定を実施した。このう

#### 2. 試験橋梁の概要

豊洲橋梁は活荷重 KS 15 で設計された総支間 99 m (21.5+56.0+21.5 m) のランガー型ゲルバー桁で、その外形と主要寸法は 図-1 に示されている。構造上の特徴を二、三述べると、補剛鋸桁断面は単腹鋸式で、その張力作用線は合成応力の関係で中立軸のやや上方に偏心し、拱肋は放物線上にあつてその断面は  $\pi$

図-1 豊洲橋梁概略図及び測定位置



\* 国鉄施設局特殊設計室長  
\*\* 国鉄鉄道技術研究所鋼構造研究室

型とし格点ごとの添接はさけている。吊材断面は橋門構箇所以外は計算上 4 個の山形材で十分であるが、二