

資 料

曲げと直応力を受ける断面の決定法について

正 員 工学博士 安 宅 勝*

1. 緒言 アーチ、ラーメン、ランガー桁の補剛桁、あるいは偏心荷重、横荷重、2次応力などを受けるトラス部材の断面等を試算によらずに直接に決定する方法について述べる。リブアーチの計算においては corepoint を仮定して求める Melan¹⁾の方法があるが、corepoint 自体が断面に関係するから直接の方法とは云えない。またこの方法では断面の経済性などは全然わからない。著者の方法によれば断面が直接に求まるばかりでなく、その経済性についても一応の見通しをつけることができる。直応力と曲げを受ける場合の断面決定は次の2式のいずれかによるものとする。

$$\frac{P}{A} + \frac{M}{Z} = \sigma_{ba} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{P}{A} + \frac{\sigma_{ca}}{\sigma_{ba}} \cdot \frac{M}{Z} = \sigma_{ca} \dots\dots\dots (2)$$

ここに P : 直応力, A : 断面積, Z : 断面係数,
 σ_{ba} : 曲げ許容応力度, σ_{ca} : 往の圧縮許容
 応力度

とする。(2)式はいわゆる ω 法に属する計算法であつて 図-1 の関係から導かれる。すなわち $M=0$ のとき $\frac{P}{A} = \sigma_{ca}$, $P=0$ のとき $\frac{M}{Z} = \sigma_{ba}$ とすれば一次補間的に考えて P と M が作用するとき

$$\frac{P}{\sigma_{ca}} + \frac{M}{\sigma_{ba}} = 1$$

すなわち (2) の関係をうる。一般的に云えば (2) の計算としては (1) において M の代りに $M' = \frac{\sigma_{ba}}{\sigma_{ca}} \cdot M$

図-1

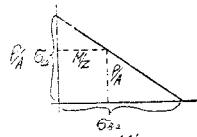
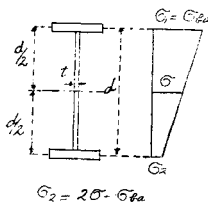


図-2



を、 σ_{ba} の代りに σ_{ca} を置
 けばよいから結局は (1) に
 包含される。

2. 対称断面の場合

リブアーチにおいては正負
 の最大活荷重モーメントは
 ほぼ等しく、これに対する

直応力に多少の差があるが大体において上下のフラン
 ジは等断面となる。非対称断面は次節に述べる。いま
 図-2 を参照し d : フランジの 重心間距離とする。
 もちろんこれは鎮結断面にも適用する。 d は腹板高、
 桁高に等しいものと仮定する。

$$\frac{P}{A} + \frac{M}{Z} = \sigma_{ba}$$

の条件で断面を決定しよう。

$$\frac{P}{A} + \frac{Md}{2I} = \sigma_{ba} \dots\dots\dots (3)$$

ただし P : 直応力, A : 断面積, I : 断面2次モー
 ーメントとする。また $P/A = \sigma$ すなわち平均応力度と
 し、上縁の応力度を σ_1 , 下縁の応力度を σ_2 とする。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_{ba} \\ \sigma_2 &= 2\sigma - \sigma_{ba} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

(3) より $\sigma = \frac{P}{A}$ として

$$I = \frac{Md}{2(\sigma_{ba} - \sigma)} \dots\dots\dots (5)$$

しかるに

$$I = \frac{d^2}{2} \left(A_f + \frac{A_w}{b} \right), \text{ ただし } A_f: \text{ フランジの断面}$$

積, A_w : 腹板の断面積とする。

(5) は結局

$$A_f + \frac{1}{6} A_w = \frac{M}{d(\sigma_{ba} - \sigma)} \dots\dots\dots (6)$$

$$\text{また } A = 2A_f + A_w = \frac{P}{\sigma} \dots\dots\dots (7)$$

(6), (7) より

$$A_f = \frac{3M}{2d(\sigma_{ba} - \sigma)} - \frac{P}{4\sigma} \dots\dots\dots (8)$$

$$A_w = -\frac{3M}{d(\sigma_{ba} - \sigma)} + \frac{3P}{2\sigma} \dots\dots\dots (9)$$

すなわち、平均応力度 σ を仮定するとフランジと
 腹板の断面積が決まる。 A_w を一定にすれば σ が決
 まる。 σ は次式による制限を受ける。すなわち

$$A_f \geq 0, A_w \geq 0$$

この2条件より

$$\frac{P}{d} + P \cdot \sigma_{ba} \geq \sigma \geq \frac{P}{\frac{6M}{d} + P} \cdot \sigma_{ba} \dots\dots\dots (10)$$

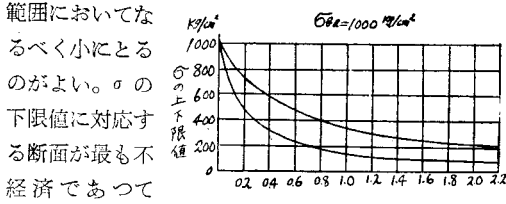
* 大阪大学教授, 工学部建築工学教室
 Melan: Brückenbau

$e = \frac{M}{P}$ とおけば

$$\frac{\sigma_{ba}}{2e/d+1} \geq \sigma \geq \frac{\sigma_{ba}}{6e/d+1} \dots\dots\dots (10a)$$

σ の上限においては $A_w = 0$, 下限においては $A_f = 0$ となる。 $A = \frac{P}{\sigma}$ であるから σ が大なるほど断面積は小になる。断面積が最少になるのは $A_w = 0$ のとき, すなわち腹板の代りにラチスの類を用いた場合である。曲げと直応力を受ける断面では腹板の断面積を設計条件の許す

図-3



範囲においてなるべく小にとるのがよい。 σ の下限値に対応する断面が最も不経済であつて

$A_f = 0$ となる。 $\sigma_{ba} = 1000 \text{ kg/cm}^2$ として (10a) による σ の上限値と下限値を示すと 図-3 をうる。

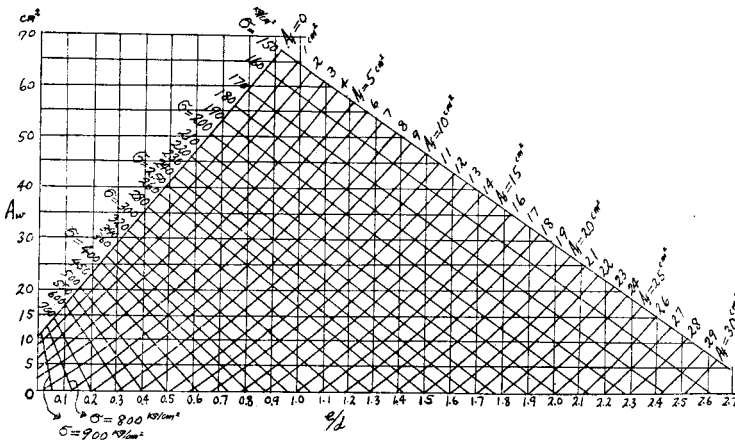
(8), (9) において $\frac{M}{P} = e$ とおけば

$$A_f = P \left\{ \frac{3}{2} \cdot \frac{e}{d} \cdot \frac{1}{(\sigma_{ba} - \sigma)} - \frac{1}{4\sigma} \right\} \dots\dots\dots (8a)$$

$$A_w = P \left\{ -\frac{3e}{d} \cdot \frac{1}{(\sigma_{ba} - \sigma)} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sigma} \right\} \dots\dots\dots (9a)$$

すなわち断面は P に比例し, $\frac{e}{d}$ の 1 次式となるから, σ の種々な値にたいして直線群として容易に図表を画くことができる。図-4 は $P = 10t = 10000 \text{ kg}$ に対する断面を示したものである。縦軸は A_w , 横軸は e/d となつている。 $\sigma = \text{const.}$ の直線と $A_f = \text{const.}$ の曲線の交点の座標はこれに対応する A_w 及び e/d を示している。ただし $\sigma_{ba} = 1000 \text{ kg/cm}^2$ である。 σ はもちろん (10a) の条件を満足している。任意の

図-4



M, P にたいしては e/d を求め, 図表の値を $P/10$ 倍すればよい。

A_w を決めて断面を定めるには 図-4 から大体的見当をつけるか (9a) から直接に σ を定める。すなわち次の σ の 2 次方程式の根を求める。

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{A_w}{P} \cdot \sigma^2 - \left(1 + \frac{2e}{d} + \frac{2}{3} \cdot \frac{A_w \sigma_{ba}}{P} \right) \sigma + \sigma_{ba} = 0 \dots\dots\dots (11)$$

次に一例として $M = 75 \text{ tm}$, $P = 165 \text{ t}$, $\sigma_{ba} = 1000 \text{ kg/cm}^2$, $d = 100 \text{ cm}$ として σ の選び方によつて断面がどう変わるかを計算してみよう。

$$e = \frac{M}{P} = \frac{75}{165} = 0.4545 \text{ m}, e/d = 0.4545$$

として (10a) より $524 > \sigma \geq 268 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_{ba} = 1000 \text{ kg/cm}^2$, $M = 7500000 \text{ kg cm}$, $P = 165000 \text{ kg}$, $d = 100 \text{ cm}$ とすれば

$$A_f = \frac{112500}{1000 - \sigma} - \frac{41250}{\sigma}$$

$$A_w = -\frac{225000}{1000 - \sigma} + \frac{247500}{\sigma}$$

$\sigma_1 = 1000 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_2 = 2\sigma - \sigma_1$, σ を $268 \sim 524 \text{ kg/cm}^2$ の範囲で変化させると表-1 をうる。

表-1

σ	kg/cm ²		cm ²		
	σ_1	σ_2	A_f	A_w	A
524	1000	48	157.6	0	315.2
500	"	0	142.5	45	330.2
470	1000	-60	124.5	102.1	351.1
460	"	-80	118.7	121.4	358.8
450	"	-100	112.8	141.2	366.8
440	"	-120	107.1	161.7	374.9
425	"	-150	98.6	191.1	388.3
268	"	-464	0	615.6	615.6

桁高は 100 cm であるから $\sigma_1 = 1000 \text{ kg/cm}^2$ として σ を $470 \sim 425$ まで変化させると腹板厚が 10 mm から 19 mm まで変化し, 断面積 A は 351.1 cm^2 から 388.3 cm^2 まで変ることがわかる。double web のときは腹板厚を $\frac{A_w}{2d}$ ととればよい。

2. 非対称断面の場合

図-5 において断面の中立軸の位置を ad で示し, A_f を上のフランジの断面積, A_f' を下のフランジの断面積, 腹板の断面積を A_w とする。

double web の場合にも
 ちろん腹板 2 枚の断面積の
 和である。まづ中立軸に関
 して断面 1 次モーメントは
 0 であるから

$$A_f(1-a)d - A_f'ad + \frac{td^2}{2} \{ (1-a)^2 - a^2 \} = 0$$

$td = A_w$ とすれば、上式は

$$A_f(1-a) - A_f'a + A_w \left(\frac{1}{2} - a \right) = 0 \dots\dots (12)$$

$$\sigma + \frac{M(1-a)d}{I} = \sigma_{ba} \text{ より}$$

$$I = \frac{M(1-a)d}{\sigma_{ba} - \sigma} \dots\dots (13)$$

しかるに

$$I = A_f(1-a)^2d^2 + A_f'a^2d^2 + \frac{td^3}{3} \{ (1-a)^3 + a^3 \} \\ = A_f(1-a)^2d^2 + A_f'a^2d^2 + A_w d^2 \left(\frac{1}{3} - a + a^2 \right)$$

これより (13) は

$$A_f(1-a)^2 + A_f'a^2 + A_w \left(\frac{1}{3} - a + a^2 \right) \\ = \frac{M(1-a)}{(\sigma_{ba} - \sigma)d} \dots\dots (14)$$

また

$$A = A_f + A_f' + A_w = \frac{P}{\sigma} \dots\dots (15)$$

(12), (14), (15) より

$$A_f = \frac{3(1-a)}{(\sigma_{ba} - \sigma)} \cdot \frac{M}{d} - \frac{P}{\sigma} (2a - 3a^2) \dots\dots (16)$$

$$A_f' = \frac{3(1-a)}{(\sigma_{ba} - \sigma)} \cdot \frac{M}{d} + \frac{P}{\sigma} (1 - 4a + 3a^2) \dots\dots (17)$$

$$A_w = \frac{-6(1-a)}{(\sigma_{ba} - \sigma)} \cdot \frac{M}{d} + 6a(1-a) \cdot \frac{P}{\sigma} \dots\dots (18)$$

上式はもちろん $a = \frac{1}{2}$ のとき $A_f = A_f'$ となり
 (8), (9) に一致する。

σ の制限は $A_f \geq 0$, $A_f' \geq 0$, $A_w \geq 0$ の条件で決まり
 $A_f \geq 0$ として

$$\sigma \geq \frac{(2a - 3a^2)P}{3(1-a)\frac{M}{d} + (2a - 3a^2)P} \cdot \sigma_{ba} \dots\dots (19)$$

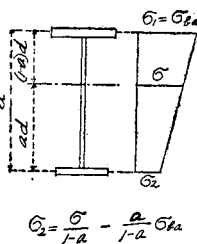
$A_f' \geq 0$ として

$$\sigma \geq \frac{-(1 - 4a + 3a^2)P}{3(1-a)\frac{M}{d} - (1 - 4a + 3a^2)P} \cdot \sigma_{ba} \dots\dots (20)$$

$A_w \geq 0$ として

$$\sigma \leq \frac{aP}{\frac{M}{d} + aP} \cdot \sigma_{ba} \dots\dots (21)$$

図-5



$e = \frac{M}{P}$ とおけば (19), (20), (21) はそれぞれ

$$\sigma \geq \frac{(2a - 3a^2)\sigma_{ba}}{3(1-a)\frac{e}{d} + (2a - 3a^2)} \dots\dots (19a)$$

$$\sigma \geq \frac{-(1 - 4a + 3a^2)\sigma_{ba}}{3(1-a)\frac{e}{d} - (1 - 4a + 3a^2)} \dots\dots (20a)$$

$$\sigma \leq \frac{a\sigma_{ba}}{\frac{e}{d} + a} \dots\dots (21a)$$

$1 > a > \frac{2}{3}$ のときは $2a - 3a^2 < 0$ であるから $A_f > 0$

で、従つて σ は (20a) と (21a) で制限される。こ
 の場合 $(1 - 4a + 3a^2) < 0$ である。

$$\frac{a\sigma_{ba}}{\frac{e}{d} + a} \geq \sigma \geq \frac{-(1 - 4a + 3a^2)\sigma_{ba}}{3(1-a)\frac{e}{d} - (1 - 4a + 3a^2)}$$

$a < \frac{1}{3}$ のときは $1 - 4a + 3a^2 > 0$ であるから $A_f' > 0$
 となり

$$\frac{a\sigma_{ba}}{\frac{e}{d} + a} \geq \sigma \geq \frac{(2a - 3a^2)\sigma_{ba}}{3(1-a)\frac{e}{d} + (2a - 3a^2)}$$

$\frac{2}{3} > a > \frac{1}{3}$ のときは (19a), (20a), (21a) で制限
 される。

double web のときは腹板厚は $\frac{A_w}{2d}$ となる。また
 σ_2 は

$$\sigma_2 = \frac{\sigma}{1-a} - \frac{a}{1-a} \sigma_1 \dots\dots (22)$$

A_w を一定にとれば (18) より σ が決まる。ただ
 し A_w は σ の下限で示される値、すなわち $A_w \leq \frac{P}{\sigma_{min}}$
 でなくてはならない。

3. 腹板厚について

ソリッドリブアーチの腹板厚を決める公式はわが国
 にはない。これは当然 M と P に応じて圧縮のみの
 場合と曲げのみが作用する場合との中間になくはな
 らない。すなわち起拱点では圧縮材に準じその他の部
 分ではその制限が緩和されるべきである。これを一定
 の板厚とすることは不合理でもあり断面の経済にもな
 らない。将来溶接断面が使用されるようになれば腹板
 厚の変化は自由になるから、当然この点を考慮して最
 も合理的な断面を決めるべきである。著者の提案とし
 て次の公式を掲げる。いま上下のフランジの縁応力度
 をそれぞれ σ_1, σ_2 とし $\sigma_2 = \psi\sigma_1$, ただし $1 > \psi > -1$ と
 する (図-6)。腹板厚を t とし

$$\psi = 1 \text{ のとき } \frac{d}{t} = 40$$

$\psi = -1$ のとき $\frac{d}{t} = 160$

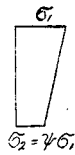
とかりに定め、その中間を ψ の 1 次補間値としてきめると

$\frac{d}{t} = 100 - 60\psi \dots\dots\dots (23)$

ただし $\sigma_2/\sigma_1 = \psi$, $1 > \psi > -1$ とする。

たとえば $\psi = 1$ で $\frac{d}{t} = 40$, $\psi = -1$ で $\frac{d}{t} = 160$

図-6



$\psi = 0$ で $\frac{d}{t} = 100$ 等となる。

4. 結 び

ソリッドリブアーチの断面積は (8), (9) 式でわかるように M, P に比例するからアーチリブの重量はその桁間隔には関係しないことがわかる。アーチの総重量は床部の重量によつて支配されるようである。本研究は文部省科学研究費による著者の研究の一部であることを付記しておく。

日本工業規格標準数 (JIS Z 8601, 1954)

正 員 田 原 保 二*

昨年7月工業技術院が工業標準化法に基づいて、将来あらゆる工業部門で設計のために用いる諸量の数値、製品または部品その他の材料の規格・形状、寸法等を定めるための諸元の数値をなるべく限られた標準数のみに限定統制する主旨により、標記のJIS委員会を開設した。私はこの委員会の臨時委員(専門部会)として土木学会より推薦され、その審議参画にあづかる光栄を得たが、今回JIS本案もようやくまとまり、近日中に公示される運びとなるに際し、この委員会の付帯議決並びに各界の要望により、この際標準数の持つ意味とその効用を各学会、業界の機関を通じてなるべく一般技術者に衆知認識して戴けるような方策を講ずることが特に要請され、鬼頭委員長よりも過日土木学会あてにこの意味での報告書が提出された。以上の理由によつて私は委員長報告を骨子として標準数に関する若干の説明を試み、責任の一端を負わんとするものである。

ほづ申し上げねばならないことは従来わが国でこの種の工業用数の規格が無かつたかと言うと、そうでなく大正13年にJES第3号寸法標準数(類別Z1)、JES第4号等比標準数(類別Z2)なるものが制定されており趣旨は異なるが、使用する数値を何等かに制限統制しようと言う主旨には適合していた。また事実一部の機械、電気工業ではこれを活用し実績を挙げてきたのである。

しかるに上述の標準数は二本建であり、いずれも多少の合理性に欠けていることと、使用に際して多くの便利も期待できなかつたので、今回すでに国際標準化機構(ISO)が国際標準数として選択しているいわゆるルナル標準数を新たな標準数として採用するよう計画され、今回のJIS Z 8601もこのルナル標準数

にほかならないのである。

それでは一体ルナル標準数とはいかなるものかと言うと、歴史的にはフランスのシャルロ・ルナル(Charles Renard)が19世紀の末に気球に用いる綿ロープの径について階段的な寸法の標準を作るために考案した数列が始めであつて、まづある基準長 a を定め、これより大なるものを順次

$a, a^{\sqrt[3]{10}}, a(\sqrt[3]{10})^2, a(\sqrt[3]{10})^3, a(\sqrt[3]{10})^4$

により定めて行くと言つたやり方で、ルナルは始め $n=5$ の場合について計算値に多少の丸めを行い、次のような実用に富んだ1つの数列を作り上げた。

$1.0a, 1.6a, 2.5a, 4.0a, 6.3a, 10.0a$

次に $n=10, 20, 30, 40, \dots$ とおきそれぞれ $10, 20, 30, 40, \dots$ 個づつの数列を得た。これ等の各数列の最も特長とするところは、どの数列においても a にかかる数値は $1 \sim 10$ の間にあつて、数列の始めでは刻みが小さく、終りほど刻みが荒くなつており、相隣接する数間の比は1つの数列においては常に一定していることである。たとえば $n=5$ の上例では

$\frac{1.6a}{1.0a} = \frac{2.5a}{1.6a} = \frac{4.0a}{2.5a} = \frac{6.3a}{4.0a} = \frac{10.0a}{6.3a} = 1.6$

となる。またこの比は n が大となるに従い小となり、 $n=10$ で 1.25 , $n=20$ で 1.12 , $n=40$ では 1.06 となる。

また小数及び2桁以上の数が必要な場合には上の a を $0.1, 0.01, 0.001, \dots$ または $10, 100, 1000$ とおけばよい。

このような標準数は1921年にいたりフランスの標準委員会に採用され、次いで1922年にはドイツでも同様な目的の規格を発表したが1932年にはISAに標準数に関する技術委員会が設置されフランスが幹事国となつた。その後多少の変遷を経て第2次大戦後この

* 建設省土木研究所