

水 理 学 界 の 現 況

—粗度係数の問題を中心として—

正員 工学博士 本 間 仁*

開水路の計算の基本となる平均流速公式は、1775年に Chezy の公式ができてから、今日までに数多くの公式が発表されてきた。その間に Humphrays-Abbot の Mississippi 河調査報告 (1861), Darcy-Bazin の実験 (1865), Ganguillet-Kutter の公式 (1869), Bazin の公式 (1897) などの発表があつて、これ等が当時の水理学界に与えた影響はまことに大きなものがあつた。後年になつて多く用いられるようになった Manning の公式 (1889) もこれ等の資料の批判検討から生れたものである¹⁾。

しかし今日から 20 年くらい前までは水理学はまだ公式と係数の学問であつた。平均流速公式の係数、せきやオリフィスの流量係数の研究などが大きな課題となつていたと言つてよい。

しかしいま、開水路の流れの問題を例にとつてみると、層流と乱流の境界が明らかにされるとともに、乱流の性質が次第に明らかにされ、特に乱流では滑らかな水路と粗い水路とで抵抗法則が判然と違つていることが実証されて、従来の公式がどのような状況の流れを対称にしていたかが知られるようになった。またここで粗さが壁面の凹凸の高さの平均値に関連した値として扱われるようになったので、従来の公式で流れの測定から逆算して定められていた粗度係数が再検討されねばならないことになつてきた。

乱流水路における滑らかな面と粗い面の理論的な区別は次のように考えられる。乱流境界層では面に接して薄い層流底層 (laminar sub-layer) ができるが、面の凹凸の高さがこの底層の厚さより小さければ、凹凸は層流中にあるためにそれによつて起される影響はただちに減衰して、流れの乱れの大きさに関与しない。従つてこの場合は滑らかな面と考えてよい。凹凸の高さが層流底層の厚さ以上となれば、凹凸の大小が乱流の程度に影響することになるから粗い面と考えねばならない。しかし層流底層の厚さはレイノルズ数に關係するから、同じ面でも流れの規模によつて滑らかとも粗いとも考えられるのである。

水流の流体抵抗の問題の進展に対して大きな手がかりを与えたのは、人工的な粗さを持つた管についての

Nikuradse の実験²⁾であつた。これは円管の内面に一様な径の砂をはりつけて粗さを作り、流体抵抗の係数 f とレイノルズ数 R_e との關係を求めたものである。Rouse は滑らかな管に対する速度分布を³⁾

$$\frac{v}{\sqrt{\tau_0/\rho}} = 5.75 \log \frac{y}{y'} \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{あるいは } v = 2.5 (gRI)^{\frac{1}{2}} \log_e \frac{R}{y'} \dots\dots\dots (1)'$$

ただし v : 壁面から y の距離での速度
 $\sqrt{\tau_0/\rho} = \sqrt{gRI}$: 摩擦速度

y' : 速度 0 に相当する y の値

R : 動水半径, I : 動水勾配

粗い管に対しては補正項を加えて

$$\frac{v}{\sqrt{\tau_0/\rho}} = 5.75 \log \frac{y}{k} + \varphi \left(\frac{k\sqrt{\tau_0/\rho}}{\nu} \right) \dots\dots\dots (2)$$

で表わした。ただし k は凹凸の平均の高さであり、層流底層の厚さを δ' とすると

$$\delta' = 11.6 \frac{\nu}{\sqrt{\tau_0/\rho}}$$

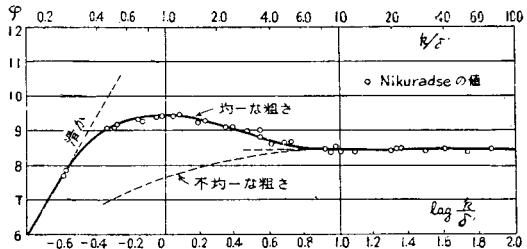
Nikuradse の実験値によつて (2) 式の φ と k/δ' の關係を求めると図-1 のよになつて、

$k/\delta' < 0.25$; 滑らかな管

$k/\delta' > 8$; φ は一定, すなわちレイノルズ数に關係なし

これ等の中間状態は図に示すよになつているが、自然の粗さを持つた管では破線のようになることが知られている。

図-1



平均流速公式の代表的なものとして Manning の公式

$$V = \frac{1}{n} R^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (3)$$

をとり、上に述べた Rouse の理論的考察が開水路の

* 東京大学教授, 工学部土木工学教室

場合にも適用できるものと仮定すると、巾の十分に広い矩形断面水路では、(1)'を積分して次式が得られる。

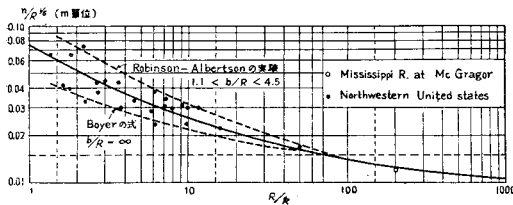
$$V = 2.5\sqrt{gRI} \log_e \frac{R}{ey'} \quad , \quad e = 2.718 \dots \dots (4)$$

(3) と (4) から V を消去して $N = n/R^{1/6}$ とおくと

$$N = \frac{n}{R^{1/6}} = \frac{0.128}{\log_e (R/y')} - 1 \quad (\text{m 単位}) \quad \dots \dots (5)$$

または Nikuradse の実験値によつて $y' = k/30$ とおけば、 N は相対粗度 (relative roughness) k/R に関係した値として与えられることになる。(5)式は M. C. Boyer によつて導かれたもので⁴⁾ Mississippi 河その他での実測値と比較した結果は 図-2 のようになっている。ただし (5) 式及び 図-2 はいずれも m 単

図-2



位に改めた。Boyer の式は河巾無限大の場合であるから、実測した N の下限界を与えるもので、これに対して Robinson と Albertson が $1.1 < b/R < 4.5$ (b は水路巾) の小さい水路で行つた人工粗度の実験の結果⁵⁾は 図の曲線のようになつて、これはほぼ N の上限界を与えることがわかる。岩垣氏も同様の方法を用いて

$$N = \frac{1}{\sqrt{g} [A_r - 2.5 + 2.5 \log_e (R/k)]} \quad \dots \dots (5)'$$

を導き、フルード数の小さい場合に対して $A_r = 8.5$ として n と k の関係を示す図表は作つて⁴⁾いる。

N の値は今後の発展のためを考えれば $M = \sqrt{g} N$ において無次元化しておく方がよいであろう。 N または M は相対粗度だけできまる数である点において便利であり、(5) または (5)' から N または M と k/R の曲線を作つておけば、 k/R の推定できるような河川に対してはすべてこの曲線が利用できることになり、平均流速は

$$V = \frac{1}{N} \sqrt{RI}$$

で計算されることになる。しかし滑らかに近い面の水路の問題についてはさらに考察が加えられねばならない。

また、水路断面形の影響についての考察も残されてはいるが、粗度係数 n が測定できる大きさ k と結び

つけられるようになったことは意義あることで、Manning 公式の修正、その適用限界の設定などが行われるのは近い将来のことであろう。

なお Boyer は水面から $0.2R$ 及び $0.8R$ の深さでの流速の比 m を使つて

$$N = \frac{0.128(m-1)}{0.61m+0.78} \quad (\text{m 単位に換算}) \quad \dots \dots (6)$$

を導いて、 m の実測値から N の推定を試みた⁶⁾。

以上のような粗度係数に関する考察と並行して、結局は同じ問題に帰するのであるが、与えられた粗度の水路における流体抵抗を知ること、模型実験のために与えられた粗さの面を人工的に作り出すことの2つの目的から、人工的な粗さを持つた開水路に関する研究がいくつか行われた。すなわち Powell⁷⁾, Johnson⁸⁾, 細井⁹⁾の諸氏の実験が報告されており、最近では前記の Robinson-Albertson のもののほかに、米国の Waterways Experiment Station (WES) で行われた Miss Miller の実験報告¹⁰⁾がある。WES の実験はかなり大規模で、資料も豊富であるが、従来のように n の値がそのまま示されており、これに対して巻末の討議で Rouse によつて $n/R^{1/6}$ で整理すべきことが指適されている。いまこの中から数個の値を拾い出して m 単位の改めて計算してみると次のようになってゐる。ただし n の計算には次の式が用いられている。

$$n = \frac{R^{2/3} A}{Q} \sqrt{i - (i - I) \left(1 - \frac{Q^2 b}{g A^3}\right)}$$

Q : 流量, A : 断面積, i : 底勾配,

I : 水面勾配, b : 水路巾

水路は矩形断面を持ち、底と側面は同じ粗さを持つてゐる。図-3 は三角形断面の棧を並べたもので、材料はモルタル、図-4 は 7/8" の Expanded metal を張つた場合で、他に砂利を敷き並べて半分の高さまでモ

図-3

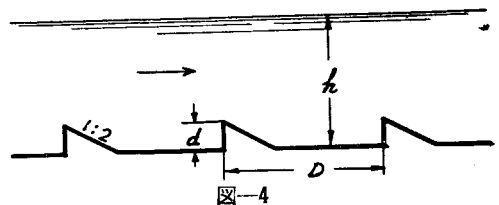
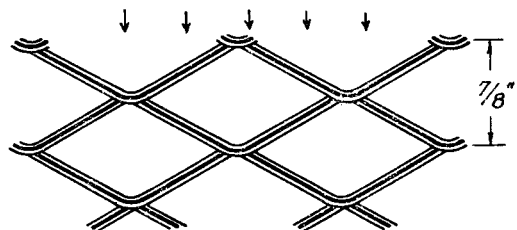


図-4



表—1 ブラシ仕上げコンクリート水路

巾 (m)	水深 (m)	R (m)	$R^{1/6}$	i	I	n	N	R_e
0.61	0.0232	0.0216	0.528	0.00063	0.00028	0.019	0.036	6 200
〃	0.0914	0.0704	0.642	0.00060	0.00075	0.012	0.019	112 000
〃	0.2251	0.1292	0.711	0.0022	0.00053	0.009	0.013	610 000
〃	0.0064	0.0061	0.427	0.0080	0.0082	0.011	0.026	6 900

表—2 コンクリートの様 ($d=0.04'$, $s=1.80'$)

0.63	0.0347	0.0311	0.560	0.00054	0.00041	0.045	0.080	7 100
〃	0.2839	0.1498	0.729	0.0020	0.0020	0.027	0.037	231 000
〃	0.0201	0.0189	0.517	0.0085	0.0081	0.055	0.106	18 400
〃	0.2270	0.1322	0.714	0.0085	0.0076	0.026	0.036	569 000

表—3 秒利率 (高さ $k=0.015'$)

0.15	0.0372	0.0250	0.541	0.0018	0.0021	0.021	0.039	17 500
〃	0.0536	0.0314	0.561	0.0037	0.0040	0.019	0.034	39 000

表—4 Expanded metal 張りコンクリート

0.63	0.0662	0.0549	0.616	0.0085	0.0075	0.024	0.039	138 000
〃	0.1570	0.1051	0.687	0.0085	0.0074	0.024	0.035	428 000

ルタルを敷いた場合、その他いろいろな形の人工粗度が作られている。

このように一定の材料でも n の値は必ずしも一定の値をとらない。従つて模型と実物との間の相似を考える場合には N が所定の値を持つような状態を作り出すことが必要である。 R は他の条件からきまるから、その R の値に対して所定の N を持つような粗さを作ることになる。

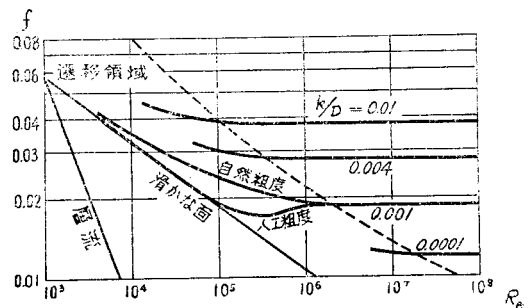
滑らかな面の流れから、Manning の公式が成り立つような完全に粗い面の流れに移り変わる状態については、管の流れに対しては Nikuradse や Colebrook の研究¹¹⁾がある。このような遷移領域は開水路にも当然存在するはずであつて、従つて Manning の公式を使用する場合はこの領域に入っていないことを検討せねばならない。

また、開水路の流れではフルード数も重要な影響を持つており、射流と常流の限界付近では水面が不安定であり¹²⁾、この影響は滑らかに近い水路においていちじるしい。このほかに Vedernikov によればフルード数のさらに大きい所にも水面の不安定な状態が存在する¹³⁾。これ等の水面の不安定な領域では水面の波動のために流体抵抗が大きく現われることになる。

粗度の問題は一方において、射流状態の流れの場合¹⁴⁾、空気連行水流の場合¹⁵⁾に発展しつつあるが、さらに他方では砂礫床、すなわちの移動河床の上の流れも見逃すことができない。この問題については岩垣氏の論文¹⁶⁾にゆづるが、これは最近の水文学界の大きな分野となつた流砂の問題と関連しているのである。

最近の水文学界は水文学的な問題への接近が顕著で、流砂の問題を始め、海の波、河口及び貯水池入口

図—5



の密度流、洪水波などが取り上げられ、現象の解析が最大の関心事となつていふ言つてよいであろう。

参考文献

- 1) これら等の公式については、内務省土木試験所彙報 18 号 (1941)
- 2) Nikuradse : Strömungsgesetze in rauhen Röhren, V.D.I. (1933)
- 3) H. Rouse : Engineering Hydraulics, 1950, p. 101
- 4) M.C. Boyer : Estimating the Manning coefficient from an average bed roughness in open channels, AGU 1953年 西北大会 (Minneapolis)
岩垣雄一 : 開水路水流の理論, 水工学の最近の進歩, 1954, 土木学会関西支部
- 5) Robinson and Albertson : Artificial roughness in open channels, Trans. AGU, 1952, vol. 33, p. 881
- 6) 文献 4)
- 7) R.W. Powell : Flow in a channel of definite roughness, Trans. ASC, 1946
- 8) J.W. Johnson : Rectangular artificial roughness in open channels, Trans. AGU, 1944 -V
- 9) 細井正延 : 開水路乱流の流速分布及び摩擦抵抗に就て, 土木研究, 第 1 輯, 1948
- 10) WES Technical Memorandum No. 2-364, Roughness standards for hydraulic models—Study of finite boundary roughness in rectangular flumes, 1953
- 11) C.F. Colebrook and C.M. White : Experiments with fluid friction in roughened pipes. Proc. Roy. Soc. London, A, 161, 1939
- 12) 本間 仁 : Fluid resistance in water flow of high Froude number, Proc. 2nd Japan Nat. Congr. f. App. Mech., 1952
- 13) R.W. Powell : Vedernikov's criterion for ultra-rapid flow, Trans. AGU, 1949-VI
- 14) 文献 12)
- 15) L.S. Hall : Open channel flow at high velocities. Trans. ASCE, 1943, p. 1394
L.G. Straub and O. P. Lamb : Experimental studies of air entrainment in open channel flow, Proc. Minnesota Internat. Hyd. Convention, 1953
- 16) 文献 4) の中の岩垣氏の論文