説明をしたが，本工法の長短を列記すれば次のとおりである。

長　所

(1) 従以杭打として行われてきたハンマー打ちでは錘落高をとることができない場所でも応用することができる。

(2) コンクリートパイルの径の大きいものも圧入できる。

(3) 工事中騒音を発しない。

(4) いままでの工法より杭を垂直に圧入できる。

(5) ハンマー打のように杭に急激なしよう撃を与えないから杭を痛めることはない。

(6) 水中杭打ができる。従つて仮締切の必要がない。

(7) 工事中危険性が少ない。

短　所

(1) 水が豊富かつ自由に使用できる場所でなければならない。

(2) 廃出水の捨場を考慮せねばならない。

要するに本法の最大欠点は水を大量に使用せねばならぬことであり，このために利用範囲を著しく限定されている状態にあるが，もし将来何らかの方法によりこの欠点が除去されるならば，その利用は広範囲にわたり需要もまた大きいものと思われる。

V. 本工法適用の将来の見透し

上記のとおり杭打ちの特殊工法として試験並びに実施の結果から判断して，本工法を将来いかなる工事に応用し，その特長を発揮しうるかと言うことは面白い問題であると考えるので，ここにわれわれの見透しを述べて各位の御批判と御教示を仰ぎたいと思う。本工法の特長のおもなところは，土砂を含んだ水が sand punp 等の機械の内部や可動部を通過しないで吸い揚げられ，しかも同時に切崩し等の他の作業を行いながら連続してその作業を行いうると言う点である。この特長を生かす仕事としてまず念頭に浮ぶのは水中作業で土砂を排出する仕事である。その代表的なものとしては井筒沈下にこれを利用することである。対象となる地質が粒度の大きな砂礫の場合には従来から利用されているガットミルやオレンヂピール等が有効に働きうるが細砂，粘土，またはシルト等の場合はその効率が低下して工法としての適性に疑いがある。しかしながら，この場合本工法によれば井筒内の土砂の排出は容易に効率よく行いうるしまた前述の経験から，相当締つた粘土層をも water jet の併用によつて切り崩しつつ排出しうることが明らかになつたので，その利用範囲が拡大されるものと考える。またこれと同様の意味でダム前面に沈澱した土砂等の取除きに本工法を利用することを水力発電関係技術者によつて御研究を願いたいと考える。

防潮堤等の建設工事で海岸の締切工内で広範囲にわたつてその内側の土砂を排出して根掘を行う等の場合には，water injection の装置を一体とし手軽に移動しうるような装置とすることを考察してその根掘に利用すれば，相当経済的かつ能率的な効果を挙げうるものと思われる。その他上記に類する工事に応用すれば面白い結果がえられるのではあるまいか。

本工法は未完成でありかつその実施の経験も至つて貧弱なもので，報告として各位の御高覧に供することは恥かしい次第であるが，将以本工法が研究と経験をへて，より広いより経済的な工事方法となりうることを期待し，今後もその研究をつづけたいと考えるのであえて此処に拙文を綴つて大方の御批判と御教示を御願いする次第である。　　(昭 28.6.14)

電気的類似法の被圧地下水への応用

准員　石　原　安　雄*
准員　湯　浅　博　明**

APPLICATION OF ELECTRICAL ANALOG METHOD TO CONFINED FLOW OF GROUND WATER

(JSCE Oct. 1954)

Yasuo Ishihara, C.E. Assoc. Member and Hiroaki Yuasa, C.E. Assoc. Member

Syonpsis The electrical or electronic analog methods have been actively utilized to analyse many complex and important phenomena. In this paper, a procedure to apply this method to the confined dow of ground water was discussed. Both results obtained electrically and theoretically wcre compared with each other, refering to the records of field tests, and it was found that the accuracy of computation by this analog circuit was sufficiently high. Some application of this circuit were discussed.

* 京都大学講師　工学部土木教室
** 京都大学助手　工学部土木教室

要旨 多くの複雑でかつ重要な現象を解明するために，電気的類似法が盛んに利用されている。本論文においては，これを被圧地下水へ応用する方法について述べた後，模擬電気回路を試作し，それによつて得られた結果と理論結果とを実測値を参照して比較検討した。その結果，模擬回路による計算の精度が充分高いものであることがわかつた。さらに，この電気回路を他の被圧地下水へ応用する方法について述べたものである。

1. 緒　　言

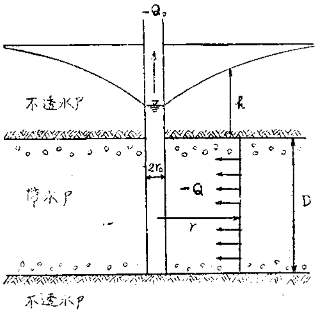
水理学的問題において，数学的解決が困難な場合，あるいは数学的には解決できても数値計算に多大の労力と時間を要する場合が少なくない。したがつて何等かの方法によつて問題が正確でかつ容易に解決できるならば，研究上，実用上きわめて有意義であろう。その一つの方法として，ある物理系を電気系に対応させ，物理系の問題を電気系の問題として，物理現象を解明しようとするいわゆる電気的類似法がある。最近この方法を水理学上の問題に利用しようとする研究が盛んに行われているが[1),2),3)]，本論文はこのような電気的類似法を被圧地下水へ応用したものである。

さて，一般の被圧地下水に関する理論では，帯水層の厚さが一定で，かつ，ほぼ均一な砂礫からできていると仮定しいるが，自然の帯水層はこのように単純なものではなく，非常に複雑な形状をしているものと考えられる。したがつて，これを厳密に取り扱うことがきわめて困難な場合が多い。また比較的単純な場合でも，境界条件によつては数学的解明が困難な場合もある。しかし，このような場合でも上述の電気的類似法によれば，比較的容易に解明することができると考えられるが，ここではまず第一段階として，一様な帯水層でその圧縮を考慮した場合の普通の被圧地下水の問題を取り扱うこととする。

2. 被圧地下水の理論

図—1 のように水平な帯水層があつて，その厚さを D，空隙率を n，滲透係数を k，水及び砂粒層の圧縮率をそれぞれ κ_1 及び κ_2，また上下の不透水層が帯水層内の水圧の変化によつて変形し，そのための帯水層 D の圧縮率を κ_3 とし，これらのすべての値は井戸の軸のまわりに対称であると仮定する。さらに，井戸の中心より距離 r における水頭を，帯水層の上面から測つて h，半径 r なる円筒面を通つて半径方向に向う流量を Q とすると，周知のようにつぎの2式が成立する[4)]。

図—1



運動の方程式；

$$Q=-2\pi rD\cdot k\frac{\partial h}{\partial r} \quad\cdots\cdots(1)$$

連続の方程式；

$$\frac{\partial Q}{\partial r}=-2\pi rD\cdot\rho g\{n\kappa_1+(1-n)\kappa_2+\kappa_3\}\frac{\partial h}{\partial t}$$

$$=-2\pi rD\cdot K\frac{\partial h}{\partial t} \quad\cdots\cdots(2)$$

ここに，ρ は水の密度，g は重力の加速度，t は時間であつて，$K=\rho g\{n\kappa_1+(1-n)\kappa_2+\kappa_3\}$ である。なお一般に $KD=S$ は貯水係数と呼ばれている。

つぎにこれらの方程式を解く条件として，ある時刻 $t=0$ から急に一定量 Q_0 の揚水または注水を行う場合を考え（注水の場合を正とする），任意時刻 t における井戸の水位を h_0 として，

初期条件；$t=0$ のとき，

$$h=h_c=\text{const.} \quad\cdots\cdots(3)$$

境界条件；$r=r_0$，$t>0$ で，

$$Q_0=(Q)_{r=r_0}+\pi r_0^2\frac{dh_0}{dt} \quad\cdots\cdots(4)$$

$r=l$，あるいは $r\to\infty$ で

$$h=h_c=\text{const.} \quad\cdots\cdots(5)$$

を用いることとする。ここに，r_0 は井戸の半径である。

3. 流体系と電気系の対応

(1) および (2) 式より Q を消去すると，

$$\frac{\partial h}{\partial t}=\frac{k}{K}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial h}{\partial r}\right) \quad\cdots\cdots(6)$$

が得られる。(6) 式は円筒内における熱伝導の問題の場合と全く同形の偏微分方程式である。熱伝導の問題として，(6) 式の電気的模擬についてはいろいろ研究されている[5)]。

ここでは普通の方法によつて，流体系と電気系の対応を求めた。

流体量と電気量との対応をつぎのように仮定する。

$$\left.\begin{array}{ll}\text{流体量} & \text{電気量}\\ h\ (\text{水頭})=\alpha v & (\text{電圧})\\ t\ (\text{時間})=\beta\tau & (\text{時間})\\ r\ (\text{距離})=\gamma x & (\text{距離})\\ Q\ (\text{流量})=\delta i & (\text{電流})\end{array}\right\} \quad\cdots\cdots(7)$$

ここに，α,β,γ および δ は変換係数である。

(7) 式を (1) および (2) 式に用いると,

$$\delta i=-2\pi D\cdot k\cdot \gamma x\cdot \frac{\alpha}{\gamma}\frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\frac{\delta}{\gamma}\frac{\partial i}{\partial x}=-2\pi D\cdot K\cdot \gamma x\cdot \frac{\alpha}{\beta}\frac{\partial v}{\partial \tau}$$

が得られ, さらに,

$$R=\frac{1}{2\pi Dk}\cdot\frac{\delta}{\alpha}\cdot\frac{1}{x},\ C=2\pi DK\frac{\alpha\gamma^2}{\beta\delta}\cdot x \cdots\cdots(8)$$

とおき, 上式を書きなおすとつぎの2式が得られる。

$$-\frac{\partial v}{\partial x}=Ri \cdots\cdots(9)$$

$$-\frac{\partial i}{\partial x}=C\frac{\partial v}{\partial \tau} \cdots\cdots(10)$$

(9) および (10) 式は, 単位長当りの抵抗が R, 静電容量が C であるようないわゆる CR ケーブルに対する偏微分方程式を表わしている。

つぎに, (7) 式を (3),(4) および (5) 式に代入すると, 電気系における条件としてつぎの関係が得られる。

初期条件 ; $\tau=0$ のとき,

$$v=v_c\equiv\text{const.} \cdots\cdots(11)$$

境界条件 ; $x=x_0$, $\tau>0$ で,

$$i_0=(i)_{x=x_0}+\pi x_0^2\frac{\alpha\gamma^2}{\beta\delta}\frac{dv_0}{d\tau} \cdots\cdots(12)$$

$x=X$, あるいは $x\to\infty$ で,

$$v=v_c\equiv\text{const.} \cdots\cdots(13)$$

ここに, $x_0=r_0/\gamma$, $i_0=Q_0/\delta$, $v_0=h_0/\alpha$, $X=l/\gamma$ である。

これらの条件のうちで (11) および (13) 式で示されるものは問題はないが, (12) 式で示される条件については,

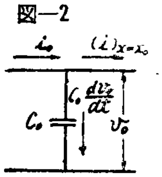
$$C_0=\pi x_0^2\frac{\alpha\gamma^2}{\beta\delta} \cdots\cdots(14)$$

とおくと次のように書きあらためられる。

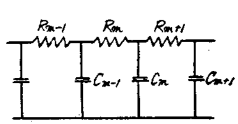
$$i_0=(i)_{x=x_0}+C_0\frac{dv_0}{d\tau} \cdots\cdots(15)$$

これは図—2に示されているように, ケーブルの一端 ($x=x_0$) に静電容量 C_0 のコンデンサーを挿入することによつて満足できる。

図—2



図—3



4. 模擬回路の設計

電気回路を設計する基礎となる (9) および (10) 式は, t および x についての偏微分方程式であり, このままでは回路を実現することが困難である。そこで t についてはそのままとし, x についてのみ適当な距離で区切つて多くのブロックに分け*, 図—3 で示したような回路を採用した。したがつて R_m, C_m の値は各ブロックが代表する区間全体の値を採用しなければならない。

いま, R_m が代表する区間を x_{m-1} から x_m までとすると, (8) 式より.

$$R_m=\frac{1}{2\pi Dk}\cdot\frac{\delta}{\alpha}\int_{x_{m-1}}^{x_m}\frac{dx}{x}$$

$$=\frac{1}{2\pi Dk}\cdot\frac{\delta}{\alpha}\ln\frac{x_m}{x_{m-1}} \cdots\cdots(16)$$

流体量で表わすと,

$$R_m=\frac{1}{2\pi Dk}\cdot\frac{\delta}{\alpha}\ln\frac{r_m}{r_{m-1}} \cdots\cdots(16)'$$

同様に, C_m についてはその代表する区間を x_m' から x_{m+1}' までとすると,

$$C_m=\pi DK\frac{\alpha\gamma^2}{\beta\delta}(x_m'^2-x_{m-1}'^2) \cdots\cdots(17)$$

さらに流体量で表わすと,

$$C_m=\pi DK\frac{\alpha}{\beta\delta}(r_m'^2-r_{m-1}'^2) \cdots\cdots(17)'$$

また, (14) 式を流体量で書くとつぎのようになる。

$$C_0=\pi r_0^2\frac{\alpha}{\beta\delta} \cdots\cdots(14)'$$

以上で回路の設計に必要な諸関係が求められた。すなわち, まず流体系におけるいくらの距離を電気系の単位長に当てるかによつて γ が決定される。この場合, (14)', (16)' および (17)' 式を用いるときには, これらの式には γ が入つていないから, 電気系の各ブロックが代表する流体系の距離を仮定してもよい。つぎに模擬回路における演算を Slow type にするか Fast type にするか, また入力装置, 記録装置等を考慮して t と τ の対応を定め β を決定する。α および δ については, (14), (16) および (17) 式には α/δ という形で入つているので, まず α/δ の値を適当に仮定して, これらの式から計算される C_0, R_m および C_m が電気的に容易に実現できる値となるようにし, しかる後, α または δ のいずれか一方を測定に都合がよいように定めればよい。

このようにして, 流体系の k, K, D および r_0 が与えられれば, 模擬回路を設計することができるが, R_m, C_m を回路のいかなる位置に挿入するかという問題がある。このことについては, R_m および C_m をいろいろの位置に挿入して実験を行い, その結果と理論値を比較して最も精度のよいものを見出すべきであ

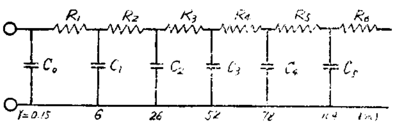
* 各ブロックが代表する距離は必ずしも等しくする必要はない。

るが，ここでは円筒内の熱伝導に関する Paschkis and Heisler [5] の研究に従い，抵抗をその代表する区間の中間に，コンデンサーを区間の中央におくこととした。

つぎに上述の方法によつて模擬回路を試作した一例について述べる。京都大学速水教授等が大阪市十三において行つた揚水試験[6] の結果を用いたが，以下に所要の数値を列挙する。

井戸の半径：$r_0=15$ cm，水位観測地点：$r=52.2$ m，揚水量：$Q_0=-1.87\times10^4$ cm^3/s，帯水層の厚さ：$D=12.1$ m，滲透係数：$k=5\times10^{-3}$m/s，$K=S/D=2.025\times10^{-6}$ (C.G.S.)

図—4



抵抗およびコンデンサーを図—4に示す位置に挿入することとし，$\beta=10^4$ に選ぶと，表—1のよう抵抗およびコンデンサーの値が求められる。なお，この場合は$\alpha/\delta=9.6\times10^{-6}$ である。表—1に示されている抵抗およびコンデンサーは容易に実現することができる。

表—1　模擬回路の抵抗およびコンデンサー

抵抗で代表される部分 (m)	抵抗 (KΩ)	コンデンサーで代表される部分 (m)	コンデンサー (μF)	コンデンサーの挿入位置 (m)
0.15～6	1009.7	0.15～13	0.00125	6
6～26	401.7	13～39	0.01	26
26～52	189.7	39～65	0.02	52
52～78	111.0	65～91	0.03	78
78～104	[illegible]	91～117	0.04	104
104～130	60.6	117～143	0.05	130
130～156	49.9	143～169	0.06	156
156～182	42.2	169～195	0.07	182
182～208	36.6	195～221	0.08	208
208～234	32.9	221～247	0.09	234
234～260	28.8	247～273	0.1	260
260～358	87.6	273～458	1.0	358
358～558	121.5	458～692	2.0	558
558～842	112.6	692～1010	4.0	842
842～1062	63.5	1010～1450	8.0	1062
1062～1610	119.1	1450～1784	3.0	1610
1610～1784	28.1			

5. 模擬回路による演算

(5) 式の境界条件のうち，

$r=l$ で，$h=h_c\equiv$const.

は問題はないが，普通揚水試験の結果を整理する際には，

$r\to\infty$ で，$h=h_c\equiv$const.

という条件が用いられていて，これに対応して，模擬回路を無限に長く製作することは不可能である。そこで揚水試験の記録時間の範囲において，充分な精度が得られるような長さまで回路を製作することが望ましい。野満博士[4] によると，影響圏の半径 r_e は，水位観測の精度を 1 mm，観測時間を t_0 とすると，C.G.S. 単位で

$$r_e=2\sqrt{\lambda k t_0/K}\quad\cdots\cdots(18)$$

によつて求められる。ただし λ は次式より計算する。

$$0.1=\frac{Q_0}{4\pi Dk}\int_\lambda^\infty\frac{e^{-\lambda}}{\lambda}d\lambda$$

上述の例で，$t_0=1$ 時間として影響圏の半径を求めると，$r_e\fallingdotseq380$ m となる。そこで1時間以内の記録に対しては，この影響圏の半径より十分大きい半径まで，模擬回路を組めばよいことになる。試作ではコンデンサーの容量が許す範囲でできるだけ長くし，表—1に示したように $r=1784$ m までとした。従つて揚水試験の記録時間が約 30 分であるので，充分な精度が得られるものと思われる。

以上により演算回路が構成できたのであるから，(11)，(12) および (13) 式で示される条件で演算を行えばよいわけであるが，この条件では強制電流 i_0 があり不利である。それでつぎのように書きかえると都合がよい。すなわち電圧 v を定常部分 v_1 と非定常部分 v_2 にわけて

$$v=v_1-v_2\quad\cdots\cdots(19)$$

とし，さらに初期の電圧 v_c を基準にして電圧を測ることとすると，上記の条件は次のようになる。

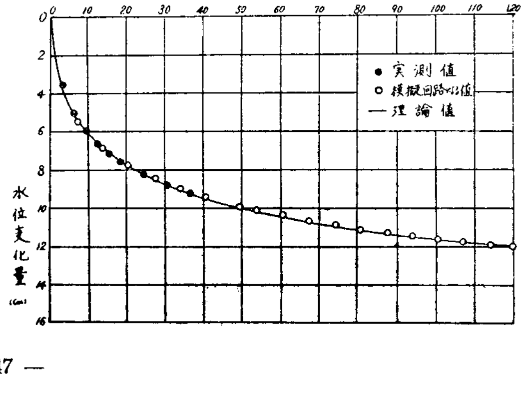
$$\left.\begin{aligned}&v_1 \text{ に対して；} x=x_0,\ \tau>0 \text{ で，}\\&i_0=-2\pi Dk\cdot\frac{\alpha}{\delta}\left(x\frac{\partial v_1}{\partial x}\right)_{x=x_0}\\&x=X\text{で，}\quad v_1=0\end{aligned}\right\}\cdots(20)$$

$$\left.\begin{aligned}&v_2 \text{ に対して；} \tau=0 \text{ のとき}\quad v_2=v_1\\&\quad x=x_0,\ \tau>0 \text{ で}\\&0=2\pi Dk\cdot\frac{\alpha}{\delta}\left(x\frac{\partial v_2}{\partial x}\right)_{x=x_0}-\pi x_0^2\cdot\frac{\alpha r^2}{\beta\delta}\frac{dv_{02}}{d\tau}\\&\quad x=X\text{ で，}\quad v_2=0\end{aligned}\right\}\cdots(21)$$

ただし，v_{02} は井戸の水位に対応する電圧 v_0 の非定常部分を表わす。

このような条件は，まず C_0 側に一定電圧を加えて他端を接地し定常になつた後（このときの各部の電圧

図—5　実測および計算値の比較



が v_1 を与える)，急に電源を切ることによつて（このときの電圧変化が v_2 を与える)，容易に実現することができる。なおこの場合に正の電圧を加えたならば，電圧および電流の極性を普通の場合とは逆に考えればよい。つぎに，電圧と水頭の変換は前述したように，変換係数 α を用いればよい。

以上述べた方法によつて，表—1 に示した回路について演算を行つた一例を図—5 の白丸で示した。図中実線は速水教授の示された理論値[6] で，黒丸は実測値であり，三者は全くよく一致している。なお記録装置としては 100 c/s まで一様な振動特性をもつ電磁オシログラフを用いた。

6. 模擬回路の応用

このような模擬回路を用いて実測値から K の値を推定する方法について述べる。

(1) Kが時間とともに変化する場合　井戸による貯溜の効果が大きい場合には解析しにくいが，その効果が無視できる場合には，ある一定値 K_1 に対して，上述の方法によつて計算された水頭を H_1，時間の変数を θ とする。この解と実測値を比較し，時刻 t における実測値 H と一致する H_1 に対応する時刻 θ を各時刻について求めると t と θ の関係が得られる。しかるときは，

$$dt/d\theta = K/K_1 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (22)$$

なる関係から K と t との関係が求められる[6]。

(2) Kが一定の場合　井戸による貯溜の効果を無視すると，(1) の場合と同様にして，K の値が求められる。もちろんこの場合には t と θ の関係は直線となる。

つぎに 5. で述べた模擬回路を用いて，速水教授等の尼崎における揚水試験の結果[7] より K の値を推定した例について述べよう。報告によると，$k=1.04\times10^{-3}$ m/s，$D=10$ m，水位観測地点 $r=90$ m である。したがつて前例の場合とはすべての流体量の値が異なつている。そこで，井戸による貯溜の効果が無視できるものと仮定し，K の値がわかつたとして模擬回路が設計できたとする。この仮想された回路が 5. で述べた回路と全く同じ結果を与えるためには，(16)および(17)式より，次の関係を満足しなければならない。

$$\frac{1}{kD}\cdot\frac{\delta}{\alpha}=\frac{1}{k'D'}\frac{\delta'}{\alpha'}\ ,\ KD\frac{\alpha r^2}{\beta\delta}=K'D'\frac{\alpha' r'^2}{\beta'\delta'}$$

ここに ′ を付した量は仮想した回路に対するものである。この 2 式より次の関係式が得られる。

$$K'=K\cdot\frac{k'}{k}\frac{\beta'}{\beta}\left(\frac{r}{r'}\right)^2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (23)$$

すなわち，r' および β' がわかれば K' の値が計算できる。なお，前述の t と θ が直線的関係にあるということは時間の変換係数 β の値が変つたことに対応している。

さて，図—4 の c_3 の点で記録をとつて，いまの場合の K' を推定することとすると $r'/r=1.731$ となる。この記録と実測記録が全く一致するような時間の交換係数を求めた結果 $\beta'=9.1\times10^4$ を得た。よつて (23) 式より K' を計算すると $K'=1.28\times10^{-6}$(C.G.S) をうる。この値は同報告書に記されている $K'=1.28\times10^{-6}$(C.G.S) と全く一致している。

7. 結　語

以上被圧地下水の問題を電気的模擬法によつて解析する方法および模擬回路を用いて K の値を推定する方法について述べた。得られた結果を列記すると，

1. 有限な領域内の被圧地下水の現象は完全に電気的に模擬することができる。
2. 無限の領域の場合には影響圏の概念を導入することによつて実用的範囲内において，充分な精度を有する模擬電気回路を試作した。
3. 試作した電気回路を用いて，揚水試験の結果より K の値を推定することができた。

地下水の問題において，本例のように線型の場合でも電気的模擬法が有効であることがわかつたが，さらに非線型の場合について目下研究中である。

終りに，本研究に際して始終御指導を頂いた京都大学教授石原藤次郎博士に厚く謝意を表する。

参考文献

1) R.E. Glover, D.J. Hebert and C.R. Daum : Solution of an hydraulic problem by analog-computer, Proc. A.S.C.E., Vol.78, June, 1952, Separate No.134.
2) M.A. Kohler : Application of electronic flow routing analog, Proc. A.S.C.E., Vol.78, June, 1952, Separate No.135
3) M.S. McIlroy : Nonlinear electrical analogy for pipe network, Proc. A.S.C.E., Vol.78, July, 1952, Separate No.187
4) 野満隆治・山下　馨：井戸理論の一進展（第2報)，地球物理，第7巻第1号，昭和18年6月，pp. 21～40
5) V. Paschkis and M.P. Heisler : The accuracy of lumping in an electric circuit representing heat flow in cylindrical and spherical bodies, Journal of Applied Physics, Vol.17, April, 1946, p.p. 246～254.
6) 速水頌一郎・国司秀明：大阪市及び尼崎市の地下水変動と地盤沈下の研究（II)，大阪湾港湾技術調査会第1部会，昭和28年6月
7) 速水頌一郎・足立昭平：同上(III)，昭和28年6月

(昭.29.6.15)