

- 脚断面：短形円）で $24/12=2.0$ である。両橋脚は割合上記の比の上、下限値を与えるような断面寸法である、
- 26) Otto Stötzner, Beitrag zur Berechnung der Fundierung von Freileitungsmasten mit Berücksichtigung der Nachgiebigkeit des

Erdreichs, Der Stahbau, 20 Jahrung, Heft 7 Juli 1951, S. 84-88, しかし $\tan\varphi=1/100$ で $\phi=\phi_{max}$ とは限らないと思う。たとえば文献(3) 図-5 は乾燥砂であるが $\tan\varphi=1/100$ をこえて $\max\tan\varphi=1/33$ となつてもなお OABCD 線は漸増している。(昭.29.6.23)

重力ダムコンクリート打設設計画とその工期の妥当性に関する統計的考察

准員 伊藤和幸*

STATISTICAL CONSIDERATIONS ON THE PLACING SCHEDULE OF CONCRETE AND THE ADEQUACY OF CONSTRUCTION TERM FOR GRAVITY DAMS

(JSCE Jan. 1955)

Kazuyuki Itō, C.E. Assoc. Member

Synopsis In the construction works of gravity dams in Japan, the past records of their concrete placing were analyzed statistically to grasp their executing characteristics and, finally, a simple method determining a rational construction term with an adequate capacity of concrete mixing plant was proposed for our future projects.

要旨 わが国における最近の重力ダムコンクリート打設工事資料を統計的に解析し、その施工特性を把握するとともに、混合プラントの容量及び打設工期についての簡単で妥当な推定法を提案したものである。

1. 緒言

土木の各設計分野では理論的には相当の進歩をみていくが、実際施工についてはその特性がほとんど把握されていない。こうした点が工事計画を立てる上に大きい隘路になつていることはいうまでもない。その原因は、各現場の施工条件の差、例えば地質、地形、機械の良否、技術の適否などによつて、工事の特性を知ろうとしても、標本点のバラツキが大きくて、曲線にうまくのつてこないからである。著者はこの変動に着目して、推計学を用いてその特徴化につとめた。当然その取扱いに際しても変動はきわめて大きいものがあつたが、いわゆる標準化を行い、要件のある特定の条件内に制約して処理した結果、実用に供しうる程度のものがえられたので、ここに提案する次第である。

標本各地点は 1953 年内に完成したもの、及びほとんど完成に近くこれ以上変わるものがないと認められる。³⁴ 現場からなるが、現場各位の意向によつてダム名称を記号で表示することにした。

本文中に用いた用語の定義は、つぎのようである。

* 通産技官、公益事業局水力課

工期(T)：ダムコンクリート打設期間（月）、ただし冬期打設休止期間並びに打設の初期と末期のように設備、岩盤掘削、ダムに外の工事等を行い進捗が本格的でない期間は除外する。

Mixer 容量(M)：合計切で表わし、28 切 3 台ならば 84 切とする。

月平均打設量(y)：(打設総量)/(工期) で $1000 \text{ m}^3/\text{月}$ 単位とする。

最大月打設量(x)：毎月の打設量のうちで、最大を記録した月のもので、 $1000 \text{ m}^3/\text{月}$ の単位とする。

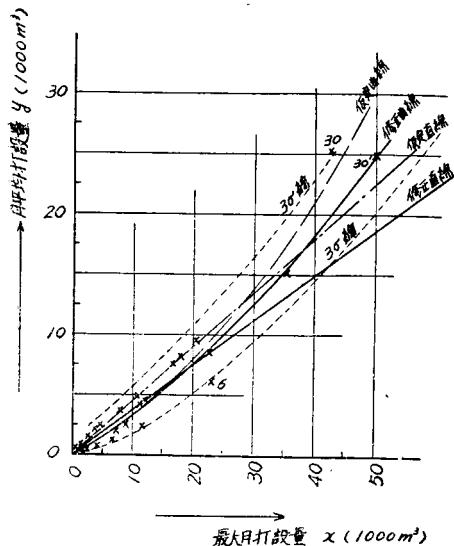
最大打設率(R)：{(最大月打設量)/(打設総量)} × 100(%)

2. 月平均打設量と最大月打設量の関係

両者の関係は、仮設備計画の基幹をなすもので、ブロック割、仮設備の程度、打設の技術などからその最盛期を想定して求められるが、実際施工では気象の問題、機械の効率、技術の巧拙など、不慮の要因が入りこんで、当初計画が少なからず左右される。こうした問題に対して、今まで $x=2y$ 程度にとるとか、 x の大小に応じてその係数を若干変える程度の雑然たるものであつた。本節ではこの関係をつぎの順序で追究したい。

(1) 両者の相関の有無 図-1 に標本をプロットすると、直線か 2 次曲線程度の関係であるから、相関比の検定は省略して、相関係数の有意の有無について

図-1 月平均打設量と月最大打設量の関係
Fig.1 Relation between mean monthly placing quantity and max. monthly placing quantity.



検定する。しかし標本個数は $n=34$ の小数であるから、簡単に佐藤教授の数理統計学¹⁾に従つて計算すると、相関係数 $r=0.6346$, $t=r\sqrt{n-2}/\sqrt{1-r^2}=5.694$, 自由度 $f=n-2=32$; 従つて Fisher の t -表から $P=0.01$, $f=30$ として $t_0=2.750$ であるから、 $P\{t \geq 5.694\} < 0.01$ となり、両者の間には相関関係があると認めてよい。

(2) 近似直線、近似曲線の仮定 普通の最小自乗法によると、次式が得られる。

$$y = 0.006780 x^2 + 0.2621 x \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$y = 0.4538 x \quad \dots \dots \dots (2)$$

(3) 各標本点 (x_i, y_i) の重み (weight) x, y の関係において、一定の x_i (または y_i) に対する y_i (または x_i) の分布を正規分布と仮定しよう。一般に 2 変数に対してある函数関係が存在すると、標本点の変動はその函数関係を表わす曲線を中心として分布すると考えられる。従つて式(1)で仮定した曲線が次節で求める最適合曲線と大差のない場合には、近似的に分布の中心とみなせるから、各 y_i に対する $V_i^2 = [x_i$

- 1) 佐藤良一郎: 数理統計学 (増補版), 培風館, 昭24, p.417.
- 2) 同上, 附録附表 III.
- 3) $y(y_i)$ は y_i を与えてそれに応ずる x_i を式(1)から求めたものである。
- 4) 日本応用力学会編: 応用統計学, 第6章, 克誠堂, 昭24.

$-g(y_i)]^2$ を個々に求め³⁾, y_i と V_i^2 の関係を普通の最小自乗法を用いて原点を通る3次曲線あてはめることにした。その理由は、(1) $y=0$ のとき x の変動はない、(2) y の小さい小ダムでは、ダム自身の量に比べて各種水門のピーヤなど雑多な工事が入りこむ割合が大きく、工事は単調さを欠き変動も大きくなつて、 y の変化に対して V^2 は敏感に増加するが、ある量以上となるとダム自身の単調な打設部分が多くなつて、同一の y の変化に対し V^2 の増加率が減少するからである。計算の結果は、

$$y = 0.01087(V^2)^3$$

となる。ところが V^2 は y_i を指定したときの x_i の分散 $\sigma_{y,x}^2$ に対応する量であるから、近似的に

$$y = 0.01087(\sigma_{y,x}^2)^3 \quad \dots \dots \dots (3)$$

つぎに一定の x_i に対する y_i の変動は、

$$\sigma_{x,y} = 0.1y \quad \dots \dots \dots (4)$$

とする。この係数 0.1 は $y=(\text{総打設量}/\text{工期})$ における分母子の誤差を考慮して決定した。すなわち、工期については本資料の整理が月単位であるから、整理に際し着工と完成時に ± 0.5 ヶ月、打設当初の本格的に施工しない期間と完成近くで他の構造物と進歩を合わせた期間を ± 1 ヶ月、計 ± 1.5 ヶ月の誤差があり、総打設量については $\pm 2\%$ 程度の誤差と見積る。この程度のものはごく普通に起りうる誤差であるから、平均値に対して $\pm 1\sigma$ (この領域内に標本の生起する確率は約 70%) の変動域とみなすことは妥当と考えられるわけである。

一例として No.30 地点について説明すると、総打設量は 480000 m^3 、その 2% は約 10000 m^3 、従つて変動域は $470000 \sim 490000 \text{ m}^3$ となる。工期は 19 ヶ月であるから、変動域は $17.5 \sim 20.5$ ヶ月となり、 y の変動巾は 5100 m^3 である。一方 (4) から $\sigma_{x,y} = 0.1 \times 25200 = 2520 \text{ m}^3$ で、 $\pm 1\sigma$ の変動巾は 5040 m^3 となり、上の 5100 m^3 とはほとんど一致する。

(4) 最適合直線及び曲線と適合度の検定 上記の分散を用いて最適合曲線を計算すれば⁴⁾、式(1), (2) に対してつぎの式(5), (6) がえられる。

$$y = 0.003793 x^2 + 0.3095 x \quad \dots \dots \dots (5)$$

$$y = 0.3794 x \quad \dots \dots \dots (6)$$

ただし、計算に際しての Weight w_{x_i} 及び w_{y_i} はそれぞれ

$$w_{x_i} = \sigma^2 / \sigma_{y,x}^2, w_{y_i} = \sigma^2 / \sigma_{x,y}^2$$

とし、直線の場合は $\sigma^2 = 1$ 、曲線の場合は $\sigma^2 = 10$ とする⁴⁾。表-1は主要計算値を示したものである。

つぎに適合度の判定水準を 10% にとると、直線及び曲線の自由度はそれぞれ 33, 32 となり、 χ^2 分布

表から χ^2_0 を求めると、表-1 の結果から直線式の方は棄却される。なお、表-1 の χ^2_0 と χ^2 はいずれも大差ないが、直線式をあてはめた場合図-1 のよ

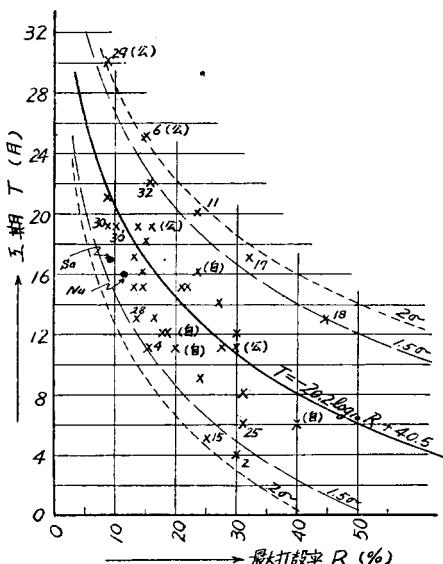
うに No.30 標本点の変位がきわめて大きくなり、常識上ありえないと考えられるから、上の計算結果は妥当といえるわけである。図-1 の $3\sigma (=3\sigma_y z)$ 線は、その限界内に 99.73% の標本が生起することを意味する。

3. 工期と最大打設率との関係

図-2 は工期と最大打設率との関係をプロットしたものであるが、 R の定義から $T=1$ で $R=100$ であり、 T が大きくなるほど R は T 軸に漸近する。この2条件から図-2 で両者の関係は曲線となるが、 R 軸を常用対数変換すると、図-3 となつて標本はほぼ直線状の分布をすることがわかる。

図-2 工期と最大打設率の関係

Fig. 2 Relation between the construction term and the max. placing ratio.



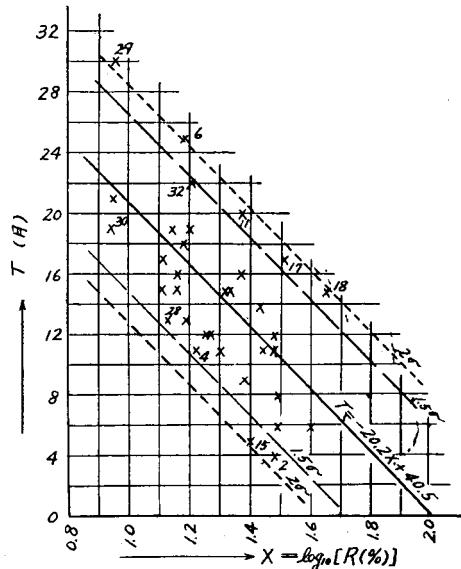
(1) T と $X = \log_{10} R$ との相関の有無 計算の結果、 $r = -0.6446$, $t = 4.769$, $f = 32$ となり、Fisher の t -表から $f = 30$, $P = 0.01$ とすれば $t_0 = 2.750$ と

表-1 最適合直・曲線の主要計算値
Table 1. Calculated values for the most suitable straight line or curve.

記号 ^{a)}	曲 線	直 線
B	-0.0474	+0.0744
C	+0.002987	-
b	+0.3095	+0.3794
c	+0.003793	-
$\chi^2 = \min S/\sigma^2$	41.8	45.6
χ^2_0	43.0	43.8
適 否	適	否

なるので、 $P[t \geq 4.769] < 0.01$ となり、相関の有意が認められる。

図-3 工期と $X = \log_{10}[R(\%)]$ の関係
Fig. 3 Relation between the construction term and $X = \log_{10}[R(\%)]$



(2) 関係直線の設定と標本の分散 普通の最小自乗で計算すると、次式が得られる。

$$T = -20.5 X + 40.5 \quad \dots \dots \dots (7)$$

$$\text{または } T = -20.5 \log_{10}[R(\%)] + 40.5 \quad \dots \dots \dots (7')$$

この直線は $T=0$ のときに $X=2.01$ となり、前記の条件とかなりよく合つているので、さらに高次の曲線をあてはめる必要はない。

つぎにこの直線のまわりの分散については、 X_i のいかんにかかわらず、一様に推定不偏分散 U^2 で示すと、

$$U^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (T_i - T_{oi})^2 = 15.3427$$

ここに、 T_{oi} は標本 (T_i, X_i) のうち、 X_i に対する直線上の値である。厳密には $X=2$ で $U^2=0$ となるはずであるが、図-3 からわかるように、実用範囲の分散には差があるよう思えない。しかし一応 X_i の各階級における分散の相違の程度を、等分散仮説の検定⁵⁾ によつて調べると表-2 のようになる。この場合、区間 1.00~1.09 には標本がないので省略した。なお、表において、 $F_k = U_k^2/U^2$ ($k = I, II, \dots, VII$)、 F_0 は水準 5% とした場合の F -表⁶⁾ から求まる値、 U_k^2 は各区間内の推定不偏分散である。

5) 前掲文献 3), p. 4.17.

6) 同上、附表, p. 9

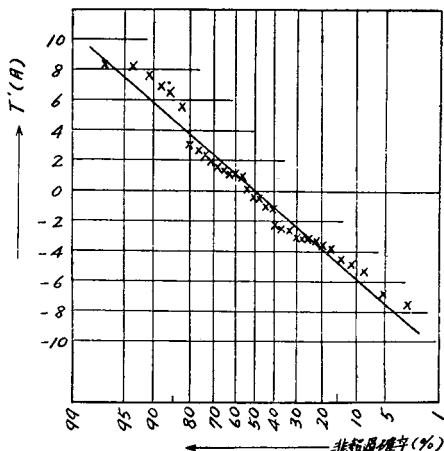
表-2 等分散仮設の検定
Table 2. Test for equivalent of variance

番号	X_t の区間	標本数	U_k^2	F_k	F_0	判定
I	0.90～0.99	3	38.4850	2.508	3.290	適
II	1.10～1.19	8	15.7843	1.028	2.305	〃
III	1.20～1.29	6	19.0100	1.239	2.505	〃
IV	1.30～1.39	6	17.6440	1.150	〃	〃
V	1.40～1.49	6	20.5080	1.336	〃	〃
VI	1.50～1.59	3	33.7867	2.202	3.290	〃
VII	1.60～1.69	2	65.6800	4.280	4.142	否
計		34				

計算の結果、 $U^2 = 15.3427$ と等分散とみなせないのは、VII 区間のみであるが、 F と F_0 の差は小さく、また区間中一番かけはなれている U_{II}^2 と較べると、 $F = U_{\text{VII}}^2/U_{\text{II}}^2 = 4.161$ に対して 5% で $F_0 = 5.59$ となり、有意差は認められない。従つて一様に推定不偏分散 $U^2 = 15.3427$ を使用することにする。なお、図-2, 3 の 1.5σ , 2σ 線は、それぞれその限界内で標本が生起する確率が 86.64%, 95.45% であることを意味する。

(3) 分布の正規性 ここでは直線のまわりの分布を正規分布として取り扱っているが、与えられた標本の分布を確率紙に書いてみると図-4 のようになり⁷⁾、ほとんど直線上に配列されて、上の取り扱いが妥当であつたことがわかる。この図で縦軸の T' は、式(7)の直線から T 軸に平行に標本点まで測つたもので、直線より上方を正、下方を負としている。

図-4 式(7)の直線のまわりの標本点分布
Fig.4 Distribution of samples around the straight line given by eq. (7)



4. Mixer の稼働状況

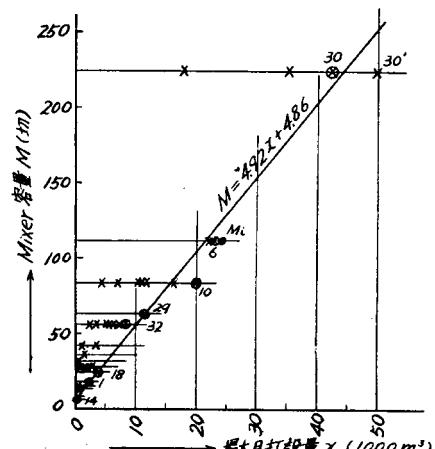
7) 伊藤和幸：現場打設コンクリートの品質管理とその効果、土木技術、第8巻第12号、昭.28、p.6.

図-5からわかるように、Mixer の容量 M に対する最大月打設量 x の最大値は、大体において二直線状に配列されている。この直線関係は、今後混合プラントに関し、特殊な方法が考案されない限り、同様の比例関係を保つと考えられる。この関係式 $M = \phi(x)$ を求めるのに、つきの3つの方法がある。

- (1) 各 M に対する x の最大点を等重とする。
- (2) 上記の最大点のうちで、各 M 内の標本の少ないものは除外して、他は等重とする。
- (3) 小なる M の最大点がより大なる M の最大点より大きい場合には、大なる M の標本を捨てる。

図-5 Mixer 容量と最大月打設量との関係

Fig.5 Relation between the capacity of mixer and max. monthly placing quantity.



以上のうち(1)法では全標本が活用されるが、各 M の標本数が違うのに等重にみる欠点があり、(2)法はその欠点をいくぶん補うが、(3)法の矛盾を解決していない。要は標本数が多ければこうした問題はないのであるが、ここでは(3)法によることにして、普通の最小自乗法で計算すると、

$$M = 4.92x + 4.86 \quad \dots \dots \dots (8)$$

5. 結果に対する検討

(1) x と y の関係について 図-1の 3σ 線の限外に出るのは No. 6, No. 30 地点である。このうち No. 6 は図-2からわかるように、その 2σ 線の限外にあつて工期の過剰な建設であるにもかかわらず、図-5では Mixer はほとんど最大限に稼働している。これは経済的な問題かまたは計画技術のいずれかの拙劣さによって、長工期にもかかわらず工事の変動のはげしかつたことを示すものであり、こうした意味から棄却される。しかし No. 30 については、工期は厳重なもので Mixer の稼働も最大限に近かつたので、 3σ

線の限外に出る理由がわからなかつたが、こうした点から本文の発表をさしつかえていたが、最近の発表⁸⁾によると $x=50.039$ となつてゐる。これをプロットしたのが図-1の No.30' であつて、修正曲線式(5)の直線上にきて、かえつて曲線式の優秀な適合性を立証することができたわけである。従つて No.30 は誤つた報告として棄却限界よりはずれるものであり、その検出に成功した変動域としての 3σ 限界も妥当であるといえる。

(2) T と R の関係について 図-2を理解するには、品質管理で行われる考え方が必要である。推計学の標本であるかぎり、直線のまわりの分布は偶發的なものであるが、同時にその管理限界付近の標本は、本質において次第に別の性質を加味しつつあるわけである。事実本資料は電力会社、自家発(自)、公営(公)の3機構からなり、図-2に記入すると、(公)は(自)より工期が延びていることがわかる。標本が少ないために数的にその量を定められないが、昨今の開発状況によれば、公営は当初の計画に対して工期が延引する傾向がある。これは経済的な問題もあるが、計画の樹立に際して精密な基本資料の蒐集を怠つたと思われる点もいくらかあるから、こうした点から判断すると上限 1.5σ 線以上の計画は不適当といえる。

つぎに下限 1.5σ 線以上には No.2, No.15 の2地点があるが、いずれも打設総量はきわめて少ない。紙数の関係で省略したが、工事進捗状況も着手から完成までほとんど直線的であつて、普通の規模のダム以上のものではありえないと考えられるので、下限 1.5σ 線のやや上方、No.28, 4, 25 地点のあたりまでが可能な最下限といえる。

(3) M と x の関係について 図-5で、式(8)線の右に出るのは No.6, No.10 の2地点であるが、No.10は建設の中期に岩盤掘削量が当初計画に較べて異常に増加したものであり、また、No.6のさらに右方の No.Mi は最後の 10, 11, 12 月で工期厳守上無理な打設を強行しており、いずれもコンクリート品質管理及び今後の計画に対しては許容できない位置にある。なお、No.30'は式(8)に対しほぼ No.10 を通る平行線上にあるがこれは本地点ではすべての設備が $50,000 \text{ m}^3/\text{月}$ で設計されており、特にコンクリートの管理がセメント使用量低下の問題とあいまつて厳重に行われ、その裏づけとして骨材の節分、洗滌、貯蔵、計量、コンクリートの混合については從来の計画にくらべて一層精密なものがあつたためである。No.10と

8) 芳賀公介・杉山光郎・山下嘉治：土木学会第10回年次学術講演概要、昭.29, p.101.

No.30'の Mixer 稼働最大限は同率でも、前者は技術上否定されるが、後者はむしろその設備の進歩による効果のあらわれといえる。このような見地から式(8)は普通の設備のプラントについて一般的な目安とするに適當であり、この限度以上打設が強行される場合にはその設備とコンクリートの品質管理に関する特に注意を払わなければならない。

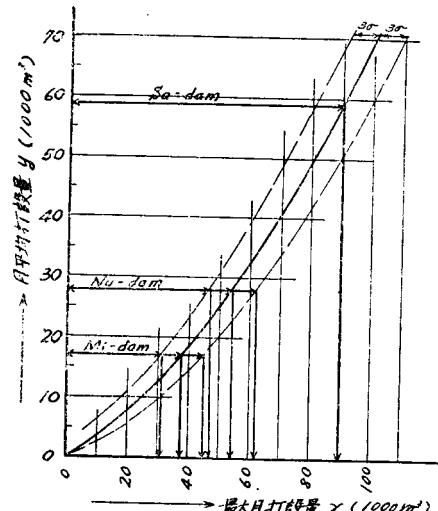
表-3 計画実例

Table 3. Fundamental figure for examples

地點	打設総量(m^3)	Mixer(切)	工期(月)	計画最大月打設量(m^3)
Mi	270 000	112	16	—
Nu	446 000	224	16	45 000
Sa	1 000 000	448	17	90 000

6. 計画実例の検討

(1) Mi-dam 既成のダムであるが、打設を強行した地点であるので検討する。表-3から $y=16.9$ 、図-6から $x=37.5$ (最小 31.0)、ゆえに $M=190$ (最小 156) となり、最小値をとつても 112 切の計画は過小設備である。次に工期については、 $M=224$ で $x=45.0$ であるから $R=16.7\%$ となり、図-2から $T=16$ を得る。従つて工期を 16 ヶ月に厳守すると全仮設備は 112 切の 2 倍のプラントを基準にすべきであつたので、計画の失敗から工事の困難と料難さが思いやられる。図-6は本節のために図-1を延長したものである。

図-6 x と y の関係Fig. 6 Relation between x and y .

(2) Nu-dam 現在北海道で建設中のものである。表-3から $y=27.9$ 、図-6から $x=54.5$ (最小 46.5、最大 62.0)、図-5から $M=271$ となり計画容量は 50 切くらい不足する。しかし No.30' 地点程度

の仮設備と管理を行えば $M=224$ で $x=50.0$ となり、図-6の限界に入る。工期については $R=(50.0/446.0) \times 100 = 11.2\%$ となり、図-2の下限 1.5σ のやや上方に位置する。

(3) Sa-dam 天龍川水系に建設中のものである。表-3から $y = 58.8$, 図-6から $x = 90.0$, 式(8)から $M = 448$ となつて, いずれも計画とよく一致している。工期については $R = 9$ であるから, 図-2の下限 1.5σ 線のやや上方に位する。

1. 結論

(1) 月平均打設量と最大月打設量とは相関関係にあつて式(5)はその最適合曲線である。この場合、直線式をあてはめることは適当でない。

(2) 工期と対数変換を行つた最大打設率とは相関関係にあり式(7)で示される。普通の打設設備では本式で検討すればよいが、今後仮設備、機械器具、資材供給の円滑、管理技術等の向上とあいまつて、式(7)と下限 1.5^o 線との間に工期を決定するようにしたい。

(3) 普通仮設備状況では Mixer の最大可能限は式(8)で得られる。この限界以上に打設を強行する場合には仮設備の程度とコンクリートの品質管理⁷⁾が必要である。機器の老朽の程度に応じこの最大限に対しても安全を見込んで適当量控除する必要があるが、この問題については今後の調査にまちたい。

(4) 計画の妥当性に関する判定法について:

(i) コンクリート打設総量を現地調査から求め、工期を建設資金の裏づけ、発電開始日、渇水期、施工方法等により決定すると y が計算されるから、式(5)、図-1 を用いて χ が得られる。

(ii) x に対し式(8), 図-5から M が求まる。この M に対し実存する Mixer を組合せて混合プラントの容量を決定する。決定された容量は図-6の曲線と右限 3σ 線の間にあればよいが、やむをえず左限 3σ と曲線間に設計したときは、毎月の打設量がより

均等になるように考慮しなければならない。

(iii) すべての仮設備は決定された Mixer 容量の機能を十分発揮できるように設計する。

(iv) 決定された M にもとづき R を求め、式(7)，図-2から工期の妥当性を検討する。その際式(7)の近傍にあれば適当と判断される。なお、当初の計画工期が式(7)より下に向うにつれて工事は困難さを加えるものであり、下限 1.5σ 線以下では現在の打設機構では不可能と判定される。

(v) T が不適当であれば、混合プラントの容量、または T を変化して適当となるまで再検討すればよい。

(5) Nu, Sa-dam の打設計画について: 図-2からいざれも下限 1.5σ 線の上方にあり、打設可能な計画である。しかし下限に近く、平均値（曲線上の点）から 3.5~4.5ヶ月離れているので、従来の設備をもつてはよほど好条件に恵まれた場合に可能な工事であり、これを人為的に解決するには資材の供給力、仮設備、機械の性能、打設方法、資金の裏づけ等において No.30' を上まわる程度でなければならない。もしこうした対策と処置がなされていないなら、式(7)により工期を決定すべきである。

終りに、本文の骨子をなすものは工期、総打設量、
Mixer 容量、最大月打設量、工事進捗状況であつて、
この 5 因子から導かれる係数等、あらゆる組合せについて
調査した結果が式(5)、(7)のわづか 2 特性のみで
あつた。

施工実績資料の解析はこのように労多くしてうるところ少であるが、妥当な計画は施工特性の把握なくしてはありえないであつて、さらに精密な各要因の分析により一層明確な結論がもたらされるよう関係各位の御研究を期待したい。

本文作製にあたり御懇篤な御指導を賜わつた石原藤次郎、岩井重久両教授、並びに高畠政信水力課長に深謝の意を表する次第である。 (昭.29.6.25)

土木学会誌 39巻 11号 正誤表