

壁厚が直線的变化をなす円筒形 水槽の応力計算図表

正 員 工学博士 酒 井 忠 明*

STRESS CALCULATION GRAPHS OF CYLINDRICAL TANKS WITH LINEARLY VARIING WALL THICKNESS

(JSCE Feb. 1955)

Dr. Eng., Tadaaki Sakai, C.E. Member

Synopsis In this paper, the author gives the graphs from which the stresses due to liquid or earth pressure can be directly and quickly determined at any point in the wall of tanks with linearly varing wall thickness.

要旨 下部固定または底盤が比較的厚くて下部固定とみなしうる円筒形水槽において、その壁厚が直線的变化をなす場合の水圧または土圧による応力を簡単にただちに計算することのできる図表を作製したものである。

1. 応力計算図表とその使用法

水槽の諸寸法の記号を図-1に示すごとくあらわし、また

- ν : 壁体材料のポアソン比
- r : 水槽中の液体の単位体積の重量
- M_x : 壁体の単位巾に作用する曲げモーメント

- Q_x : 壁体の単位巾に作用する剪断力
- N_ϕ : 単位高の壁体の垂直断面に作用する水平引張周辺力

とする。なお M_x 及び Q_x は図示の方向を正にとり、 N_ϕ は引張力を正とする。しかるときは液圧によるこれらの応力は

$$\left. \begin{aligned} M_x &= r l^3 K_1 \\ Q_x &= r l^2 K_2 \\ N_\phi &= r a l \left(1 - \frac{x'}{l} - K_3 \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= K_{M0} + (K_{M1} - K_{M0}) \frac{l}{L} \\ K_2 &= K_{Q0} + (K_{Q1} - K_{Q0}) \frac{l}{L} \\ K_3 &= K_{N0} + (K_{N1} - K_{N0}) \frac{l}{L} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

にして、 $K_{M0}, K_{M1}, \dots, K_{N1}$ は、

$$\frac{1}{\beta l} = \frac{1}{\sqrt[3]{3(1-\nu^2)}} \frac{a}{l} \sqrt{\frac{l_y}{a}} \dots\dots\dots (3)$$

とするとき、この $1/\beta l$ と x'/l の関数である。 x'/l が 0, 0.02, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.8 及び 1 なる水槽壁体の諸点における $K_{M0}, K_{M1}, \dots, K_{N1}$ と $1/\beta l$ との関係を計算し図表としたものが図-2~図-4の応力計算図表である。なお普通的水槽の寸法は大体 $1/\beta l$ は 0.20 以下であり従つてこれらの図表には $1/\beta l$ が 0~0.20 に対するものを示してある。(2) 式の関係から明らかなごとく、 $l/L=1/2$ すなわち水槽壁の頂部の厚さが底部の厚さの $1/2$ なる場合には K_1, K_2 及び K_3 の値は図表の実線の両曲線の中央点の縦距によつて与えられる。また一定厚の場合は実線で示した曲線の縦距、頂部壁厚が 0 の場合は破線で示した曲線の縦距が K_1, K_2 及び K_3 の値を与える。

地中埋設の水槽において外周土圧による応力を求める場合にもこの図表をそのまま使用できる。ただしこの場合には、ランキン土圧公式を用いるものとするれば(1) 式中の r の代りに $-r(1-\sin \phi)/(1+\sin \phi)$ としこの式の r としては土の単位重量をとりまた ϕ は土の摩擦角とする。

2. 応力計算図表の作製法

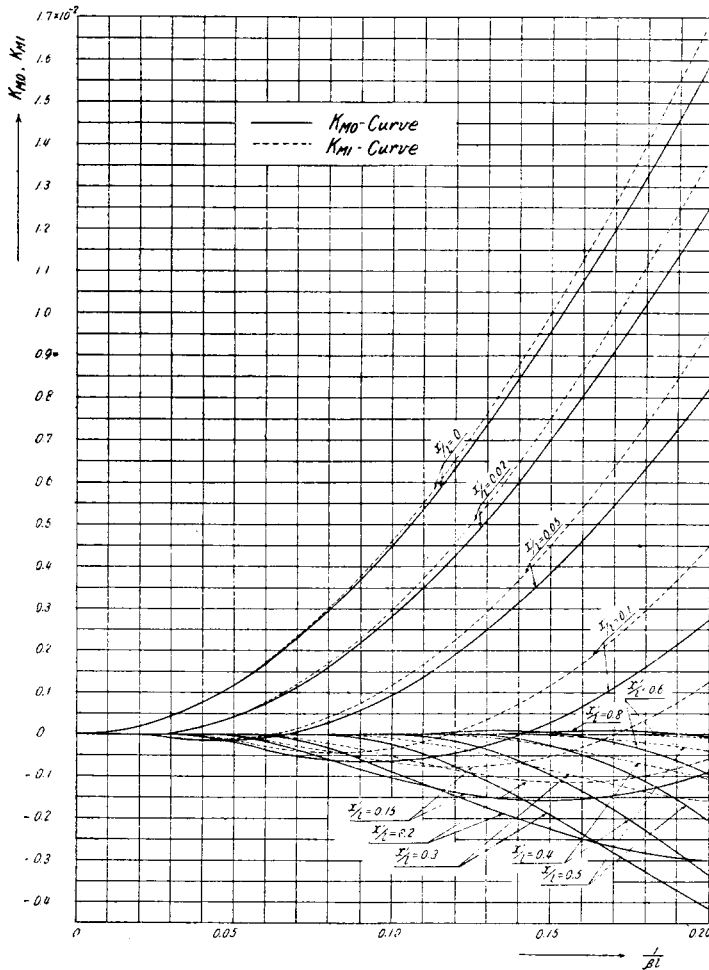
K_1, K_2 及び K_3 は元来、

* 北海道大学教授，工学部土木教室

$$K_1 = \frac{1}{2\beta^2 l^2} e^{-X} \sqrt{y} \frac{1}{D} \left[\left[y - \frac{1}{\beta l} \left(1 - \frac{1}{16} \frac{l}{L} \right) y - \frac{1}{\beta^2 l^2} \frac{l}{16L} \left(\frac{15l}{16L} - \frac{3}{32} y - \left(\frac{35}{32} - \frac{1}{16} \frac{l}{L} \right) \sqrt{y} \right) \right] \cos X - \left[y - \frac{35}{16\beta l} \frac{l}{L} \sqrt{y} + \frac{1}{\beta^2 l^2} \frac{l}{L} \left(\frac{15l}{16L} - \frac{3}{32} y + \left(\frac{35}{32} - \frac{1}{16} \frac{l}{L} \right) \sqrt{y} \right) - \frac{1}{\beta^3 l^3} \frac{l^2}{L^2} \right] \sin X \right]$$

$$K_2 = \frac{1}{\beta l} e^{-X} \sqrt{y} \frac{1}{D} \left[\left[\sqrt{y} - \frac{1}{2\beta l} \frac{l}{16L} + \left(1 - \frac{1}{16} \frac{l}{L} \right) \sqrt{y} \right] + \frac{1}{2\beta^2 l^2} \frac{l}{L} \left(\frac{15}{16} - \frac{1}{16} \frac{l}{L} \right) \cos X + \left[\frac{1}{2\beta l} \frac{l}{16L} - \left(1 - \frac{1}{16} \frac{l}{L} \right) \sqrt{y} \right] - \frac{3}{32\beta^2 l^2} \frac{l}{L} \left(\frac{l}{L} \frac{1}{\sqrt{y}} - \sqrt{y} \right) \right] \sin X$$

図-2 応力計算図表-1



$$K_3 = e^{-X} \sqrt{y} \frac{1}{D} \left[\left[1 - \frac{3}{16\beta l} \frac{l}{L} \frac{1}{\sqrt{y}} + \frac{3}{32\beta^2 l^2} \frac{l}{L} \left(\frac{1}{\sqrt{y}} - 1 \right) \right] \cos X + \left[1 - \frac{1}{\beta l} + \frac{1}{16\beta l} \frac{l}{L} + \frac{3}{32\beta^2 l^2} \frac{l}{L} \left(\frac{1}{\sqrt{y}} + 1 \right) \right] \sin X \right] \quad (4)$$

ただし, $y = \frac{x}{L} = 1 - \frac{x'}{L} = 1 - \frac{l}{L} \frac{x'}{l}$

$$X = 2\beta l \frac{L}{l} \left(1 - \sqrt{y} \right), \quad D = 1 - \frac{3}{16\beta l} \frac{l}{L}$$

であり, 学会誌第 39 巻第 6 号にこの式の誘導法を述べたところである。ただし同誌に掲載* せるものは本式中の微小頂を省略せるものである。

(4) 式に l/L の種々の数値を代入して計算すると, 一定の x'/l 及び $1/\beta l$ においては実用的には K_1, K_2

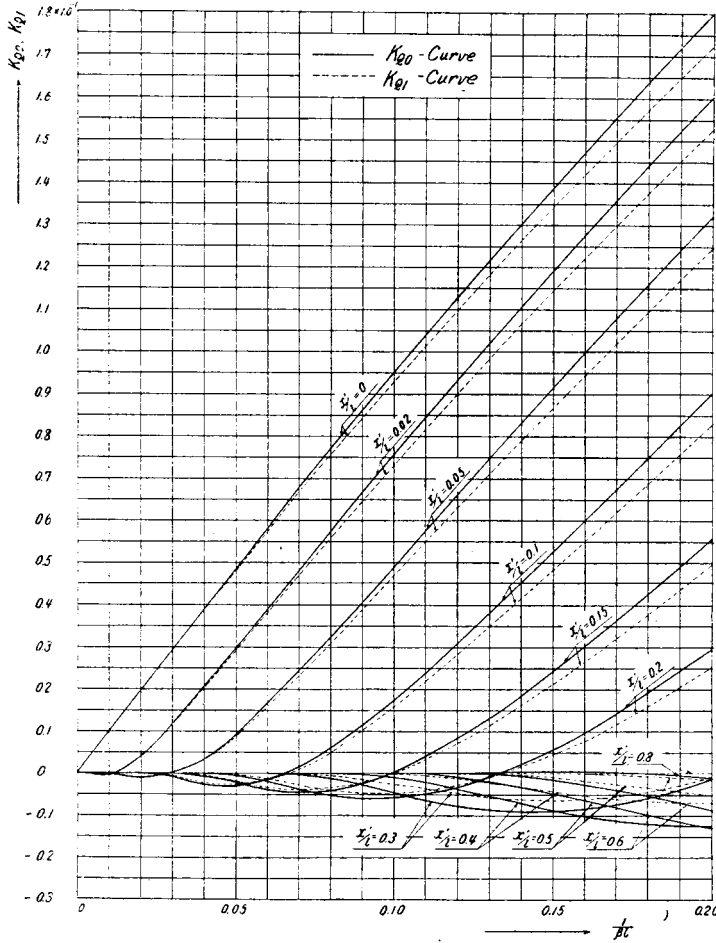
及び K_3 はいづれも l/L との間に直線的関係を有することがわかる。従つて $l/L=0$ すなわち壁厚が一定の場合の K_1, K_2 及び K_3 をそれぞれ K_{M0}, K_{Q0} 及び K_{N0} とし, $l/L=1$ すなわち上端の壁厚が 0 の場合の K_1, K_2 及び K_3 をそれぞれ K_{M1}, K_{Q1} 及び K_{N1} とし, x'/l が 0, 0.02, 0.05, 0.1, ……1 なる特定の壁体諸点におけるこれらの値と $1/\beta l$ との関係を図-2, 図-3 及び 図-4 のごとく曲線にて図示しおけば (2) 式の関係から任意の l/L の値を有する場合の K_1, K_2 及び K_3 をきわめて簡単に求めることとなる。

(4) 式は水槽の下端条件のみを用い誘導せる関係上, $1/\beta l$ の値が比較的大で 0.2 付近にな

* K_2 の式中, 正負の符号に誤記があり次のごとく訂正する。

$$K_2 = \frac{1}{\beta l} e^{-X} \sqrt{y} \frac{1}{D} \left[\left\{ \left(1 - \frac{1}{2\beta l} + \frac{1}{32\beta l} \frac{l}{L} \right) \sqrt{y} \dots \dots \right\} \right]$$

図-3 応力計算図表-2



ると上端付近の応力の計算結果は正確を期しがたいのでこの部分に対しては特に、土木試験所報告第 38 号掲載の松村、中西両氏の正解式を用いて計算した。も

表-1

x'/l	M_x	Q_x	N_φ
0	$1.263 \times 10^{-2} \tau l^2$ (1.2632)	$1.498 \times 10^{-1} \tau l^2$ (1.4980)	$0 \tau al$ (0)
0.02	0.983	1.300	0.011
0.05	0.636	1.021	0.062
0.10	0.229	0.622	0.198
0.15	-0.003	0.322	0.352
0.20	-0.110 (-0.1101)	0.120 (0.1193)	0.486 (0.4872)
0.30	-0.122	-0.054	0.636
0.40	-0.055 (-0.0564)	-0.061 (-0.0611)	0.629 (0.6288)
0.50	-0.012	-0.026	0.532
0.60	0.001 (0.0010)	-0.004 (-0.0040)	0.412 (0.4123)
0.80	0.0002 (0.0002)	0.0006 (0.0006)	0.1989 (0.1989)
1.0	0 (0)	0 (0)	0 (0)

つとも上端付近の応力は下部におけるものに比較してきわめて小であり図表上にはその差異は判然とはしない程度のものである。

3. 計算例-1

比較的 $1/\beta l$ の大なる場合の例として $a=l, \alpha=20 t_u, t_0=0, \nu=0$ なる水槽を考える。この例題においては、 $l/L=1, 1/\beta l=0.17$ である。従つてまた $K_1=K_{M1}, K_2=K_{Q1}, K_3=K_{N1}$ であり、応力計算図表では $1/\beta l=0.17$ における各破線で示した曲線の縦距を求め壁体諸点における諸応力を求めると表-1 に示すごとくなる。ただし図表によると小数点下第 3 位の数値は不明であるので図表作製に用いた計算値を記し同表カッコ内に示した松村、中西両氏の正解値との比較に便した。

4. 計算例-2

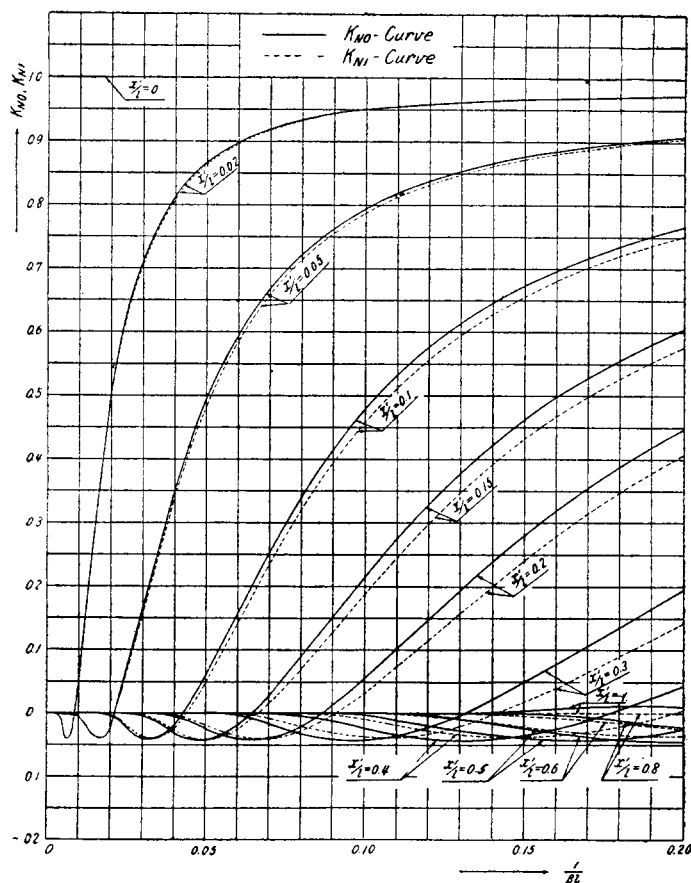
$a=800 \text{ cm}, l=1530 \text{ cm}, t_u=50 \text{ cm}, t_0=25 \text{ cm}, \nu=1/6$ なる水槽を考える。この例題においては $l/L=1/2, 1/\beta l=0.10$ である。 l/L が $1/2$ であるから

図-2, 図-3 及び 図-4 の応力計算図表では $1/\beta l=0.10$ における各実線と破線の両曲線の中央点の縦距が K_1, K_2 及び K_3 を与えることとなり、これらの値は表-2 に示すごとくなる。ただし前計算例と同様の理由により同表には図表作製に

表-2

x'/l	K_1	K_2	K_3
0	0.456×10^{-2} (0.457)	0.939×10^{-1} (0.939)	1 (1)
0.1	-0.049 (-0.048)	0.166 (0.166)	0.467 (0.467)
0.2	-0.070 (-0.069)	-0.054 (-0.054)	0.043 (0.043)
0.3	-0.018 (-0.017)	-0.037 (-0.037)	-0.041 (-0.041)
0.4	0.002 (0.002)	-0.006 (-0.005)	-0.018 (-0.018)
0.5	0.002 (0.002)	0.002 (0.002)	-0.001 (-0.001)
0.6	0.001 (0.000)	0.001 (0.000)	0.001 (0.001)
0.8	-0.000 (-0.000)	-0.000 (-0.000)	0.000 (-0.000)
1.0	0 (0)	0 (0)	0 (0)

図-4 応力計算図表-3



用いた計算値すなわち (4) 式における、 $l/L=0$ 及び $l/L=1$ なる場合の計算結果に (2) 式の関係を用いて求めた値を示した。なお同表のカッコ内の数値は (4) 式において $l/L=1/2$ として直接計算した結果であり、(2) 式の関係が実的に成功することを示したものである。

この研究は昭和 29 年度文部省科学研究費補助による研究の一部として行つたものであることを付記する。

(昭. 29.7.19)

直交異方性板理論による桁橋構造の自由振動に関する研究

正員 米 沢 博*

A STUDY ON THE FREE VIBRATION OF BEAM BRIDGE BY THE THEORY OF ORTHOGONALLY ANISTROPIC PLATE

(JSCE Feb. 1955)

Hiroshi Yonezawa, C.E. Member

Synopsis The free vibration of beam bridge has been almost analysed by the theory of beam, but the result of this theory differs widely from the experimental results. The auther applied the theory of orthogonally anistropic plate to the free vibration of beam bridge and experimented on the existing highway bridges and the models of beam bridge. As a result of comparing experiment with the theory it was explained that theory of orthogonally anistropic plate is a excellent method to the analysis of free vibration of beam bridge.

1. ま え が き

橋梁の自由振動はその動的剛性や耐荷力を知る点に

において重要である。従来鋼鈹桁、合成桁、鉄筋コンクリートT形断面桁などよりなる主桁並列型式の道路橋の自由振動を求める場合、床版と桁の協力作用を考え

* 山口大学助教授，工学部土木工学教室