

# 報文

## ダム放水管の設計法に関する一考察

正員村幸雄  
正員荒木正夫

A STUDY ON THE DESIGN METHOD OF OUTLET CONDUITS OF DAMS  
*Yukio Mura, C.E. Member, Masao Araki, C.E. Member*  
(JSCE Feb. 1955)

**Synopsis** Recently, outlet conduits have been used in many multiple-purposed large dams.

Regarding these situations, authors describe, first, the purposes, benefits and hydraulics of outlet conduits in this paper.

Successively, the nature of cavitation and the allowable minimum pressure for it are treated briefly. Lastly, authors show an example of the general design method of outlet conduits.

**要旨** 最近、とみに重要性を認められてきたダム用放水管について、その目的、長所及び水理特性について説明する。次いで放水管の死命を制する空洞現象の本質とそれに対する設計許容圧力について簡単に論ずる。続いて放水管の設計条件と設計方針を述べ、この方針に従つて一般的設計法の一例を示す。

### I. 総論

近年、ダムが各種の役目を兼ねた多目的ダムとしてしばしば建設されるようになつてから、にわかに放水管(Outlet Conduit)の重要性が認識されてきた。理論上からはこれの有効性は明らかではあるが、從来わが国において設置されたのは岩手県猿ヶ石川の田瀬ダムが最初であつて、実際経験にとぼしいことに加えて、きわめて高速なる管水路流れを処理しなければならないために、設計製作に当つては普通の管水路には現われない種々の問題が生じてくるのである。

筆者等はこのような放水管の設計法について数年前より研究を続けており、すでにその研究報告は建設省土木研究所報告に 88 号以後連載している。ここに発表する報文は特に、直接設計に役立つ基本概念と設計法について論じたものである。

### II. 放水管の特性

#### [1] 放水管の利点

(1) 洪水調節容量がいちじるしく増加すること。放水管を有せざるダムにおいては、越流堤頂より計画満水位までの貯水池容量が調節に利用しうる容量であるのに反し、放水管を有する場合には呑口高さと計画満水位との間の大容量を調節に使用しうるので、その調節効果をいちじるしく大にすることができます。その他洪水波の位相を調節することができるので、一水系に多くの洪水調節用ダムがあるとき各支川の洪水波の

位相をずらして、洪水調節に総合効果を発揮することができる。

(2) 利水上の利点としては、下流に灌漑または水道用水を適時放流するのに利用することができる。

[2] 放水管の水理特性 放水管は以上のとく各種の利点を有し、洪水調節ダムの機能発揮をきわめて有効なるものである。しかしながら、放水管はその目的上直徑は相当大であつて(現在製作可能な高圧水門最大直徑は 2.6m), しかも高水圧を受けるので、空洞現象(Cavitation)による破壊の危険性が大きいと言わなければならぬ。すなわち高圧水門製作のことを一応論外における、放水管の設計とはいかにして流量の損失を防ぎつつ、かつ管内のいかなる部分にも空洞(Cavity)を生じないように設計するかという点に要約されるのである。

なお、放水管と総称するものには各種の型式のものが包括されているのであるが、本編においては最も標準型と思われる図-1 に示した型式(筆者はこれを I 型放水管と呼んでいる)についてのみ記述することにし、他の型式については別の機会にゆずることにする。

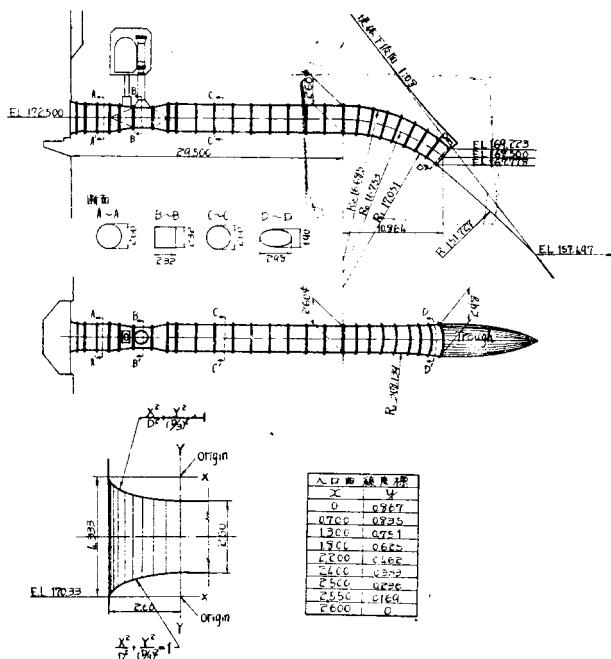
本型式の特性はおよそ次のとくである。

(1)呑口が比較的高いので高ダムに適し、かつ本邦のように流下土砂量の多いところでは埋没までの寿命が長いが、その反面洪水調節容量は多少ぎせいにしなければならない。

(2)全長管水路であり、かつ放流水を堤体下流面に沿わせるため彎曲部を有する場合が多いので、空洞現象については最も注意を要する型式である。

(3)空洞現象の発生を防ぐには出口付近の管断面積を漸縮(しぶる)するとともに、発生しやすい箇所に給気孔(air vent)を設ける必要がある。

図-1 放水管設計図



(4) 管出口断面積をしづらるために、高貯水位の時流量の損失はかなり大きい。

(5) ダム下流側の自然水深が深くて十分の水深作用を有するか、または管出口に特殊なバルブ類を用いて放流水を空中に飛散できる場合には、管水路を彎曲させる必要がないから、彎曲管下面の空洞現象を考慮する必要なく、かつ出口断面をしづらる必要もなくなる。この種の放水管の設計法は容易であるから、本編においては説明を省略する。

### III. 空洞現象と許容最低圧力

液体は通常張力にはほとんど耐え得ないのであるから、理論上張力が発生する場所には流体は存在し得ないことは明らかである。例えば Bernoulli の定理において、全水頭を一定とするとき流速がいちじるしく大となれば、圧力水頭はついには絶対圧の 0 (大気圧を 0 とするとき -10.3 m 水頭) に近づいてくる。このような場合には水は前述のごとく張力に耐え得ないのであるから、流れの一部に水のない空洞を生ずる。かかる現象を空洞現象という。

実際にはこの空洞中には水蒸気及び水中に溶存する空気が入りこむのであるから、蒸気圧 + 溶存空気の圧力だけ絶対圧 0 より高い圧力にまで圧力降下すると空洞が発生することになる。このようにして低圧部に発生した空洞は流体により下流に押し流され、高圧部に至ると周囲の水圧により急激に圧潰せられる。この場合空洞の圧潰点付近の壁面には、あたかも鋭利な小型

ハンマーで長時間たたいたごとき、特殊な傷跡を生ずるので、この現象を普通「ピッキング」と呼んでいる。

現在このピッキングの機構については、空洞が圧潰するとき空洞内に飛びこんでくる水の運動量がきわめて微小なる時間内に 0 となるため、発生する圧力が非常に大きくこの強大な圧力が急速に繰返して作用する結果、ついには壁面を破壊するに至るものであろうとされている<sup>1)</sup>。

このピッキングによる破壊は空洞現象のおもなる有害作用であるが、この他に空洞現象は構造物の振動誘発及び水路の能率低下等の悪影響をも及ぼすものである。これ等の諸作用はきわめて有害であり、ことに放水管のごとく高速にしてしかも多量の流量を流す重要構造物にとつては、まさに致命的といつても過言ではない。

ところで実際に放水管において空洞現象を発生させるおもなる要因は、前述の速度水頭の増大とともにうなり圧力降下のほかに、入口曲線形の不良・彎曲流・壁面の凹凸等による壁面より流線の剥離；渦乱・境界層現象等による局部的圧力降下がある<sup>2)</sup>。

これらの諸原因のうち、入口曲線形、彎曲管底面、戸溝等による局部的圧力降下は理論または実験により予測することができるが、その他の原因はいちいち設計に考慮することができないので、これらを一括考慮して設計に使用する管内の許容最低圧力  $p_a$  を定めなければならない。筆者はこの設計許容圧力をとして大気圧を 0 とするとき、 $-0.3 \sim -0.4 \text{ kg/cm}^2$  ( $-3 \sim -4 \text{ m}$  水頭) ととつている。

### IV. 放水管の一般的設計方針

[1] 放水管の設計条件 放水管の設計に当つて考慮すべき基本条件としては次の 4 点に要約される。

(1) 流量条件：計画貯水位において計画流量を放流しうること。一般に所定直径にて最大流量を放流しうるように設計するのが経済的であろう。

(2) 水理条件：管水路及び trough (管水路を堤体にとりつける導水槽) 内のすべての場所において、空洞現象に対して十分安全なること。

(3) 放水条件：管水路からの放流水が堤体下流面、水叩面その他の構造物に損傷を与えないこと。本編においては放流水を堤体に沿わせることにより、この条件を満たすものとする。

(4) 製作条件：ダム施工、管及び水門製作上の制

約を満足すること。

以上の4条件を満足し、かつ最も経済的となるよう設計を進めなければならない。上記4条件のうち、(4)の条件より通常 1. 放水管直径 (流量条件より定められることがある) 2. 水門またはバルブの位置と型式が定められる。

[2] 設計方針 放水管も他の構造物と同様に、設計者の好みにより相当の変形をとりうるものであるから、これらのすべての場合を想定して設計方法を述べることはもちろん不可能である。従つてここでは特に代表的な型式として、次の設計前提に従う型式についてのみ論及し、その他の型式についてはここでは触れないことにする。

(1) 放水管は水平直管部と彎曲管部とからなる。  
(2) 直管部は水平で、断面形は円形の一様断面とする。

(3) 曲管部中心線は直管終端において直管部中心線に切する円弧をもつて彎曲し、断面形は円形より長円または円形に変化する。

(4) 主動水門 (Service gate) を有する場合は水平直管部に位置するものとし、かつ水門部における断面縮小は無いものとする。

(5) 主動水門の直後方には適當なる給気孔を有し、水門操作時の条件に関しては考慮する必要なきものと考える。

[3] 記号説明 本編中に使用する諸記号を次に一括して示す (図-2, 3)。

$H$ : 管水路入口より貯水池水面までの高さ

$H_h$ : 最大貯水深

$H_l$ : 最低貯水深

$H_o$ : 管水路入口中心より基本三角形頂点までの高さ

$m_1$ : 堤体下流面勾配

$m_2$ : 堤体上流面勾配 (場合により仮想上の勾配となる)

$Q$ : 流量

$V$ : 断面平均流速

$A$ : 管直截断面積

$R$ : 動水半径

$P$ : 潜没

$D$ : 円管直径

$a$ : 管直截断面長円長半径 (水平半径)

$b$ : " 短半径

$n$ : 長円断面の長・短半径比 ( $=a/b$ )

$L_o$ : 直管全長 (ベルマウスも含む)

$L$ : 曲管全長

$x$ : 入口中心より管中心線に沿つての長さ

$s$ : 曲管始端より曲管中心線に沿つての長さ

$z$ : 出口中心と管中心との高低差

$l$ : 主動水門より直管終端までの長さ

$\epsilon$ : 出口の切込み (Conduit opening deflector  
は除く)

$l_n$ : 管出口中心と堤体下流面との距離 ("")

$d_n$ : 管出口下面と堤体下流面との距離 ("")

$R_o$ : 曲管部中心線の曲率半径

$R_1$ : 曲管下面の曲率半径

$R_2$ : 曲管上面の曲率半径

$R_3$ : 曲管水平投影図における側壁の曲率半径

$\alpha$ : 管出口において管中心線の水平となす角

$Q$ : 曲管部中心線の曲率中心を原点とし、この点を通り鉛直上方に向う直線から測った角

$f$ : 摩擦抵抗係数

$f_1$ : 新管摩擦抵抗係数 ( $f \geq f_1$ )

$f_e$ : 入口損失係数 (塵埃格子損失係数を含む)

$$\xi = f_e + f_1 \frac{L_o}{D}$$

$$\xi_1 = f_e + f_1 \frac{L_o}{D}$$

$$\eta = \left( \frac{A_n}{A_o} \right)^2 \left( f_e + f_1 \frac{L_o}{D} \right) + \frac{f A_n^2}{4} \int_0^L \frac{P_s}{A_s^3} ds$$

$$\eta_1 = \left( \frac{A_n}{A_o} \right)^2 \left( f_e + f_1 \frac{L_o}{D} \right) + \frac{f_1 A_n^2}{4} \int_0^L \frac{P_s}{A_s^3} ds$$

$h$ : 出口中心高を基準線とする動水勾配線の高さ

$p$ : 圧力水頭

$p_g$ : 水門安全圧力水頭

$p_o$ : 直管終端所要圧力水頭

$p_a$ : 空洞現象に対する許容圧力水頭

図-2

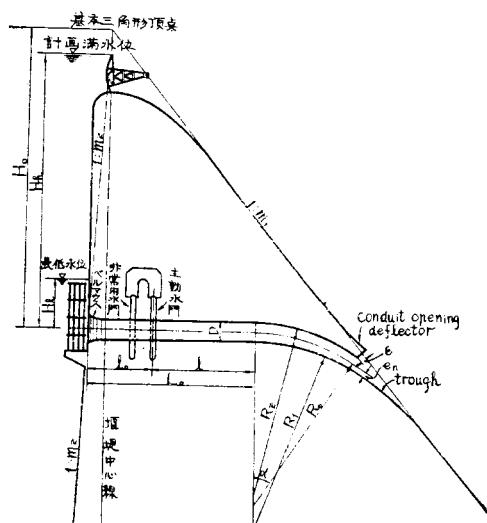
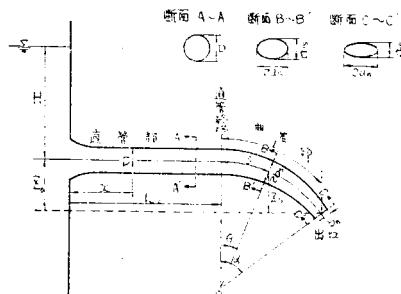


図-3



前記の各記号に対する添字  $o$ ,  $n$ ,  $s$ ,  $x$  はそれぞれ水平直管部, 出口断面, 曲管部任意断面, 及び管内任意断面を意味するものとする。

**[4] 剥離現象と水門安全圧力** さきに説明した空洞現象の一要因となる剥離現象 (Separation) について簡単に説明する。例えば流体が流れている境界面に急変点がある場合には、流体はその慣性のため境界面に沿つて流れ得ずここに流線の剥離とそれにともなう渦域を生ずる。この剥離現象は前述のごとく空洞現象の重大な原因となるもので、ことにベルマウス部、戸溝部等に生ずる空洞は主としてこの種の流線剥離によることが多い。ここに新たに定義する水門安全圧力とは要するに、空洞現象に対する通常の安全圧力にこの戸溝による局部的圧力降下を余分に見込んだ値にほかならない。すなわち戸溝による局部的圧力降下値を  $P$  (メートル) とすれば次式が成立する。

$$p_g = p_a + \frac{D}{2} + P \quad \dots \dots \dots (1)$$

この水門安全圧力をいかにとるべきかは、使用すべき水門及び管水路の特性によって定まるものであつて、各個の水理試験によらなければならぬ。最近製作される水門においては、この局部的圧力降下はほとんど無視できる程度にまで進歩しているようである。

ところで剥離現象は上述の境界面急変の場合のみならず、ゆるやかに変化する境界面に沿つても生ずることが観察されているが、これはいわゆる境界層の剥離現象であつて Prandtl 以後多くの流体力学者により比較的よく究明されている。Prandtl のいわゆる境界層の運動方程式(重力項を含む)によれば、少なくとも次の条件を満足するときには、流線が滑らかに変化する壁面から剥離することはないことが容易に証明される。

$$\frac{\partial h}{\partial s} \leq 0 \quad \dots \dots \dots (2)$$

すなわち動水勾配線が常に出口に向つて下降するよう設計すれば剥離のおそれはないと言える。

## V. 放水管の基本的水理関係

本章においてはこの種放水管の設計に必要な諸条件式を提示して、次章における一般設計法の準備とする。

**[1] 貯水位と管内圧力** Bernoulli の定理により次の関係を厳密に証明することができる。

(1) 管全長にわたりすべての断面の平均圧は貯水位が低いほど低下する。従つて最低貯水位を設計の第一基準とする必要があるが、これは計画満水位と異なり一般に明確に定義することは困難である場合が多い。筆者等の研究によれば  $H_f = 2 \sim 2.5 D$  とすれば安全であるように思われる。

(2) 水平直管部では圧力は必ず出口に向つて下降する。従つて水平直管内で圧力が最も低いのは直管終端上面である。

### [2] 動水勾配線

(1) 水平直管部の動水勾配線は常に出口に向つて下降勾配を有する。

(2) 曲管部の断面平均動水勾配線は管内任意断面について、次の関係式を満足するときに限り常に出口に向つて下降する。

$$\frac{dA_s}{ds} \leq \frac{f_s}{8} P_s \quad \dots \dots \dots (3)$$

### [3] 摩擦抵抗係数と管内圧力及び流速

(1) 貯水位一定の場合に、摩擦抵抗係数が小さいほど水平直管内の圧力は一般に低下する。

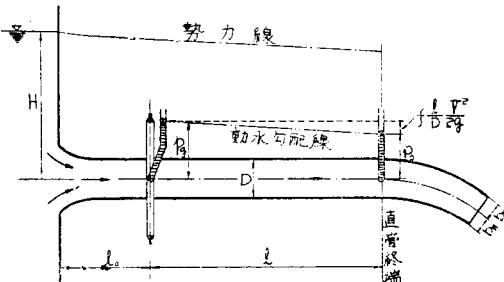
(2) 貯水位一定の場合に、摩擦抵抗係数が小さいほど流速は増大する。

### [4] 水門安全圧力と直管終端所要圧力

(1) 水門安全圧力  $p_g$  が与えられた場合に、直管終端所要圧力  $p_o$  は近似的に次式により計算することができる(図-4)。

$$\left. \begin{aligned} p_o &= p_g - 0.8 \frac{f_s l H_f}{D} \left( \geq p_a + \frac{D}{2} \right) \\ &= p_a + \frac{D}{2} \left( \geq p_g - 0.8 \frac{f_s l H_f}{D} \right) \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (4)$$

図-4 水門安全圧力 ( $p_g$ ) と直管終端所要圧力 ( $p_o$ )



(2) 水門が水平直管部に位置する場合は、構造上許しう

る限り入口近くに設けた方が高圧部に位置するため、安全かつ有利である。

#### [5] 出口中心の下りと出口断面積並びに流量

(1) 直管終端圧力を一定に保つ場合、出口中心の下り  $z_0$  が大きいほど、高貯水位時における流量は減少する。この一見矛盾するように思われる結果はきわめて重要なことがらであつて、このために放流水を堤体に沿わせる限り出口を上にあげる方が有利となるのである。

(2) 直管終端圧力  $p_a$  を与える管出口断面積は次式により与えられる。

$$A_n = A_0 \sqrt{\frac{(1+\eta_1)(H_I - p_a)}{(1+\xi_1)(H_I + z_0)}} \quad (5)$$

すなわち一般に出口の下り  $z_0$  を大にするほど、出口断面積  $A_n$  は小さくなければならぬ。これがこの種放水管において、出口断面積をしづる根本理由である。

[6] 曲管内圧力を許容圧力以上にするための条件式 一般にこの種放水管の曲管内圧力を許容圧力以上にするためには、計画満水位時における縫曲管出口下面圧力が許容圧力以上にあるように設計すれば安全である。この条件は trough の形状と無関係に求めるることはできないが、通常次式を満足すれば十分である。

$$b_n \cos \alpha - \frac{2 b_n (H_h + z_0)}{(1+\eta_1) R_o} \geq p_a \quad (6)$$

[7] 放流水を堤体下流面に沿わせる条件式 管水路出口より放流された水が、重力の作用のもとに自由落下すると考えたとき、その運動軌跡が堤体外に出ないならば放流水は trough によって堤体に沿わせることは可能と考えられる。しかし実際には空気及び trough 底面による摩擦抵抗が働くから、その影響を補正すれば幾何学的関係より次の条件式が得られる(図-5)。

図-5

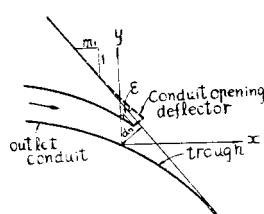


図-5

$$d_n + 0.5 m \geq \frac{m_1 (H_h + z_0)}{\sqrt{1+m_1^2}} \left( \frac{1}{m_1} - \tan \alpha \right)^2 \cos \alpha \quad (7)$$

(7) 式において左辺の 0.5 m は摩擦抵抗にたいする任意補正值である。

[8] 曲管中心線の曲率半径  $R_o$ 、曲管中心長  $L$  及び出口の角度  $\alpha$  の計算式

$$\alpha = 2 \tan^{-1} \frac{z_0}{(m_1 + m_2) H_o + m_1 z_0 - L_o - l_n \sqrt{1+m_1^2}} \quad (8)$$

$$R_o = \frac{z_0}{1 - \cos \alpha} \quad (9)$$

$$L = R_o \alpha \quad (10)$$

以上の各式において  $b_n$ 、 $d_n$  は近似的に次式で計算することができる。

$$l_n = b_n + \varepsilon \quad (11)$$

$$d_n = 2 b_n + \varepsilon \quad (12)$$

ここに出口の切込み  $\varepsilon$  は設計者の好みにより一定しないが、大体において 0~2.0 m の範囲内の値をとることが普通であるように思われる。

[9]  $\eta$  の計算式 以上各式において  $\eta$  はあたかも既知量であるかのように取扱っているが、これはその定義から明らかなごとく、厳密には放水管の設計が完了した後でなければ計算できないのであつて、設計の当初においてはこのままでは既知量として取扱うことができない。そこで設計の当初に使用すべき  $\eta$  の近似値を求めるために、 $P_S = P = \text{const.}$  と見なし、かつ  $A_S$  は近似的に一次変化をなすものと仮定する。この仮定のもとに  $\eta$  の積分項を計算し、多少の近似補正を行えば結局次式をうる。

$$\eta_1 = \frac{\xi_1 (H_I - p_a) + 0.9 \frac{f_o L}{D} (H_I + z_0) (1 + \xi_1)}{(H_I + z_0) + \xi_1 (z_0 + p_a)} \quad (13)$$

[10] 設計修正の基本法則 縫曲管底面圧力が許容圧力以上にならないときは一般に、出口中心の下り  $z_0$ 、直管長  $L$ 、または出口短半径  $b_n$  を小にすればよく、放流水を堤体下流面に沿わせる条件式が満足されないときは  $L_o$ 、 $z_0$  または  $\varepsilon$  を大にすればよい。このようにして設計の基本的方針としては、直管長をできるだけ長くして、出口の下り及び出口断面短半径を小さくする方が合理的である。

#### VI. 放水管の一設計法

前章において放流水を堤体に沿わせる放水管の設計に参考とすべき諸関係はひととおり説明したので、実際設計にあたつてはこれに従つて行えばよい、次にその一例を述べる。

#### [1] 管水路中心線決定法

(1) 直管直径  $D$  の選定：通常流量よりもむしろ使用水門の直径より定められることが多いが（最大水門直径 2.6 m）、1 門当りの流量から定める場合には、当初計画においてはおよそ次式により求めてもよい。

$$A_0 = 1.1 \sim 1.3 \frac{Q}{\sqrt{2 g H}} \quad (14)$$

(2) 直管長・水門位置・出口中心の下り・出口の切込みの選定：これらは始めは適当に選べばよく、不良のときは後の条件により必然的に修正される。

(3) 出口断面長短半径の決定：長短半径比  $n$  を選定すれば  $a_n$ 、 $b_n$  は次式により定められる。

$$b_n = \left( \frac{A_n}{n\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{(1+\xi_1)(H_l - p_0)^{\frac{1}{4}}}{(1+\xi_1)(H_l + z_0)^{\frac{1}{4}}} \quad \dots \dots \dots (15)$$

$$a_n = \frac{A_n}{\pi b_n} \quad \dots \dots \dots (16)$$

ここに  $A_n$  は (5) 式にて与えられまた  $n$  は 1~2 の範囲内の値をとるのがよい。

(4) 曲管中心線の中心角、曲率半径、中心長をそれぞれ (8), (9), (10) 式により計算する。

(5) 直管終端所要圧力  $p_0$  及び  $\xi_1$  の近似値をそれぞれ (4), (13) 式により計算する。

(6) 曲管内圧力に対する (6) 式の条件式が成立するか否かを検算する。満足しなければ  $z_0$ ,  $L_0$  または  $b_n$  を小さくして始めからやり直さなければならない。

(7) 放流水を堤体に沿わせるための条件式 (7) 式を検算する。満足しなければ  $L_0$ ,  $z_0$  または  $\epsilon$  を大にすることを必要とする。

(8) 曲管上面及び下面を適当なる曲線で結ぶ。例えば両曲線がそれぞれ直管上面及び下面に切する円弧からなるものとすると、

下面の曲率半径は

$$R_1 = \frac{\left( z_0 - \frac{D}{2} + b_n \cos \alpha \right)^2 + (R_0 - b_n)^2 \sin^2 \alpha}{2 \left( z_0 - \frac{D}{2} + b_n \cos \alpha \right)} \quad \dots \dots \dots (17)$$

上面の曲率半径は

$$R_2 = \frac{\left( z_0 + \frac{D}{2} - b_n \cos \alpha \right)^2 + (R_0 + b_n)^2 \sin^2 \alpha}{2 \left( z_0 + \frac{D}{2} - b_n \cos \alpha \right)} \quad \dots \dots \dots (18)$$

ただしこの場合は曲管中心線は当然長円の一部となるはずであるが、その離心率は一般にきわめて小さいから、図-3のごとく 0を中心とする円弧とみて計算しても水理計算結果には大して影響をおよぼさない。

## [2] 管水路断面決定法

(1) 曲管部各断面短半径の計算：各断面 ( $\theta$ -断面) の短半径  $b$  は十分なる近似度をもつて次式により与えられる。

$$b = \frac{1}{2} (c_2 - c_1) \cos \theta + \frac{1}{2} \{ \sqrt{R_2^2 - C_2^2 \sin^2 \theta} - \sqrt{R_1^2 - C_1^2 \sin^2 \theta} \} \quad \dots \dots \dots (19)$$

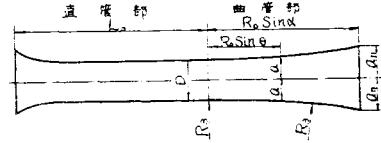
$$\text{ここに } C_1 = R_0 - R_1 - D/2 \quad \dots \dots \dots (20)$$

$$C_2 = R_0 - R_2 + D/2 \quad \dots \dots \dots$$

(2) 曲管部各断面長半径の計算：最後に直管終端側壁と出口側壁とを結ぶ、適當なる曲線形を選定しなければならない。この曲線形にはもちろん各種のものが考えられるが、ここでは曲管の水平投影面上におい

て、直管終端側面と出口側面とを直管側面に切する円弧にて結ぶものとする（図-6）。

図-6 放水管平面図



この側面曲線形を採用すればたいていの場合 (3) の関係式を満足させるし、また満足しない場合でも實際上許容してさしつかえない程度であると思われる。

側面曲線の曲率半径を  $R_3$  とすれば

$$R_3 = \frac{\left( R_0 \sin \alpha \right)^2 + \left( a_n - \frac{D}{2} \right)^2}{\left| 2 \left( a_n - \frac{D}{2} \right) \right|} \quad \dots \dots \dots (21)$$

曲管部各断面の長半径及び断面積は次式にて計算される。

$$a = \frac{D}{2} \pm R_3 \mp \sqrt{R_3^2 - R_0^2 \sin^2 \theta} \quad \dots \dots \dots (22)$$

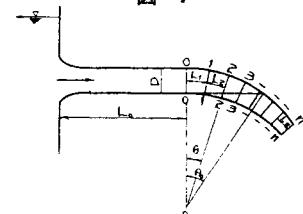
$$A = \pi ab$$

ただし (22) 式の上付号は  $2a_n \geq D$  なる場合であり、下付号は  $2a_n \leq D$  なる場合である。

[3] 設計管水路の検算 以上により管水路の基本設計が完了したの

で、次に管内圧力及び流量について検算を行わなければならない。この検算に必要とする主要なる諸関係式を次にかかげる（図-7）。

図-7



$$\eta = \left( \frac{A_n}{A_0} \right)^2 \left( f_e + f \frac{L_0}{D} \right) + \frac{f A_n^2}{8} \sum_{i=1}^n \frac{L_i}{R_{i-1} + R_i} \left( \frac{1}{A_{i-1}} + \frac{1}{A_i} \right)^2 \quad \dots \dots \dots (23)$$

$$Q = A_n \sqrt{\frac{2g(H+z_0)}{1+\eta}} \quad \dots \dots \dots (24)$$

各断面の圧力水頭は次の各式より計算される。

(1) 直管部 ( $x$ -断面)

$$p_x = H - \frac{V_x^2}{2g} \left( 1 + f_e + f \frac{x}{D} \right) \pm \frac{D}{2} \quad \dots \dots \dots (25)$$

(2) 曲管部 ( $s$ -断面)

$$p_s = H + z_0 - z_s - \frac{V_s^2}{2g} \left\{ \left( \frac{A_n}{A_s} \right)^2 + \left( \frac{A_n}{A_0} \right)^2 \left( f_e + f \frac{L_0}{D} \right) + \frac{f A_n^2}{8} \sum_{i=1}^s \frac{L_i}{(R_{i-1} + R_i)} \times \left( \frac{1}{A_{i-1}} + \frac{1}{A_i} \right)^2 \right\}$$

$$= b_s \cos \theta \pm \frac{b_s Q^2}{g A_s^2 R_0} \quad \dots \dots \dots (26)$$

$$\text{ただし } F = \sqrt{\frac{Q}{Q_0} \left( 2 - \frac{Q}{Q_0} \right)}, \quad 0 \leq \theta \leq \theta_0 \\ = 1, \quad \theta \geq \theta_0$$

(25), (26) 式において上付号は管上面, 下付号は管下面に対するものである。また  $\theta_0$  は直管底面の延長線が曲管上面と交わる点と, 曲管中心線の曲率中心  $O$  とを結ぶ点が鉛直線となす角である(図-7 参照)。

## VII. 結 語

以上によりはなはだ概略かつ特定の場合に限られたものではあるが、放水管の一設計法を説明した。しかしながら紙数の都合でベルマウス曲線形、水門、給気孔、塵除格子、deflector、trough 等についてはいづれも触れることができなかつたことは遺憾である<sup>4)</sup>。このうちベルマウス曲線形については各種の型式が発表されているが、そのうち次式にて与えられるベルマウスは式が簡単でしかも安全なものであることがわかつている。

ただし  $X$  は管軸に平行,  $Y$  は管軸に直角に取つた座標軸である。

Conduit opening deflector は越流水が trough の底に被害を及ぼさぬ程度に突起させればよいのであって、ほぼ堤体下流面より 0.6~1.2 m 程度の突起が普通である。水門、給気孔等については他の機会にゆずる。

## 参 考 文 献

- 1) Cavitation in Hydraulic Structures,  
A Symposium, Proceedings, A.S.C.E., Vol.  
71, Sept. 1945
  - 2) H.A. Thomas and E.P. Schuleen : Cavita-  
tion in Outlet Conduits of High Dams,  
Transactions, A.S.C.E., Vol. 107, 1942
  - 3) S. Goldstein : Modern Developements in  
Fluid Dynamics, Oxford Press, Vol. I, p.120
  - 4) C.V. Davis : Handbook of Applied Hydraulics, McGraw-Hill Book Co. Ltd., 1942

(图.29.7.3)

## 級数和を利用するモーメント分配法

正員吉村虎藏\*

## MOMENT DISTRIBUTION UTILIZING THE SUMS OF SERIES

(JSCE Feb. 1955)

Torazō Yoshimura, C.E. Member

**Synopsis** When analyzing a system of members rigidly connected in the manner of continuous beams by the method of moment distribution, we find that moments successively carried-over to the member-ends appear themselves in the geometric series. The summation formulae of such series are given; and the use of them leads us directly to the desired solution without repetition of balancing operation. The formulæ are perfectly general, since properties of members, e.g., shapes and cross-sections, have been taken into account.

It is evident that the principle applies directly to any single-storied frame. As to any multi-storied frame and the like the method proves to be very useful, because the direction of carrying-over is controlled to one way only, which prevents us from the confusion arising mainly from the carrying-over to several directions.

Numerical examples given, especially the analyses of Vierendel frames and of secondary stresses in a truss show superiority of the proposed method in its clarity, simplicity and speediness over the ones of previous authorities.

**要旨** 多辺形材、曲線材、変断面材等任意性状の材についてモーメント分配法の一般型を示し、これらの材を含む単層系ラーメン\*\*の群における到達モーメント和を級数和として公式化し、従来の繰返し演算を一掃した。さらにこれらの材をもつ任意の多層ラーメン

に、上の級数和を利用して、その解を簡単かつ迅速化し、Cross 法において経験する煩雑さ、それに起因する混乱を駆逐した。その方法によれば、フィーレンディール桁、トラスの二次応力等剛節橋梁の解法は、従来に見られないほど簡単なものとなる。

## 1. モーメント分配法の一般型

定断面・変断面直線材、水平弦をもつ多辺形材・曲

\* 熊本大学助教授、工学部応用力学教室

\*\* 図-6 のごときラーメンをいう