

表-6 格子合成桁たわみ (mm)

	1/2 断面			1/4 断面		
	a	b	c	a	b	c
A 桁	4.37	4.99 (88)	4.65 (96)	2.85	3.45 (83)	3.20 (89)
B 桁	4.84	5.09 (95)	5.20 (93)	3.17	3.49 (91)	3.60 (87)
C 桁	4.91	5.11 (96)	5.35 (92)	3.17	3.50 (91)	3.70 (86)

a: 測定値 b: 直交異方性板理論 c: 格子理論

(): 測定値に対する比(%)

表-7 格子合成桁応力 (kg/cm²)

	1/2 断面			1/4 断面		
	a	b	c	a	b	c
A 桁	1105	1360 (81)	1270 (87)	520	751 (70)	550 (95)
B 桁	1245	1570 (80)	1410 (87)	500	740 (68)	710 (70)
C 桁	1225	1450 (85)	1440 (85)	600	740 (81)	730 (82)

6. 結 言

a: 測定値 b: 直交異方性板理論 c: 格子理論 () : 応力比(%)

直交異方性板理論を各種の実在橋梁と模型格子桁橋梁に適用し、測定値と理論値の比較検討を行つてみたが、この理論を計算にとり入れて、満足すべき結果の得られることがわかつた。主桁、横桁、縦桁、床版などを一体とみなし、1枚の矩形板について解けば、ほとんどの形式の道路橋構造の解析が行いうるわけである。あらかじめ D_x/D_y と a/b (矩形の2辺の比) の適當な間隔の値に対して、 M_x, M_y, w などの影響面を

求めておけば、それが実際の各種構造の設計にいつでもそのまま使用できる。しかしこのままではなお設計者にとって不便な点もあるので、これらの影響面をもとにして簡易計算公式の誘導を行うつもりである。またここで用いた D_x, D_y, H, ν や境界条件のとり方で、実用上さしつかえはないようであるが、細部にわたつてはなお研究すべき点が多々あると考える。

筆者は慣用計算法では設計の合理化を期待することは困難であると考えるので、その意味において本文が橋梁設計に対する合理的考え方の一助となりうれば幸いである。

最後に各橋梁の測定にあたり、多大の御援助を頂いた関係各方面の方々に感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) M. Naruoka: Memoris of the Faculty of Eng., Kyoto Univ., Vol., 16, No. 2, p. 49 (1954)
米沢 博: 土木学会誌, 第39卷, 第1号, 同第10号
小西・成岡・大村: 第2回日本道路会議論文集 p. 133 (昭29)
- 2) 木村・成岡・大村: 第2回日本道路会議論文集 p. 181 (昭29)
- 3) W. Cornelius: Stahlbau, Bd. 21, H. 2, 3, 4, S. 21, 42, 60 (1952) 4), 5), 1) 参照
(昭. 29. 10. 12)

ハリ及びアーチの応力状態に及ぼす支持条件の影響について（端面傾斜の影響）

准 員 森 忠 次*

ON THE BEHAVIOR OF STRUCTURES DUE TO SUPPORTING CONDITIONS OF THEIR END PLANES

(JSCE May 1955)

Chūji Mori, C.E. Assoc. Member

Synopsis In order to analyse the structures of which end planes are not perpendicular to their gravity axes, the author assumes that the stresses near the end of structures are distributed similarly as in the other part of the structures, and then presents a formula by which the strain energy near the end of the structures can be computed. It is shown by photoelastic experiments that this formula may be used in practice satisfactorily, and the effects of non-radial abutment on the stress distribution in arches are discussed in details.

1. 緒 言

従来ハリまたはアーチなどの構造計算を行う場合、端面は構造物の重心線に垂直な平面であると仮定している。しかし実際にはしばしば端面が重心線と傾斜し

* 京都大学講師、工学部土木工学科教室

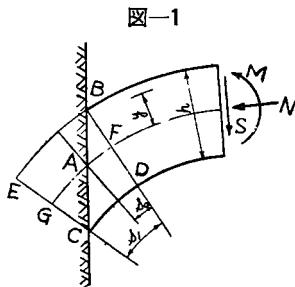
て支持されることがある。例えばアーチダムにおけるアーチ要素のアバットメントは必ずしも半径方向の条件を満足していない。このような場合慣用計算法は明らかに不合理であり、この端面の支持条件を計算過程に導入しなければ正確な応力計算を行うことができない。

い。しかしながらこれによつて計算がいちじるしく煩雑になることは、多大の労力を要する荷重試験法によるアーチダムの計算などにおいては好ましくない。この見地から、著者は端面近くにおいて応力状態が攪乱されないという仮定に立脚して計算を行い、その結果を光弾性実験によつて検査し、両者が比較的よく一致することを明らかにした。すなわち、このような簡単な仮定を採用して計算を行つても、端面傾斜の影響をかなり適確に把握することができることを立証した。さらにこの計算法によつて、アーチが半径方向等分布荷重をうける場合について、端面の傾斜が応力分布に及ぼす影響について検討を行つた。

2. 計算式の誘導

ここでは一般的に図-1に示すような単位厚さの曲りパリを取り扱うが、ハリの高さ h は一定、荷重は紙面内に作用する2次元構造とする。その応力分布は簡単のため直線パリで成立する(1)式で与えられ、断面の重心線中立軸は一致するものと仮定する。

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \frac{N}{A} + \frac{M}{I} y \\ \tau &= \frac{3}{2} \frac{S}{A} \left(1 - \left(\frac{2y}{h} \right)^2 \right) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$



ただし、断面力は図-1に示す向きを正、応力は圧縮を正とする。また A, I はそれぞれハリの高さが h であるときの断面積、断面2次モーメントを表わす。

端面 BC は完全に固定されるものとし、B 及び C を通る垂直断面を BFD, CGE とする。この場合 BCD 領域の応力分布は複雑であるが、簡単のために(1)式がそのまま成立するものと仮定すれば、この部分のひずみエネルギー A_{BCD} は、

$$A_{BCD} = \frac{1}{2} \int \int_{BCD} \left[\frac{M^2}{EI^2} y^2 + \frac{N^2}{EA^2} + \frac{9}{4} \frac{S^2}{EA^2} \right] \left\{ 1 - \left(\frac{2y}{h} \right)^2 \right\}^2 + 2 \frac{MN}{EIA} y dA ds \quad (2)$$

となる。ここに ds は中立軸に沿う微小長さである。

もし BCD 領域におけるすべての断面力が一定であれば、この積分値は BCDE 領域についての積分値の約 $1/2$ に等しく（直線パリでは $1/2$ ），近似的に B～A 断面間の全ハリ高さ h についての積分値に等しい。従つて(2)式の最初の3項は近似的に B～A 断面間の全ハリ高さ h についての積分値に等しいと考えること

ができる。しかし BCD 領域ではハリの高さ h が一定でないから最後の項は 0 にならない。すなわち、断面力が一定であつて A 断面の値に等しいとすると、近似的に（直線パリでは等しい）

$$2 \iint_{BCD} \frac{MN}{EIA} y dA ds = -2 \frac{hs_1}{12} \frac{M_A N_A}{EI}$$

となる。ただし、 s_1 は F から G までの中立軸に沿う長さであり、添字 A は A 点における値を示す。従つて(2)式は近似的に次のようになる。

$$A_{BCD} = \frac{1}{2} \int_0^{S_0} \left(\frac{M^2}{EI} + \frac{N^2}{EA} + R \frac{S^2}{EA} \right) ds - \frac{hs_1}{12} \frac{M_A N_A}{EI} \quad (3)$$

ただし、 $k = \frac{6}{5} \frac{E}{G} = \frac{12}{5} \frac{m+1}{m}$ (m はボアソン数)， S_0 は凸側（上側）の純スパンが凹側（下側）の純スパンより短かいときは負、逆のときは正とする。

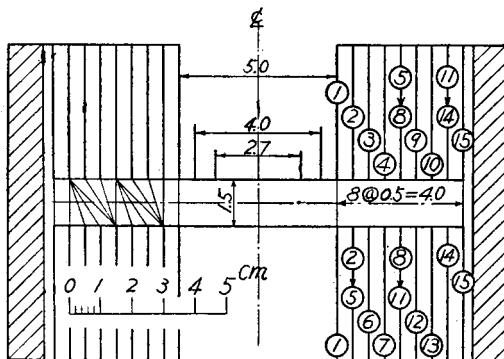
上述のように考えれば、近似的に(3)式によつて、固定端面が中立軸に垂直でない場合の計算を簡単に行うことができるのであつて、慣用計算法と比較して最後の項を加えなければならないことが明らかになつた。実際には端面の完全な固定は考えられないであつて、さらに厳密に取扱う必要のある場合には弾性支持と考え、基礎の変形を考慮に入れなければならない。この場合通常接触面における断面力が計算に用いられるので、(3)式の最後の項が接觸面の値であることははなはだ好都合である。なお応力分布について大きい仮定を設けたので、(2)式のかわりに取扱いに便利な(3)式を一般的に使用すればよい。しかし(3)式の誘導過程より考えて、BCD 領域がハリ全体にくらべて大きいほど誤差が大きく、端面付近の応力状態を(3)式から論ずることができなくなることは明らかである。このように本問題を厳密に解析するためにはもちろん弾性学によらねばならないが、つぎに述べる光弾性実験と比較して、固定端付近を除外すれば(3)式によつて十分近似的な解を求めることが明らかになつた。

3. 固定パリの計算と光弾性実験の比較

図-2 に示す光弾性模型（フェノライト）を作製し、同図右側に示した番号に従つて側面を仕上げ（端面は左側に示したようになる）、ハッチを施した部分をボルト締めによつて固定し、2点荷重によつて中央断面でせん断力の作用しないようにした（図-3 参照）。この実験結果より、中央断面の応力分布から求めたこの断面の曲げモーメント M_E を図示すれば図-4 のようになる。

中央断面の静定力を X_1 及び X_2 とすると（図-3），ポテンシャルエネルギー最小の原理より、

図-2 固定パリの模型寸法



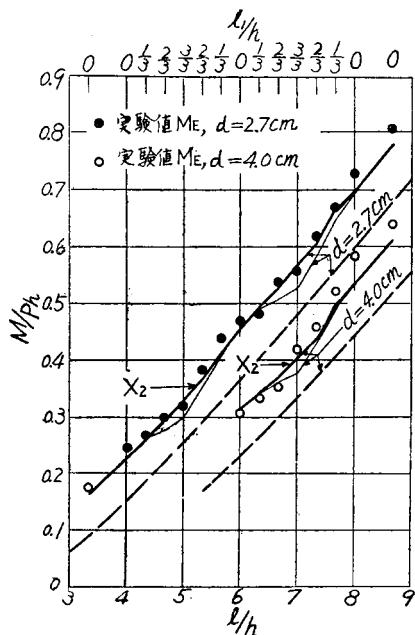
$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial A_{1/2}}{\partial X_1} - \sum \frac{\partial R_i}{\partial X_1} \Delta R_i &= 0 \\ \frac{\partial A_{1/2}}{\partial X_2} - \sum \frac{\partial R_i}{\partial X_2} \Delta R_i &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

となる。ここ

に $A_{1/2}$ は対称断面より片側半分のひずみエネルギー、 R_i は支点反力、 ΔR_i は支

点の支点反力方向の変形量である。この場合、端面の変形を考慮することにすれば、Vogt によると支点の沈下量は、

図-4 中央断面曲げモーメント



$$Eu = \xi N, \quad Ev = \xi S - \eta \frac{M}{a},$$

$$E \Delta \phi = \mu \frac{M}{a^2} - \eta \frac{S}{a},$$

$$\text{ここで, } \xi = \frac{m^2 - 1}{m^2} \sqrt{a^2 b} \frac{1}{a}, \quad (5)$$

$$\eta = \frac{(m-2)(m+1)}{m^2} \frac{1}{1 + 1.1 a/b}$$

$$\mu = \frac{18}{\pi} \frac{m^2 - 1}{m^2} \frac{1}{1 + 0.25 a/b}$$

で表わされる¹⁾。ここに、 b はハリの奥行を示す。平面問題にこの式を使用することには問題があるが、一応これを許容すれば (3), (4), (5) 式より X_1 及び X_2 はつぎの方程式より求められる。

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{l}{2A} + \xi \right) X_1 - \left(\frac{hl_1}{12I} + \frac{\eta}{a} \sin \psi \right) X_2 \\ = - \left(\frac{hl_1}{12I} + \frac{\eta}{a} \sin \psi \right) c \frac{P}{2}, \\ - \left(\frac{hl_1}{12I} + \frac{\eta}{a} \sin \psi \right) X_1 + \left(\frac{l}{2I} + \frac{\mu}{a^2} \right) X_2 \\ = \left(\frac{c^2}{2I} + \frac{\mu}{a^2} c + \frac{\eta}{a} \cos \psi \right) \frac{P}{2} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$m=4$ (フェノライトは $m=3$)、 $b=30a$ として計算し、 l_1/h 及び l_1/h と X_2 との関係を示せば 図-4 の太い実線で示すとおりである。なおスパンを単に図-3 の l であるとして、端面弾性支持及び固定の場合についての計算値をそれぞれ細い実線及び破線で示している。これから (6) 式で計算した値は実験値と非常によく一致していることが明らかになる。全実験値及び l_1/h の等しいものについて M_E/X_2 の平均値を求めれば表-1に示すようであり、 l_1/h が大きくなると (6) 式で求めた X_2 は実験値 M_E に較べてやや過大となる傾向がある。しかし M_E/X_2 と l_1/h 及び d との間には有意的な関係は認められない。従つてこの実験の範囲内では (3) 式及びそれをもとにしている (6) 式は十分な精度を有するものと考えることができる。

また図-4より、スパンを l にとり端面の弾性変形を考えれば、端面の傾斜の影響を無視しても比較的誤差の小さいことがわかる。土木学会鉄筋コンクリート標準仕方書 (112, 116, 121, 122 条など) には、このような場合の取扱い方を明示していないが、以上の結果より l をスパンと定めてよいと思われる。しかし l 及び h にくらべて l_1 が大きくなれば誤差が大きくなることは明らかである。それゆえこの点については支承付

表-1 M_E/X_2 の平均値

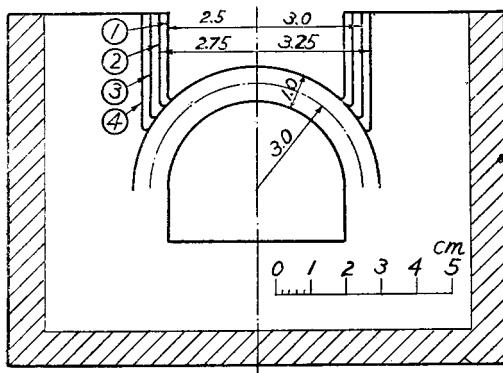
l_1/h	全実験	0	1/3	2/3	3/3
M_E/X_2 平均値	1.023	1.048	1.012	1.017	0.994

近の応力分布とともに今後さらに詳細に研究しなければならない。

4. 固定アーチの計算と光弾性実験の比較

図-5に示す光弾性模型を各番号に従つて仕上げ、ハッチを施した部分をボルト締めによって固定し、拱頂に半径方向の集中荷重を作用させて実験を行い、アーチの縁応力を求めてこれを表示すれば表-2のようである。

図-5 固定アーチの模型寸法



つぎに前述の考え方から端面傾斜の影響を考慮し、端面状態が以下の4つの場合について計算を行つた。

- I. 半径方向、固定($\phi_C - \phi_B = \psi = 0, \xi = \eta = \mu = 0$);
- II. 傾斜、固定($\xi = \eta = \mu = 0$);
- III. 半径方向、弾性支持($\phi_C - \phi_B = \psi = 0$, ただし, a はIV. と同一値とする);
- IV. 傾斜、弾性支持(a は図-6に示すBCの長さ);

図-6に示すように形状、荷重が対称で、断面一定の円弧アーチ(単位厚さ)の拱頂断面における不静定力を X_1, X_2 とすると、周知のよう

$$\begin{aligned} M &= M_0 + r(1-\cos\phi)X_1 + X_2 \\ N &= N_0 + \cos\phi X_1, \quad S = S_0 + \sin\phi X_1 \end{aligned} \quad \dots (7)$$

表-2 縁応力の比較

角度	分類	外										内									
		0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	0°	10°	20°	30°
45°-5°	計	3.02	1.67	0.72	0.33	-0.06	0.15	-0.28	-0.33	1.82	-0.33	0.75	1.41	1.63	1.39	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-6°	計	3.02	1.76	0.77	0.37	0.32	0.67	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-7°	計	3.02	1.85	0.87	0.42	0.47	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-8°	計	3.02	1.94	0.97	0.47	0.52	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-9°	計	3.02	2.03	1.07	0.52	0.57	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-10°	計	3.02	2.12	1.17	0.57	0.62	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-11°	計	3.02	2.21	1.27	0.62	0.67	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-12°	計	3.02	2.30	1.37	0.67	0.72	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-13°	計	3.02	2.39	1.47	0.72	0.77	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-14°	計	3.02	2.48	1.57	0.77	0.82	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-15°	計	3.02	2.57	1.67	0.82	0.87	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-16°	計	3.02	2.66	1.77	0.87	0.92	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-17°	計	3.02	2.75	1.87	0.92	0.97	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-18°	計	3.02	2.84	1.97	0.97	1.02	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-19°	計	3.02	2.93	2.07	1.02	1.07	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-20°	計	3.02	3.02	2.17	1.07	1.12	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-21°	計	3.02	3.11	2.27	1.12	1.17	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-22°	計	3.02	3.20	2.37	1.17	1.22	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-23°	計	3.02	3.29	2.47	1.22	1.27	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-24°	計	3.02	3.38	2.57	1.27	1.32	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-25°	計	3.02	3.47	2.67	1.32	1.37	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-26°	計	3.02	3.56	2.77	1.37	1.42	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-27°	計	3.02	3.65	2.86	1.42	1.47	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-28°	計	3.02	3.74	2.96	1.47	1.52	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-29°	計	3.02	3.83	3.06	1.52	1.57	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-30°	計	3.02	3.92	3.16	1.57	1.62	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-31°	計	3.02	4.01	3.26	1.62	1.67	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-32°	計	3.02	4.10	3.36	1.67	1.72	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-33°	計	3.02	4.19	3.46	1.72	1.77	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-34°	計	3.02	4.28	3.56	1.77	1.82	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-35°	計	3.02	4.37	3.66	1.82	1.87	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-36°	計	3.02	4.46	3.76	1.87	1.92	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-37°	計	3.02	4.55	3.86	1.92	1.97	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-38°	計	3.02	4.64	3.96	1.97	2.02	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-39°	計	3.02	4.73	4.06	2.02	2.07	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-40°	計	3.02	4.82	4.16	2.07	2.12	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-41°	計	3.02	4.91	4.26	2.12	2.17	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-42°	計	3.02	5.00	4.36	2.17	2.22	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-43°	計	3.02	5.09	4.46	2.22	2.27	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-44°	計	3.02	5.18	4.56	2.27	2.32	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-45°	計	3.02	5.27	4.66	2.32	2.37	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-46°	計	3.02	5.36	4.76	2.37	2.42	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-47°	計	3.02	5.45	4.86	2.42	2.47	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-48°	計	3.02	5.54	4.96	2.47	2.52	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-49°	計	3.02	5.63	5.06	2.52	2.57	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-50°	計	3.02	5.72	5.16	2.57	2.62	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-51°	計	3.02	5.81	5.26	2.62	2.67	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-52°	計	3.02	5.90	5.36	2.67	2.72	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-53°	計	3.02	5.99	5.46	2.72	2.77	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-54°	計	3.02	6.08	5.56	2.77	2.82	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-55°	計	3.02	6.17	5.66	2.82	2.87	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-56°	計	3.02	6.26	5.76	2.87	2.92	0.50	-0.35	-0.35	1.82	-0.35	0.76	1.40	1.62	1.38	-0.35	-0.06	0.24	1.08	1.05	2.02
45°-57°	計																				

$$\begin{aligned}
 & +\eta \frac{r}{a} (1-\cos \phi_A) (\sin \psi N_{oA} + \cos \psi S_{oA}) \\
 & -\xi \cos \phi_A N_{oA} + \xi \sin \phi_A S_{oA}, \\
 & \left[\frac{r^2}{i} (\phi_A - \sin \phi_A) - (\phi_C - \phi_B) \frac{r}{t} \cos \phi_A \right. \\
 & \quad \left. + \mu \frac{r^2}{a^2} (1-\cos \phi_A) + \eta \frac{r}{a} \sin(\phi_A - \psi) \right] X_1 \\
 & + \left[\frac{r^2}{i} \phi_A + \mu \frac{r^2}{a^2} \right] \frac{X_2}{r} = -\frac{r}{i} \int_0^\phi A M_o d\phi \\
 & + (\phi_C - \phi_B) \frac{t}{r} N_{oA} - \mu \frac{r^2}{a^2} \frac{M_{oA}}{r} \\
 & + \eta \frac{r}{a} (\sin \psi N_{oA} + \cos \psi S_{oA}),
 \end{aligned}$$

ただし、 $i=I/A=t^2/12$ 、 ψ は 図-6において端面が半径方向となす角で、図の場合を正とする。3.の場合と同様に $m=4$ 、 $b=30a$ として前述の 4 つの場合について、この式から X_1 及び X_2 を求めさらに縁応力を求めて、集中荷重 $P=1$ としてこれを一括して表示すれば表-2 のようになる。

表-2 より端面が半径方向でないときは ($\psi>0$)、端面が半径方向であるときにくらべて、 $\phi_C-\phi_B$ が大きいほど不静定力 X_1 は大、 X_2 は小となり、拱頂内縁及び起拱点外縁の引張応力が小さくなる。このことは一般に ϕ_A が小、 $\phi_C-\phi_B$ が大となるほど顕著である。しかしながらこれらの傾向は端面固定の場合は明らかであるが、弾性支持の場合、この計算例では両者の間にほとんど相違がなくなっている。

これらの計算値と実験値を比較すれば、端面の弾性変形を考慮した方が実験値とよく一致することがわかる。しかしこの場合、端面傾斜の影響が計算値に明白に現われていないので、これによつてただちに(3)式あるいは(9)式の適合度を評価することはできない。一般に不静定構造に関するこの種の実験は困難であり、計算には基礎の変形に Vogt の式を採用したこと、ポアソン比の影響を無視したこと、直線バリとして取扱つたことなど、多くの仮定が含まれているので、両者の比較からただちに(3)式のみの精度を検照することはできないが、表-2 より端面の傾斜と弾性支持の条件を考慮すればかなり実験値に

近い値のえられることが認められる。なおこの実験においては、基礎の下部は一体となつて相当その変形が抑制され、応力分布にかなり影響を及ぼしているようである。

5. 半径方向等分布荷重をうける固定アーチの応力分布に及ぼす端面傾斜の影響

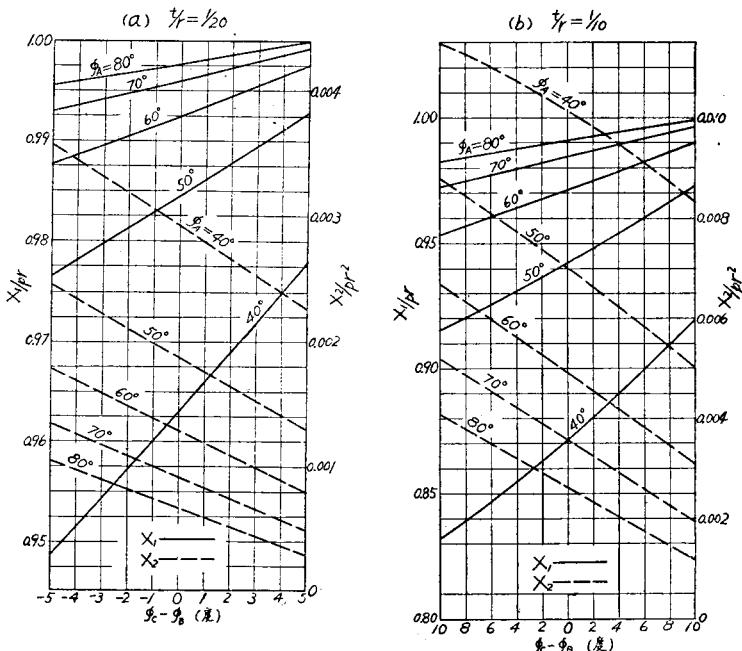
図-6において断面一定の両端固定円弧アーチが、外側より半径方向に等分布荷重 p_e をうける場合を考える。いま、

$$p_e r_e = pr$$

とおき(9)式において $\xi=\eta=\mu=0$ 、 $b=30a$ 、 $m=6$ (コンクリートと考える)として種々の t/r 、 ϕ_A 、 $\phi_C-\phi_B$ に対する不静定力 X_1 及び X_2 を求めれば図-7 のようになる。この場合 X_1 及び X_2 は無次元として示したのであつて、縁応力は(7)式によつて断面力を計算すれば簡単に求められる。

この結果より一般に $\phi_C-\phi_B$ が大きいほど X_1 が大、 X_2 が小となる。このような傾向は t/r が小、 ϕ_A が大なるときは $\phi_C-\phi_B$ に対して直線的であるが、 t/r が大、 ϕ_A が小となるに従つて曲線となり、 $t/r=1/3$ 、 $\phi_A=40^\circ$ では逆に $\phi_C-\phi_B$ が大きくなるほど X_2 は大きくなつていている。 $X_1=pr$ 、 $X_2=0$ のときには円環の周囲より一様な圧力の作用する場合の応力状態を表わす。一般に拱頂内縁及び起拱点外縁に引張応力が惹起される傾向にあるが、 X_1 が増大して X_2 が減少すれば通常この引張応力が減ずるものであつて、図-7 より ϕ_C

図-7 (a)～(d) 端面傾斜と不静定力との関係



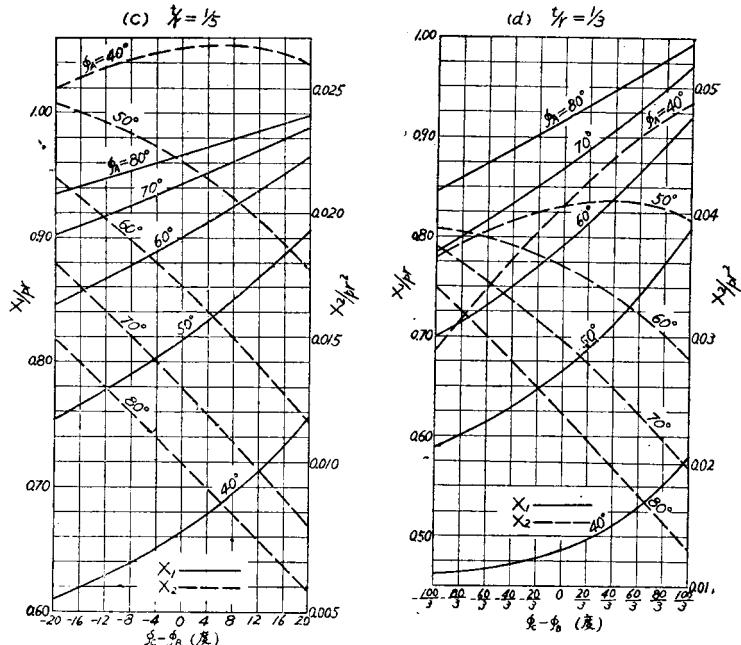
ϕ_B を大きくするほど応力状態の改善されることがわかる。

t/r が大となればもちろん曲りパリとして考えねばならない²⁾³⁾。また基礎の変形を考慮すればかなり応力分布に変化を生ずる。コンクリートアーチにおいて端面 BC で打ち継ぐときには BC 面における合力の大きさと方向も考慮せねばならない。アーチダムの慣用計算法では端面が半径方向であると考え、基礎掘削もこの条件を満足するよう努めているが、以上のことをよりアーチダム全体にわたる応力状態のみならずアバットメントにおける応力状態についても詳細に検討を加えなければならない。

6. 結 語

上述の計算法によつて、近似的に端面の傾斜の影響を考慮してある程度正確に構造物の応力状態を把握することができるようになった。しかし不静定構造物では支持条件、外力の作用状態などによつてその応力状態が複雑に変化するので⁴⁾、完全な解析を行つたためには支持条件を適確に計算過程に導入しなければならない。しかしこれによつて計算がいちじるしく煩雑になることは実用上好ましくない。本文ではこの見地から大きい仮定に立脚して計算を進めたが、その結果はかなり信頼しうることを立証した。この計算はアーチダムその他の不静定構造物の解析に役立つものと思われる。

なお常に御指導を仰いでいる京大教授石原、小西両博士、及び本研究について懇切な御教示をえた同学助



教授丹羽博士に深謝の意を表わす次第である。

参 考 文 献

- 1) F. Vogt : Über die Berechnung der Fundamentdeformation, Det Norske Viedenskapsakademie, 1925, No. 2, または Stresses in Thick Arches of Dams : Discussion by F. Vogt, Trans. ASCE., Vol. 90, 1927, p. 554.
- 2) B.F. Jakobsen : Stresses in Thick Arches of Dams, Trans. ASCE., Vol. 90, 1927, p. 475.
- 3) 大野 謙 : 曲り梁の歪エネルギーに対する新公式, 土木学会誌, 38 卷, 1953, p. 381
- 4) 小西一郎・丹羽義次・森忠次 : 物体力をうける梁および拱の応力状態について, 京大工研彙報第 4 輯, 1953, p. 40

(昭.29.10.21)

正 誤 表 (学会誌 40 卷第 4 号)

ページ	行	誤	正
p. 33	左段 上より 11 行目式(11)	$k_r = \frac{9}{4} \left\{ \left(1 - \frac{x^2}{4B^2} \right) \left(1 - \frac{y^2}{4L^2} \right) \right\}$	$k_r = \frac{9}{4} \left\{ 1 - \left(\frac{4x^2}{B^2} \right) \left(1 - \frac{4y^2}{L^2} \right) \right\}$
p. 34	左段 図-11 の説明	載荷板の各位置における鉛直増力 土圧分布の比較	載荷板の各位置における鉛直増力 土圧分布の比較