

開水路水流の基礎方程式について

— 薄層流に関する研究 (第6報) —

正員 岩 垣 雄 一*

ON THE FUNDAMENTAL EQUATIONS FOR THE MEAN
FLOW OF WATER IN OPEN CHANNELS

— STUDIES ON THE THIN SHEET FLOW, 6 TH REPORT —

(JSCE Oct. 1954)

Yūichi Iwagaki, C.E. Member

Synopsis It is shown that the fundamental equations for the mean flow of water in open channels can easily be derived from the laws of momentum and conservation of energy, and that in cases of open channels with lateral inflow or outflow, the term in which involves the rate of lateral inflow or outflow should be added to the equation of motion. Furthermore, the correction factors for velocity distribution which must be considered especially in treating the thin sheet flow, are discussed.

要旨 開水路水流の基礎方程式が運動量及びエネルギー保存の法則から簡単に導かれること、及び横から流入または流出のある場合には基礎方程式に横からの流出入量を含む項が加わること示し、さらに薄層流を取扱う場合、とくに考慮しなければならない流速分布に対する補正係数について検討を加えたものである。

1. 緒 論

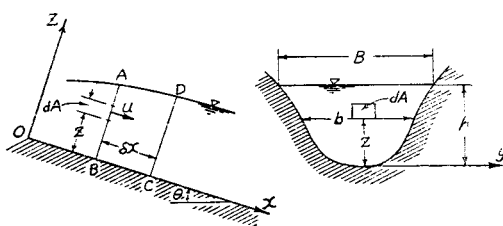
一般に用いられている開水路水流の基礎方程式の厳密な誘導法としては、1897年に示された J. Boussinesq¹⁾のもの、及び1943年に開水路における移動波を論じた論文において導かれている G.H. Keulegan²⁾及び G.W. Patterson³⁾のものがある。これらはいずれも Navier-Stokes の運動方程式から出発して導かれたものであるが、前者のものに不明確な仮定がいくつか用いられているのに対して、後者のものは仮定も明確であつて、厳密性を失わず、かつ非常に理解しやすい導き方によつて求められている。このように開水路水流の基礎方程式を Navier-Stokes の運動方程式を積分することによつて求める以外に、運動量及びエネルギー保存の法則からも求めることができる。これらの方法による誘導は非常に容易であつて、Keuleganらの方法に比較すればその簡易さにおいて格段の相違がある。

ここではこの運動量及びエネルギー保存の法則から基礎方程式を導く方法を論じ、運動量の関係から求められる基礎方程式は Keulegan らによつて Navier-Stokes の運動方程式から導かれたものと全く同一の式であることを示す。さらに横からの流入または流出

のある場合には基礎方程式に横からの流出入量を含む項がつけ加わること指摘する。このような流れを取扱う場合に連続式にのみそれらの効果を考慮し、運動方程式として横からの流出入のない場合のものをそのまま用いて論じている論文も見受けられる⁴⁾。

また基礎方程式を導くとき流速分布に対する補正係数があらわれるが、水深の大きい流れの場合にはこのような補正係数は実際問題としてあまり考慮する必要がない。しかしながら水深の小さい薄層流を取扱うときには、例えば転流列の発生限界などを論ずる場合、とくにこの係数の値が問題となつてくる⁵⁾。このような理由から、最後にこの係数の値が層流から乱流へ移る場合にどのように変化してゆくかを考察してみたいと思う。

図-1 座 標 軸
Fig.1 Coordinate axes



2. 運動量の関係から基礎方程式を求める方法

図-1に示すように水路の底面に沿つて下流方向へ x 軸、それと直角に水平方向へ y 軸、 xy 平面に垂直上方へ z 軸をとり、微小距離 δx だけ離れた2断面 AB, CD を考える。 x 方向の流速成分を u 、平均流速を u_m 、断面積を A 、水の密度を ρ 、水深を h 、混辺を

* 京都大学助教授, 工学部土木工学教室

s , 径深を R , 底面の摩擦応力を τ_0 , 重力の加速度を g , 水路底の傾斜角を θ , 流量を Q , 水路巾を b , 水面巾を B とあらわす。


連続式は横から流出入のない場合は

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

であつて、流入または流出のある場合は

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \dots\dots\dots (2)$$

とあらわされる。ここに q は水路に沿う単位長さ当りの横からの流入量または流出量であつて、流入の場合は正、流出の場合は負である。

さて、 において単位時間に AB 断面を通つて入つてくる水のもつ運動量は $\int_A \rho u^2 dA$ であり、また CD 断面を通つて出て行く運動量は $\int_A \rho u^2 dA + \partial(\int_A \rho u^2 dA)/\partial x \cdot \delta x$ であるから、従つて 2 断面間における運動量の増加は

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_A \rho u^2 dA \cdot \delta x = \rho \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_m u_m^2 A) \delta x \dots\dots (3)$$

となる。ここに α_m はいわゆる運動量の流速分布に対する補正係数⁵⁾ であつて、

$$\alpha_m = \int_A u^2 dA / u_m^2 A \dots\dots\dots (4)$$

によつてあらわされる。

また ABCD 内の水の単位時間の運動量の変化量は

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_A \rho u dA \cdot \delta x = \rho \frac{\partial}{\partial t} (u_m A) \delta x \dots\dots (5)$$

x 方向に働く力としては、底面における摩擦力

$$-\tau_0 \cdot \delta x \cdot s \dots\dots\dots (6)$$

と、ABCD 内の水の自重による力

$$\rho g \delta x \cdot A \cdot \sin \theta \dots\dots\dots (7)$$

及び両断面における圧力の変化によるものを考えればよい。 z 方向の加速度が無視されるという仮定を用いれば、圧力は $\rho g(h-z)\cos\theta$ であるから、両断面における圧力変化は

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial}{\partial x} \int_A \rho g(h-z)\cos\theta \cdot dA \cdot \delta x \\ & = -\rho g A \frac{\partial h}{\partial x} \cos\theta \cdot \delta x - \rho g \cos\theta \\ & \quad \times \int_0^h (h-z) \frac{db}{dx} dz \cdot \delta x \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

となり、巾 B なる矩形断面水路の場合には

$$-\rho g A \frac{\partial h}{\partial x} \cos\theta \cdot \delta x - \frac{1}{2} \rho g h^2 \cos\theta \frac{dB}{dx} \delta x \dots\dots\dots (8)'$$

一様断面水路の場合には (8) 式の第 2 項が消え、

$$-\rho g A \frac{\partial h}{\partial x} \cos\theta \cdot \delta x \dots\dots\dots (8)''$$

のみとなる。

従つて運動量の法則から (3), (5), (6), (7) 及び (8) 式を用いて

$$\begin{aligned} & \rho \frac{\partial}{\partial t} (u_m A) + \rho \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_m u_m^2 A) = -\tau_0 s + \rho g A \sin\theta \\ & \quad - \rho g A \frac{\partial h}{\partial x} \cos\theta - \rho g \cos\theta \int_0^h (h-z) \frac{db}{dx} \cdot dz \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

が得られ、一様断面水路の場合には (9) 式の最後の項が消えて、

$$\begin{aligned} & \rho \frac{\partial}{\partial t} (u_m A) + \rho \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_m u_m^2 A) \\ & = -\tau_0 s + \rho g A \sin\theta - \rho g A \frac{\partial h}{\partial x} \cos\theta \dots\dots (9)' \end{aligned}$$

となる。次に一様断面水路の場合について、水路の横から流出入のない場合及び流出入のある場合を考察してみよう。

(1) 水路の横から流入も流出もない場合 (1) 式

の連続式を用いて (9)' 式を変形すれば、

$$\begin{aligned} & \cos\theta \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial u_m}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha_m \frac{u_m^2}{2g} \right) \\ & + (1 - \alpha_m) \frac{u_m}{gA} \frac{\partial A}{\partial t} = \sin\theta - \frac{\tau_0}{\rho g R} \dots\dots (10) \end{aligned}$$

となり、巾の広い矩形水路のとき (10) 式の最後の項は、層流の場合には⁶⁾

$$\tau_0 / \rho g R = 3 \nu u_m / g R^2 \dots\dots\dots (11)$$

乱流の場合には一般に

$$\tau_0 / \rho g R = u_m^2 / C^2 R, \text{ または } \lambda u_m^2 / 2 g R \dots\dots (12)$$

とあらわされ、これを摩擦勾配とよんでいる。ここに ν は動粘性係数、 C は Chézy の常数、 λ は摩擦係数 $\tau_0 / (1/2) \rho u_m^2$ であつて、 $C^2 = 2g/\lambda$ の関係がある。

(10) 式は Keulegan 及び Patterson²⁾ が Navier-Stokes の運動方程式を積分して導いた基礎方程式と全く一致し、このことは両者とも同じ Newton の法則から出発したものであるから当然のことであろう。

なお断面が変化する水路に対しては (9) 式から基礎方程式を求めなければならないので、断面の変化が具体的に与えられなければ基礎方程式をうることができない。もし (9) 式の最後の項が他の項に比し無視できるほど小さいような漸変断面水路の場合には (10) 式をその基礎方程式としてよい。

(2) 水路の横から流入または流出がある場合

この場合には (9)' 式を変形するのに (2) 式の連続式を用いなければならない。

若干の計算を行うことによつて、(10) 式に対応する基礎方程式

$$\begin{aligned} & \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial u_m}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha_m \frac{u_m^2}{2g} \right) \\ & + (1 - \alpha_m) \frac{u_m}{gA} \frac{\partial A}{\partial t} = \sin \theta - \frac{\tau_0}{\rho g R} - \alpha_m \frac{u_m q}{gA} \end{aligned} \quad (13)$$

がえられる。(10)式と比較すればただちにわかるように、横から流入または流出のある場合には $-\alpha_m u_m q / gA$ の項が加わる。この効果は流入のある場合に対しては流入のない場合に比して摩擦抵抗を大きくしたことと相当し、流れにくくなることを意味する。また流出のある場合はその逆であつて摩擦抵抗を小さくしたことと相当し、流れやすくなることを意味する。

このように横から流出入のある場合には(13)式を用いなければならないのであつて、(10)式をそのまま用いることは誤りである。

3. エネルギーの関係から求める方法

図-1において、AB断面から入ってくる水の運動のエネルギーは単位時間に $\int_A \rho u \cdot dA \cdot u^2 / 2 = (\rho/2) \int_A u^3 dA$ であつて、同じく位置のエネルギーはC点を基準にとれば、 $\rho g \int_A u(z \cos \theta + \delta x \sin \theta) dA$ となり、また同断面において圧力によつてなされる仕事は単位時間に $\rho g \int_A u(h-z) \cos \theta dA$ であるから、AB断面における全エネルギーはこれらを加えて、

$$\begin{aligned} & \frac{\rho}{2} \alpha_e A u_m^3 + \rho g A u_m (\delta x \sin \theta + h \cos \theta) \\ & = \rho g Q \left(\frac{\alpha_e u_m^2}{2g} + h \cos \theta + \delta x \sin \theta \right) \end{aligned}$$

となる。ここに α_e は運動のエネルギーの流速分布に対する補正係数⁵⁾ であつて、

$$\alpha_e = \int_A u^3 dA / u_m^3 A \quad (14)$$

とあらわされる。またCD断面における全エネルギーは、

$$\begin{aligned} & \rho g \left(Q + \frac{\partial Q}{\partial x} \delta x \right) \left\{ \frac{\alpha_e u_m^2}{2g} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\alpha_e u_m^2}{2g} \right) \delta x \right. \\ & \left. + h \cos \theta + \frac{\partial h}{\partial x} \delta x \cos \theta \right\} \end{aligned}$$

であるから、両断面間における全エネルギーの増加量は、

$$\begin{aligned} & \rho g Q \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\alpha_e u_m^2}{2g} \right) \delta x + \frac{\partial h}{\partial x} \delta x \cos \theta \right\} \\ & - \rho g Q \delta x \sin \theta + \rho g \frac{\partial Q}{\partial x} \left(\alpha_e \frac{u_m^2}{2g} + h \cos \theta \right) \delta x \end{aligned} \quad (15)$$

となる。

次に ABCD 内の水のもつ運動のエネルギーの単位時間の変化量は、

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_A \rho \cdot \delta x \cdot dA \cdot \frac{u^2}{2} = \frac{\rho}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_m A u_m^2) \delta x \quad (16)$$

同じく位置のエネルギーの単位時間の変化量は、

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_A \rho \cdot \delta x \cdot dA \cdot g \left(z \cos \theta + \frac{\delta x}{2} \sin \theta \right)$$

となり、さらに2次の微小量を省略し、また $B(\delta h / \delta t) = \partial A / \partial t$ であるから、

$$\rho g \cos \theta \frac{\partial}{\partial t} \int_A z dA \cdot \delta x = \rho g h \cos \theta \frac{\partial A}{\partial t} \delta x \quad (17)$$

となる。さらにAB断面よりCD断面に到るまでの単位時間当りに摩擦によつて失われるエネルギーは、底面付近の流速を u_b とすれば

$$\tau_0 \cdot s \cdot \delta x \cdot u_b \quad (18)$$

とあらわされる。従つてエネルギー保存の法則から、(15)、(16)、(17) および (18) 式を用いて次の式が得られる。

$$\begin{aligned} & \rho g Q \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\alpha_e u_m^2}{2} \right) + \frac{\partial h}{\partial x} \cos \theta - \sin \theta \right\} \\ & + \rho g \frac{\partial Q}{\partial x} \left(\frac{\alpha_e u_m^2}{2g} + h \cos \theta \right) + \frac{\rho}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_m A u_m^2) \\ & + \rho g h \cos \theta \frac{\partial A}{\partial t} + \tau_0 s u_b = 0 \quad (19) \end{aligned}$$

水路の横から流出入のない場合には(1)式を用いて上式を変形すれば、(10)式に対応する基礎式として、

$$\begin{aligned} & \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\alpha_m}{g} \frac{\partial u_m}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\alpha_e u_m^2}{2g} \right) \\ & + \frac{\alpha_m - \alpha_e u_m}{2g} \frac{\partial A}{A \partial t} = \sin \theta - \frac{\tau_0}{\rho g R} \left(\frac{u_b}{u_m} \right) \quad (20) \end{aligned}$$

が求められる。

また横から流入または流出のある場合には(2)式を用いて(19)式は

$$\begin{aligned} & \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\alpha_m}{g} \frac{\partial u_m}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\alpha_e u_m^2}{2g} \right) + \frac{\alpha_m - \alpha_e u_m}{2g} \frac{\partial A}{A \partial t} \\ & = \sin \theta - \frac{\tau_0}{\rho g R} \left(\frac{u_b}{u_m} \right) - \left(\frac{\alpha_e u_m q}{2gA} + \frac{qh}{u_m A} \cos \theta \right) \end{aligned} \quad (21)$$

と変形される。

4. 基礎方程式の検討

水路の横から流出入のない場合の基礎方程式として運動量の関係からは(10)式が、エネルギーの関係からは(20)式が求められた。両者を比較すれば、各項にかかる補正係数が異なることと、摩擦抵抗による項の表現が少し違つてることがわかる。エネルギー損失としては底面の摩擦抵抗によるものほかに、跳水とか断面変化などにもとづく擾乱による損失があり、これをも含めた任意断面に対する一般的表示は困難であつて普通はこれらのエネルギー損失を逆に基礎方程式から求めるという手段がとられる。これについては W.S. Eisenlohr⁷⁾ も流速分布に対する補正係数と関連して議論を行つており、エネルギーの考え方が

らは、抵抗法則としての Chézy 公式とか Manning 公式が、摩擦抵抗によるエネルギー損失の項に対して“経験的”に適用されているものであることがわかる。このような点に加えて、運動量はベクトル量であり、エネルギーはスカラー量であるため、 x 方向の成分のみを考え y 及び z 方向の成分を無視して基礎方程式を導いたという理由によつて、(10) 式と (20) 式の表現の相違があらわれたものと思われる。

また横から流出入がある場合には、(10) 式と (13) 式及び (20) 式と (21) 式を比較してわかるように、運動量の関係からは流出入のない場合の基礎方程式に $-\alpha_m u_m q / g A$ の項が、エネルギーの関係からは $-\{(\alpha_e u_m q / 2 g A) + (q h \cos \theta / u_m A)\}$ の項が余計に加わっている。前者は、これに $\rho g A$ をかけたものと考えたと $-(q/Q) \rho \alpha_m A u_m^2$ と変形されることから、横から流入する際には運動量を本流から奪つて合流し、流出する際には運動量を本流へ残して分流することを意味し、後者は $-(q/Q) \{(\alpha_e u_m^2 / 2 g) + h \cos \theta\}$ と変形されることから、流入する場合に本流から全エネルギーを奪つて合流し、流出する場合は残して分れることを意味しているものと考えることができる。

5. 流速分布に対する補正係数について

前述のように運動量の関係から導かれる基礎方程式には、(4) 式に示す α_m という補正係数が含まれ、またエネルギーの関係から導かれる基礎方程式には α_m のほかにさらに (14) 式に示す α_e の補正係数が入ってくる。これらの係数は一般の開水路の流れを取扱う場合にはいずれも 1 としてさしつかえない。しかしながら、水深の小さいいわゆる薄層流を取扱うときには、これらの係数の正確な値が必要となってくる場合がある。例えば、急斜面上の流れにあらわれる転波列の発生限界は、これらの係数の値に強く支配される⁹⁾。このような理由から、ここでは 2 次元流れとみなされうる巾の広い開水路の流れに対する補正係数について考察をすすめる。

層流の場合には流速分布は

$$u/u^* = (u^* z / \nu) \{1 - (z/2h)\} \dots \dots \dots (22)$$

とあらわされるから⁹⁾、この式を用いて (4) 及び (14) 式より、それぞれ α_m, α_e を計算すれば、

$$\alpha_m = 6/5 = 1.2 \dots \dots \dots (23)$$

$$\alpha_e = 54/35 = 1.543 \dots \dots \dots (24)$$

が容易に得られる。ここに u^* は摩擦速度 $\sqrt{\tau_0 / \rho}$ である。また乱流の場合には流速分布として対数法則

$$u/u^* = a + (1/\kappa) \log_e z \dots \dots \dots (25)$$

を用いて、 α_m, α_e を計算すれば

$$\alpha_m = 1 + (1/\kappa^2) (u^*/u_m)^2 \dots \dots \dots (26)$$

$$\alpha_e = 1 + (3/\kappa^2) (u^*/u_m)^2 - (2/\kappa^3) (u^*/u_m)^3 \dots \dots (27)$$

が求められる。ここに $\kappa = 0.4$, a は常数である。摩擦係数 λ と u^*/u_m の間に $\lambda = 2(u^*/u_m)^2$ の関係があるから、(26) 及び (27) 式は λ を用いて次のようにもあらわされる。

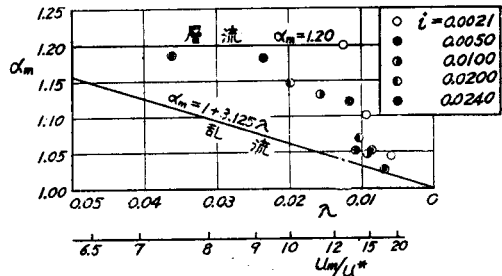
$$\alpha_m = 1 + 3.125 \lambda \dots \dots \dots (26)'$$

$$\alpha_e = 1 + 9.375 \lambda - 11.05 \lambda^{3/2} \dots \dots \dots (27)'$$

これらの対数法則を用いて得られた (26)' 及び (27)' 式はすでに V.L. Streeter⁵⁾ によつて円管の場合と一緒に求められている。

図-2 運動量の流速分布に対する補正係数 α_m と摩擦係数 λ あるいは u_m/u^* との関係

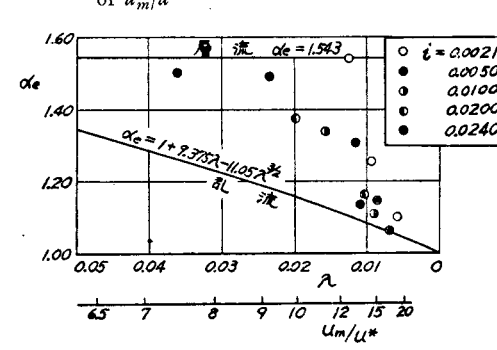
Fig.2 Relation between momentum correction factor for velocity distribution α_m and friction coefficient λ or u_m/u^*



さらに層流から乱流への遷移領域におけるこれらの係数の値が問題となる。遷移領域における流速分布をあらわす一般的な関係式を求めることは困難であるから、実験によつて得られた流速分布から α_m, α_e を計算する以外に方法はない。図-2 及び 3 に示す点描は、滑面開水路における実験⁶⁾の結果から、遷移領域

図-3 運動のエネルギーの流速分布に対する補正係数 α_e と摩擦係数 λ あるいは u_m/u^* との関係

Fig.3 Relation between kinetic energy correction factor for velocity distribution α_e and friction coefficient λ or u_m/u^*



と思われるもののみを取り出して α_m, α_e を計算してえた結果であつて、実線はそれぞれ (23), (24), (26) および (27) 式によつてえられたものである。なお図中 i は分配をあらわす。これらの図から、 λ の値が 0.009 前後あたりで乱流の直線または曲線から離れ、 λ の増大とともに α_m, α_e も急激に大きくなつて層流の直線へ移ることがわかる。

また粗面水路の場合でも相対粗度の小さいときには、遷移の様子は滑面水路と同じであつて、ただ相対粗度が非常に大きくなると遷移領域が λ の大きいところに移動するので、 α_m, α_e の値は λ が 0.009 前後より大きい値のところで乱流の直線または曲線から離れるものと思われる。さらに層流の直線から離れる λ の値は限界 R_e 数が 500 前後という平均流速についての実験結果⁶⁾ から考えて 0.012 前後と思われるが、実験の精度の関係から 図-2, 3 においては明らかでない。

6. 結 語

以上開水路水流の基礎方程式が運動量およびエネルギーの関係から、きわめて簡単に導かれることを示し、また横から流出入のある場合には流出入のない場合の基礎方程式にさらに項が運動量の場合には1つ、エネルギーの場合には2つ加えられることを指摘した。

また薄層流を取扱う場合とくに重要な要素となつてくる流速分布に対する補正係数について検討し、その層流と乱流の間の遷移領域における変化の様様を実験結果をもとにして明らかにすることができた。

最後に終始懇篤な御指導を賜つた石原教授なら

びに種々有益な助言をいただいた速水教授に対して深く感謝するとともに、この研究は文部省科学研究費の援助による研究の一部であることを付記して感謝の意を表する。

参考文献

- 1) Ph. Forchheimer: *Hydraulik*, S. 246.
本間 仁: 高等水理学, p. 318
- 2) G.H. Keulegan and G.W. Patterson: "Effect of turbulence and channel slope on translation waves," *Jour. of Research of the National Bureau of Standards*, Vol. 30, June, 1943.
- 3) F.F. Escoffier: "A graphical method for investigating the stability of flow in open channels or in closed conduits flowing partly full," *Trans. Amer. Geophy. Union*, Vol. 31, No. 4, Aug., 1950.
- 4) 石原藤次郎・岩垣雄一・岩佐義朗 "急斜面上の層流における転波列の理論—薄層流に関する研究(第5報)—", 土木学会論文集, 19号, 昭29.4
岩垣雄一・岩佐義朗 "転波列の水理特性について", 土木学会誌に投稿予定。
- 5) V.L. Streeter: "The kinetic energy and momentum correction factors for pipes and for open channels of great width" *Civil Engineering*, Vol. 12, No. 4, April, 1942.
- 6) 石原藤次郎・岩垣雄一・合田 健: "薄層流に関する研究(第1報)," 土木学会論文集, 6号, 昭26.8.
- 7) W.S. Eisenlohr: "Coefficients for velocity distribution in open channel flow," *Trans. ASCE*, Vol. 110, 1945.

(昭 29.4.21)

新 刊 紹 介

錦 帯 橋 史

永 田 新 之 允 著

岩国観光協会発行

A・5判 約 500 ページ 予 800 (〒 50)

日本の文化資料として著明な岩国市錦帯橋は昭和 25 年 9 月キジア台風で流失した。それが幸いにして昨年美事に復元した。著者は元の岩国市長、錦帯橋を愛するあまり、橋梁学の勉強に入つたほどの熱心家かつ漢書漢詩に造詣の深い人である。錦帯橋の再興にあつて、あらゆる関係事項を蒐集網羅したのが本書であつて、81 才の高令の身でよくこれをまとめたのは、まことに驚異であり、また日本橋梁技術のために大書すべきことである。

ラーメン橋設計法と設計例

幕 田 貞 夫 著

理工図書KK発行

A・5判 310 ページ 予 600 (昭.29.9)

著者はすでにラーメンの解法と設計例という名著を出している。これは撓角撓度法によつたラーメンの解き方を示したものであつて、それに著者の新機軸を織り込んだものであるが、懇切明解の点で江湖の好評を拍して版を重ねた。今回の新著はこれに続くものとして鉄筋コンクリート・ラーメン橋を検討しようとする若い技術学徒および設計室の人々に多大の指導を与えるものと考えられる。印刷が鮮明な点もよい。(成瀬勝武)