

マス・コンクリートの振動締固めについて

(a) "Vibration of Mass Concrete"

By Lewis H. Tuthill

(b) "Effect of Vibration on Air Content of Mass Concrete"

By Walter O. Crawley

Journal of the A.C.I. Vol.24, No.10, June 1953.

本文はその大半が (a) の論文を抄録したものであつて、一部、空気量等に関して (b) の論文を抄録した。

1. 振動機の効果的な用法

最近のマス・コンクリートは、連行空気と振動締固めとの利用によつて、30年前のスランプ10cm以上、セメント使用量 220 kg/m^3 以上のマス・コンクリートに比べて、その品質 (スランプ 5cm, $c=110 \text{ kg/m}^3$) はいちじるしく進歩した。また、振動機も初期には 3600 vpm の低振動数であつたが、現在は 7200 vpm であつてその能力も非常に大きくなつている。このような高効率の振動機を有効に用いれば、最小の水量、セメント、砂を使用したマス・コンクリートを経済的にしかも高品質なものとして打込むことができる。

現場によつては、コンクリートのスランプが 2cm 以下でありながら作業員が膝の半分までも沈むようなコンクリートを使用しているが、これは砂の使用量が多過ぎるのであつて、コンクリートの品質と経費とをいちじるしく犠牲にしているものである。また、マッシュな壁、ピヤー、圧力水路、監査廊等の鉄筋を配置した場所に、鉄筋間隔の $2/3$ の最大寸法の骨材を用いたコンクリートを打込んでいる現場があるが、これは場合によつてはきわめて不経済である。コンクリートの大部分が鉄筋の間を通過して打込まれるような一般の鉄筋コンクリート構造物においては、この「 $2/3$ の法則」は正しいのであるが、前に述べた例のごとくコンクリートの一部分のみが「鉄筋のカーテン」を通過すればよいときには、最大寸法の大きい骨材、すなわち 150 mm 程度のマス・コンクリートを打ちこむのがよい。この場合振動機を十分利用すれば、コンクリートをよく型わくの隅までゆきわたらせることができ、また「 $2/3$ の法則」によつたコンクリートに劣らないコンクリートで鉄筋を包むことができるのであつて、このようなコンクリートの分離や品質の不均一は、小骨材を用いたコンクリートを打込むよりもはるかに小さいものである。

どの程度まで砂の量を減らしうるかについては、人によつて意見が異なるが、これは均一性の管理とか打込みの条件によるのであつて、いづれにしる振動機の能力を十分に利用する。またいくぶん長目に振動をかければ砂の量を相当減らすことができるのである。

2. 締固めに適当な振動時間

マス・コンクリートを締固めるに適当な振動時間については多くの人の意見が発表されており、開拓局でも 1952 年、Canyon Ferry および Hungry Horse Dam においてそれぞれ 40 個の 6 m^3 バッチについて振動時間を測定した。振動機は Model 519 C-P Hicycle 電動式 2 人用振動機 (7000 vpm) を各バッチに 2 台用いた。その結果各バッチ当り平均 132 sec であつた。すなわち 1 台の振動機で 43 sec/m^3 であつた。コンクリート打込みの容易な場所では $75\sim 90 \text{ sec}$ であり、型わく、岩に接した場所等でロックポケットをつくらぬように入念に締固めたときには 200 sec 以上であつた。上述の平均値 132 sec はこのように広範囲にわたる時間の平均であつて、各バッチに対して一定の振動時間を決めることはできない。

適当な振動量は、コンクリートの表面の状態によつて判断するのであつて、分離した大きな骨材をコンクリート中に埋め、バッチを平らにし、先に打つたコンクリートとその境いが見分けられなくなり、エントラップド・エアの気泡が出てこなくなつたとき、締固めは十分であると判断する。

先に打つたコンクリートの縁には、締まつていないコンクリートや分離した砂利があるから、次のバッチと一体となるよう十分締固めるために、先に打つたコンクリートの縁を次のバッチと同時に振動しなければならぬ。この場合、暑中では、先のコンクリートが乾燥するので防ぐため軽く霧をふきかけるのがよい。

マス・コンクリートに振動をかけすぎることが明らかかなときは、コンクリートの水とスランプを減少すればコンクリートの品質を向上しうる場合がある。これは振動時間を減らすよりもよい方法である。

3. 連行空気の消失量

振動による連行空気の消失量は、空気量 $3\sim 4\%$ のとき $1/2\sim 1\%$ 程度であることが明らかにされている。Hungry Horse では 0.7% 、Angostura では 0.5% であつた。一般構造物のコンクリートでは消失量はこの 2 倍以上にも達するが、マス・コンクリートはスランプが小さいこと、型わくによる拘束が少いため消失量が小さいものと考えられる。ダム内部のコンクリートでは、耐久性は重要ではなく、連行空気は振動打込みに十分なウォーカピリチーを確保するためのものであるから、空気の消失はあまり問題ではないと考えられる。

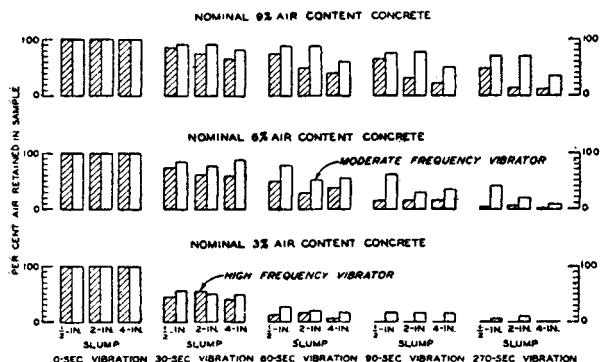
4. Crawley の行つた実験

骨材の最大寸法 6 in 、セメント使用量 167 kg/m^3 (II 型セメント、スランプ $1/2\sim 4 \text{ in}$ 、空気量 $3, 6$ お

よび9% (1-1/2 in 篩で湿式篩分けたとき) のコンクリートに高振動数(13 000 vpm)および中振動数(6 800 vpm)の振動機をかけてその影響を明らかにしている。

コンクリート 6 ft³ (170 l) を練り、同一バッチに30,60,90 および 270 sec 間振動締固め(コンクリートの一部はスランプ、ブリーディング試験に用いた)各時間における空気量を重量法で測定した。その結果は、図-1のごとくであった。

図-1



また各振動機を用いてそれぞれ 90 sec 間振動し、硬化したコンクリートから水平および垂直のコアをとり、顕微鏡によつて連行空気のと分布および粗骨材の分布状態を調べた。

以上二つの実験から次のごとき結果を得ている。

(1) 高振動数(13 000 vpm), 中振動数(6 800 vpm) いづれの振動機も、実験に用いたマス・コンクリート中の連行空気をかなり消失させた。その消失量は連行空気の少ないコンクリート(空気量3%, スランプ 1/2 in 以下)に 30 sec 間振動したとき約 50% であつた。

(2) 高振動数の振動機は、中振動数のものより空気を消失させる割合が早い。

(3) 一般に、消失空気量はスランプとともに増加するが、その程度はあまり顕著ではない。

(4) 高、中振動数いづれの振動機も 90 sec 間かけると粗骨材のかなりの分離の原因となり、また空気量消失およびその分布の不均一な原因となる。

(5) 高振動数の振動機は空気量に大きな影響がある。

(6) 中振動数の振動機は、粗骨材の分布に大きな影響がある。

5. コンクリート打込み層の厚さ

踏固めやスパーディングによつて、マス・コンクリートを締固めた頃には、厚さ 30~40 cm の層でコンクリートを打込んだが、Hungry Horse と Canyon Ferry Dam では、厚さ 50 cm の層を用いて結果がよかつた。6 m³ のバッチを 15 in (40 cm) の厚さで

各方向に拡げると面積は 173 ft² (16m²), 20 in (50 cm) 厚さでは 130 ft²(12m²) となり、15 in 層では 20 in 層の場合より 1 ft もコンクリートを遠くへ拡げなければならない。このため 15 in 層に拡げるよりも 20 in 層の方が振動時間とその効果を大きくすることができる。実際 2 人用の標準振動機を 45° に傾けても、20 in 層の底まで振動機を十分差込むことができ、また、下の層がまだ軟いときはその先端は下の層へ数 in 入ることがわかっている。

6. コールドジョイントについて

コールドジョイントは、その付着、水密性が小さく、この欠点はコンクリートの材令とともに大きくなると考えられるから好ましくない。前日の午後打つたコンクリートは翌朝でも、表面を霧等で湿潤状態にしておけば、まだ硬化していない。また表面のレイタンス、ごみ等の膜が薄いときは清掃や砂吹きつけを行う必要はなく、新しいコンクリートを厚さ 1 ft 以下とし、振動機をできるだけ水平にさし込み、新しいコンクリートとの継目全体にわたつて、密な間隔で十分振動をかければよい。このように振動すれば、コールドジョイントは型わくに接した面では認められるが、内部から採つたコアにおいては、継目を認めることができないほどよく付着しているものである。このように振動の特別な使用によつて、清掃と敷モルタルに必要な多量のセメントおよび工事遅延のための出費を節約することができる。

(電力中央研究所 西沢紀昭)

調圧水槽を持たない発電用放水トンネルの理論と実験

“Etude théorique et expérimental du fonctionnement en charge de fuite en l'absence de cheminée d'équilibre”

L. Escande et J. Nougaro

La Houille Blanche, Oct. 1953, pp. 607~639

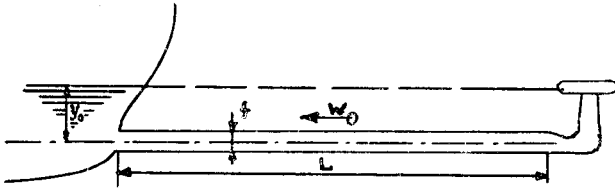
調圧水槽を持たない比較の長い発電用放水トンネルにおいて流れが全断面を満たして流れている場合に、使用水量の急遮断ともない生ずる諸現象を理論的並びに実験的に研究したものである。取扱われた場合は (a) 空気孔なしの場合; (b) 内側片開きの空気吸入弁を備えた場合; (c) 空気孔を有する場合、の3つである。

1. 理論結果

(a) 空気孔なしの場合 負荷を急遮断した場合、しばらくは放水路中の流水はその慣性のため進行を続けるので放水路入口にキャピテーションを生ずる。キャピテーションは最大値

$$\Omega_m = \frac{L_f}{H_f} \frac{W_0^2}{2g} \log\left(1 + \frac{H_f}{y_0 + y_a}\right) \dots\dots\dots (1)$$

図-2



に達するまでその容積を増大する。ただし W_0 : 初期流速, y_0 : 大気圧 (水柱), H_f : 放水トンネル部分における全損失水頭, また L, f, y_0 は 図-1 中に示される。

キャビテーション容積が最大値に達した後, 水流の向きは逆転してこの容積は減少しはじめる。放水路の最大圧力上昇はこのキャビテーションが消滅する瞬間に起り, その値は

$$\xi_m = \frac{aW_0}{g} \frac{1}{\sqrt{1 + [H_f/(y_0 + y_a)]}} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ただし ξ_m : 最大圧力上昇 (水柱), a : 圧縮波の伝播速度

(b) 内側片開きの空気吸入弁を備えた場合 弁よりの吸入空気量の最大値を Ω_m とおけば

$$\Omega_m = \frac{Lf}{H_f} \frac{W_0^2}{2g} \log \left(1 + \frac{H_f}{y_0} \right) \quad \dots\dots\dots (3)$$

次に水流逆流の際における最大圧力上昇 ξ_m は一般には図計算によらなければならない。しかし摩擦を無視しうる場合には数式によつて求めることができ、

$$\xi_m = y_a [(\Omega_m/\Omega_{\min}) - 1] \quad \dots\dots\dots (4)$$

となる。ただし Ω_{\min} は吸入された空気が逆流水流に圧迫され最も圧縮されたときの容積を示す。

(c) 空気孔を持つ場合 空気孔から吸入される空気量の最大値 Ω_m は前出 (3) 式に等しい。次に水流逆流時の最大圧力上昇値は

$$\xi_m = h + \frac{W_0^2}{2g} \cdot \frac{1}{1 + (H_f/y_0)} \cdot \left(\frac{f}{S} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (5)$$

ただし h : 空気孔の高さ (放水位より測る), S : 空気孔の有効断面積

なお最初の逆流期間における空気孔よりの全越流水量 Ω' は

$$\Omega' = \frac{LS^2}{f} \log \left[1 + \left(\frac{f}{S} \right)^2 \frac{W_0^2}{2gh} \right] \quad \dots\dots\dots (6)$$

2. 数値計算例

$$\begin{aligned} L &= 750 \text{ m}, f = 28.3 \text{ m}^2, Q_0 = 70 \text{ m}^3/\text{s}, \\ W_0 &= 2.48 \text{ m/s}, y_0 = 5 \text{ m}, H_f = 0.52 \text{ m}, \\ a &= 1250 \text{ m/s} \end{aligned}$$

に対して (1) ないし (6) 式によつて各場合の数値計算を行う

(a) 空気孔のない場合

$$\Omega_m = 436.2 \text{ m}^3, \xi_m = 311 \text{ m}$$

(b) 空気吸入弁を備えた場合

$$\Omega_m = 533 \text{ m}^3, \xi_m = 8.71 \text{ m}$$

(c) 空気孔を持つ場合

$$h = 3 \text{ m}, S = 6 \text{ m}^2 \text{ に対して}$$

$$\Omega_m = 533 \text{ m}^3, \xi_m = 9.28 \text{ m}$$

$$\Omega' = 1049 \text{ m}^3$$

3. 実験

上にあげた (1) ないし (6) の各式の誘導に当たってはかなりの仮定が入っているのでこれらの式の妥当性を実験によつて検討

することが望ましい。このため管径 20 cm, 全長 25 m の管路において種々実験を行う。実験結果の一例として最大圧力上昇値をとると (a), (b), (c) の各場合に対する理論値と実験値の一致の具合は十分によい。

図-2 空気孔なしの場合

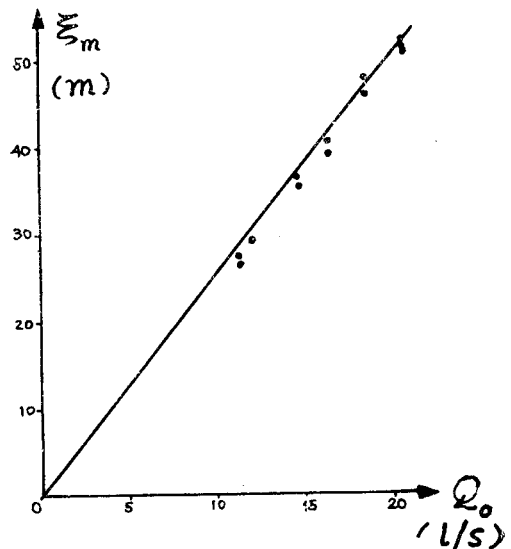


図-3 空気吸入弁を備えた場合

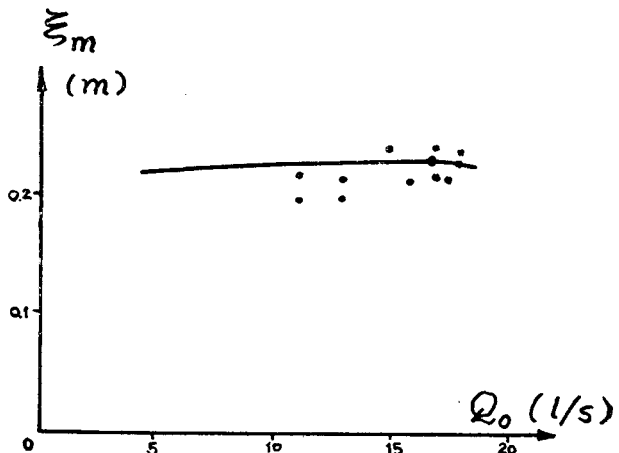
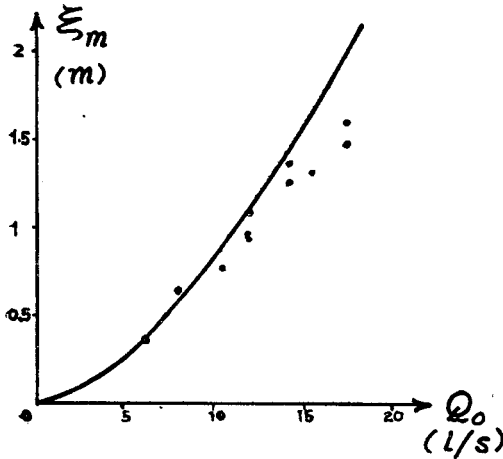


図-4 空気孔を有する場合



(中央大学工学部 林泰造)

貯水池調整の諸問題

“Reservoir Regulation Problems”

By R. Mathieson

Proceedings of Institution of Civil Engineers,

Vol.2, No.2, Part III, pp. 311-326, 1953

水資源の活用と洪水調節のため、近年多数の貯水池が全世界に建設されてきている。貯水池の調整の種々の水理学的問題の解法が発表されているので、その大要を紹介してみる。

貯水池の表面積を A 、貯水池に入る流量を Q 、これから出る水量を q 、貯水池の水位を h とすると

$$A \frac{dh}{dt} = Q - q \dots \dots \dots (1)$$

となる。(1) 式が複雑な形になり数値解法や図式解法は手数がかかり好ましくない場合に使用すべき解法が例示されている。著者は下記の4つの型の問題を考えている。

(A) 流入量が0で、2本の管により貯水池から水が流出している場合。

(B) 表面積と流入量が一定で、管と矩形堰の越流により水が流出しており、天端から管までの距離が越流水深に較べて大であるが、管の流量が一定と仮定できるほど大きくない場合。

(C) 流入量が時間とともに直線的に変化し、多数の管により貯水池の水が流出している場合。

(D) 流水量が時間とともに直線的に変化し、流出量が Kh^n で表わされる場合。 $n = \frac{1}{2}$ はサイフォン余水吐、潜水門、または管による放流、 $n = 1$ はラミナ管流による放流、 $n = 2$ は放物線形 U 字ノッチによる放流、 $n = \frac{3}{2}$ は矩形堰による放流に対応する。

ここでは (D) で $n = \frac{3}{2}$ の場合の解法だけを紹介

する。この場合に (1) 式は

$$A \frac{dh}{dt} + Kh^{\frac{3}{2}} = Q_0 + Q_1 t \dots \dots \dots (2)$$

となる。

さて曲線 $y = h^{\frac{3}{2}}$ を、上限が H である、ある限られた領域において、曲線 $y_1 = ah + bh^2$ で近似させる。ここに a, b は適当に選ばれた常数である。与えられた領域で $\pm 100\epsilon\%$ の精度が要求されると仮定すれば

$$a = \frac{H^{\frac{3}{2}}}{2} (1 - \epsilon^{\frac{1}{2}})^2, \quad b = \frac{(1 + \epsilon^{\frac{1}{2}})^2}{2H^{\frac{3}{2}}} \dots \dots \dots (3)$$

となる。

(2) 式の $h^{\frac{3}{2}}$ の代りに $ah + bh^2$ を用い、 $h = \pm \frac{1}{u}$

$\frac{du}{dx} - \frac{a}{2b}; \quad x = \frac{bK}{A} \left(\frac{Q_0}{Q_1} + \frac{a^2 K}{4bQ_1} \pm t \right); \quad p = \frac{Q_1 A}{b^2 K^2}$ とおけば、(2) 式は

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = pxu \dots \dots \dots (4)$$

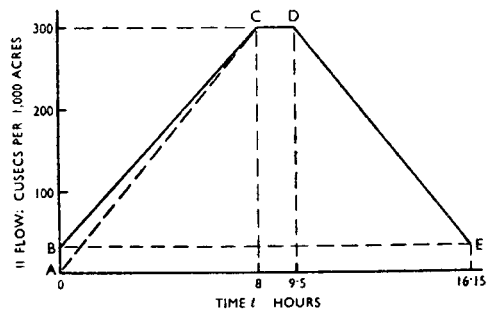
となる。(4) 式を Frobenius の方法で解くと

$$h = \pm \left\{ \frac{\phi_1(z) + \frac{C}{x} \phi_2(z)}{x \phi_3(z) + C \phi_4(z)} \right\} - \frac{a}{2b} \dots \dots \dots (5)$$

なる近似解がえられる。(−) 記号は Q が負のとき適用され、 C は積分常数であり、 z 関数は次のとおりである。

$$\left. \begin{aligned} \phi_1(z) &= 1 + \frac{z}{3} + \frac{z^2}{3 \cdot 4 \cdot 6} + \frac{z^3}{3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 9} + \dots \\ \phi_2(z) &= \frac{z}{2} + \frac{z^2}{2 \cdot 3 \cdot 5} + \frac{z^3}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 8} + \dots \\ \phi_3(z) &= 1 + \frac{z}{3 \cdot 4} + \frac{z^2}{3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} + \frac{z^3}{3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 10} + \dots \\ \phi_4(z) &= 1 + \frac{z}{2 \cdot 3} + \frac{z^2}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6} + \frac{z^3}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 9} + \dots \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

図-1



FLOOD HYDROGRAPH

【例題】洪水による流入量の時間的変化が図-1のとおりであり、貯水池の表面積が集水面積 1 000 acre 当り $2.178 \times 10^6 \text{ sq. ft}$ 、余水吐放流量が $86.58 \text{ h}^3 \text{ cusec}$ 、初期洪水流量が 30 cusec (余水吐で 0.4933 ft の水頭) なる場合の貯水池の水位の変化を求めよ。

図-1 の直線 BC の部分を考える。最初の 8 時間で水頭が 1.75 ft を越えないと仮定すると $H=1.75 \text{ ft}$ をうる。 $\epsilon=0.025$ とすれば、(3) 式または別に製作された数値表から $a=0.46882$ 、 $b=0.50692$ をうる。 $Q_0=30 \text{ cusec}=1.08 \times 10^6 \text{ cu. ft/h}$ また $Q_1=1.215 \times 10^6 \text{ cu. ft/h}$ 及び $K=3.1169 \times 10^5$ をうる。従つて $x=0.084653+0.072546t$ 、 $p=10.6002$ となる。 $t=0$ のとき $h=0.4933$ 、 $x=0.08466$ 、 $z=0.006432$ となる。(6) 式または別に製作された z 関数表から得られる z 関数値を (5) 式に代入すると、 $C=1.0027$ をうる。 $t=8 \text{ h}$ のときは $x=0.66503$ 、 $z=3.11773$ となり、 $h=1.61574 \text{ ft}$ をうる。

このように計算してえられた結果を従来の方法による結果と比較して示すと表-1のごとくなり、満足な結果がえられることがわかる。

表-1

TABLE 4.—RESULTS OF CALCULATIONS

Time : hours	Water level, h : feet		
	Step-by-step method	$\phi(z)$ method : $\epsilon = 0.025$	$\phi(z)$ method : $\epsilon = 0.0075$
0	0.4933	0.4933	0.4933
2	0.5943	0.5940	0.5872
4	0.8351	0.8424	0.8561
6	1.2132	1.2092	1.2354
8	1.6122	1.6019	1.6157
9.5	1.8613	1.8536	1.8627
11	1.9594	1.9534	1.9616
11.5	1.9555	1.9491	1.9449
13.5	1.8153	1.8099	1.8066
15.5	1.5411	1.5405	1.5427
16.5	1.3707	1.3778	1.3672

(国立公衆衛生院 松本順一郎)

弾性基礎上の版の撓み

“Deflections in Slabs on Elastic Foundations”
Proceedings of the Thirtieth Annual Meeting
of the Highway Research Board, Dec. 1950

本文は新しい版の解法を述べたもので、モーメント分配法を拡張応用したものである。この解法は版を梁の格子組と見なしこれに組織的に荷重をかけ、格子に生ずる曲げモーメント、捩れを求めるものである。格子と考へて版を解くことは新しいことではないが、格子の joint を rigid と見なした点は新しいことである。

1926 年 Westergaard は輪荷重をうける弾性床上の版の撓み、応力を求める方法を考へ出した。

集中荷重による撓みを表わす concentric contour line は次式で表わされる。

$$z_i = c \frac{P}{k l^2}$$

ここで z_i : 集中荷重のかかる点から放射線上にはかつた点の鉛直方向の撓み

c : 半径によつて決まる係数

P : 集中荷重

k : 地盤反力係数

l : 相対剛性半径 $\sqrt{\frac{Eh^3}{12(l-u^2)k}}$

E : 弾性係数 u : ポアソン比

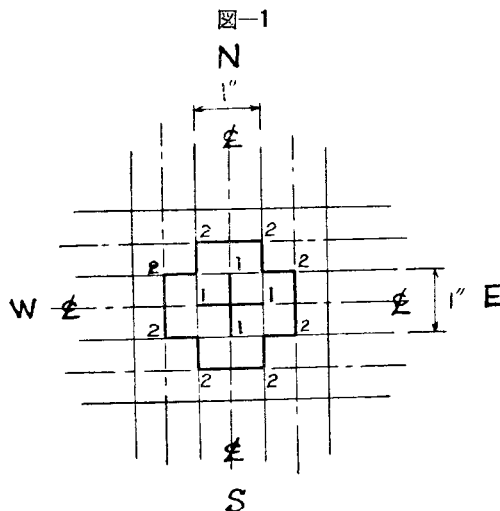
h : 版の厚さ

弾性支持された版の解析を要約すれば次の段階に分けられる。

1. 版を格子にわけ、それを剛結された連続梁とみなす。
2. 節点でのモーメント及び捩り力の分配係数を計算する。
3. 格子の他の節点は固定し、任意の 1 節点を鉛直方向に変位せしめる。
4. その結果格子組の固定端に起るモーメントを求める。
5. 固定端モーメントを取除き、モーメント及び捩り力分配法により曲げ及び捩りモーメントに変換する。
6. 各節点における反力を計算する。
7. ある節点の垂直反力がその点にかかる荷重に等しいとおいて方程式をたて、これを解いて撓みを求める。

格子組

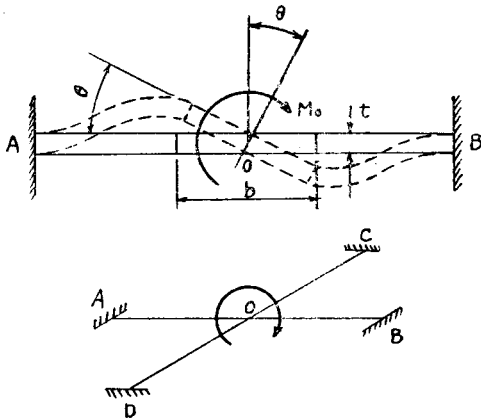
1/8" の厚さの版を巾 1" の 2 組の平行な矩形断面の桁に分ける。図-1 の E-W、N-S、はそれに直角な桁の中心線上の支点 1-1、2-2 の上で連続とみなされる。さらに梁の一部 1-2-2-1 は支点上で回転することも扱られることも自由と考へられる。この格子組に



版としての性質をもたせるには、 $1 \times 1/8''$ の版の分割帯がもつと同じ曲げ及び振りに対する抵抗力を格子の梁にもたせるとよい。

節点の1つが移動すると、格子の各梁は他の残りの節点で曲る。この移動した節点以外の節点はもとの水平面を保ち、節点の相対する側での曲げモーメントの差は、これに垂直な梁の振り力によつて抵抗される。節点での不均衡なモーメントは Hardy Cross が発展させたと同じ方法で分散させる。しかし曲げ抵抗とともに振り抵抗の分配も所要の slab action に近づけるため節点に含まねばならぬ。

図-2



いま 図-2 において梁 AOB にその面内でモーメント M_o がかけると、O における弾性曲線の接線は角度 θ で回転する。これに垂直な梁 DOC が両端で固定されていると、同じ角度で振れるであろう。同様に垂直な面内にモーメントが働くと、梁 AOB には振りが起る。

角度 θ の回転が起ると

$$M_o = M_{OA} + M_{OB} + M_{OC} + M_{OD}$$

ここで M_{OA}, M_{OB} は曲げ抵抗で M_{OC}, M_{OD} は振り抵抗である。

梁 AOB の回転角 θ に対しては

$$M_{OA} = \frac{4EI_1\theta}{l^2} \quad M_{OB} = \frac{4EI_2\theta}{l^2}$$

梁 DOC の振り角 θ に対しては

$$M_{OD} = \frac{\beta_3 EI_3\theta}{l_3} \quad M_{OC} = \frac{\beta_4 EI_4\theta}{l_4}$$

ここで $\beta = G/0.25E(1 - 0.63t/b)$

I : 水平軸まわりの断面二次モーメント

E : 引張りまたは圧縮の弾性係数

$$G = \frac{E}{2(1+u)}$$

l : 梁の長さ t : 梁の厚さ b : 梁の巾

抵抗モーメントと回転角との関係がわかると分配係数は次のごとく計算される。

$$M_{OA} = \frac{\frac{4I_1}{l_1}}{\frac{4I_1}{l_1} + \frac{4I_2}{l_2} + \frac{\beta_3 I_3}{l_3} + \frac{\beta_4 I_4}{l_4}} \dots \text{etc.}$$

版の性質、梁の長さ、断面の寸法が上記のものであれば、抵抗モーメントは次のごとくなる。

$$M_{OA} = M_{OB} = 0.3683 M_o \quad (\text{曲げ})$$

$$M_{OC} = M_{OD} = 0.1317 M_o \quad (\text{振り})$$

撓みをおさえるための補助力

モーメント分配法は節点の移動による力をうける構造には直接応用できない。連続梁の節点が移動と回転をうけると、伝達モーメントの収斂がおそいので逐次近似法は応用困難である。これは節点のわづかの移動が多く節点のモーメントに相当な影響を及ぼすためである。この節点の移動をおさえるため構造物に補助的な力を加える。

ある節点に任意量の変位を与える

集中荷重が端からかなりはなれた点にかかる場合は格子が無限に伸びているものと考えうる。図-3 の節点 O に集中荷重 P がかり d_o だけ変位すると $\frac{6EI d_o}{l^2}$ に等しい固定端モーメントが節点 O 及びその付近のすべての節点に波及する。これは O を中心として対称的に伝わるから、右下の第四象限のみを考えることにする。

固定端モーメントの配分

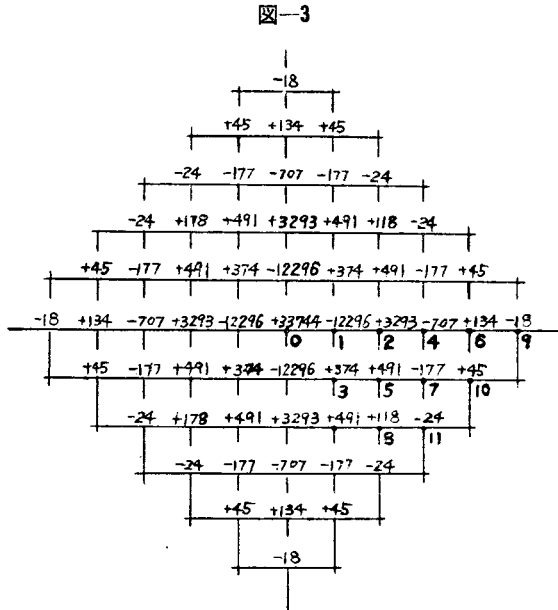
節点 O における変位量 d_o による固定端モーメントを前記の分配係数で曲げ及び振りとして配分する。節点を順次分離してモーメントは交叉する梁の抵抗曲げモーメント及び振りで釣合させる。例えば固定端モーメントを $EI d_o/1000 l^2$ の単位で表わすと、節点 1 の固定端モーメント -6000 は E-W 梁の曲げモーメント $+2208$ と N-S 梁の振りモーメント $+792$ で釣合う。

変位 d_o に対する補助力

補助力は前節に述べた E-W モーメントから計算される。ある節点の両端剪断力の代数和が補助力となる。N-S 固定端モーメントが分配されると、N-S 方向にも同じ力が起る。この両者の和が補助力で例えば節点 1 では単位を $\frac{EI d_o}{1000 l^2}$ とすると前者によるもの -11286 と後者によるもの 2 倍 $2(-505)$ の和 -12296 が補助力となる。

節点 O 及び境界部の節点の外力を比較してもわかるごとく、節点 9,10,11 以遠のものについては考える必要はない。 d_o ないし d_{11} の 11 個の変位を含む 11 個の方程式を作るために各節点における変位量に対する補助力を決めねばならぬ。これは透明な紙に格子組を写し、図-3 に重ねると得られる。ある変位節点を節点 O に重ねると、各節点の変位に対する補助力はすかして読むことができる。

撓み方程式



撓みを決定する方程式は各節点に働く力の合計が、その力の集中する点の撓み d によつてきまる実験常数 K に等しいとおいて得られる。この常数 K は土の支持力をあらわし $453 \text{ lb}/\square"/\text{in}$ に等しい。

このようにして得られる結果と Westergaard の理論解とを比較してみると載荷面の中心では撓みの差はわずか 1% である。この方法では、集中荷重に対してはその働点付近のモーメント及び撓みを求めるために何等の修正を施さなかつた。Westergaard は荷重のかかる点における一般の版の方程式の特異性をさけるために等値円面積を考えたがここに述べた格子組を考えるとかかる不連続性はなく集中荷重を受けても普通の梁の計算と同様にして撓みが求められる。

結 論

格子組と版とはその物理的性質が異なることを承知の上で版の解析にモーメント分配法を応用したのであるが、この方法は今までに知られている他の撓み計算法に比して決して劣るものではない。その精度は必要に応じて梁の数をませば高くなる。

(建設省道路局 八木一郎)

連続した深い梁の理論

“Continuous Deep Beams”

By David H. Cheng & Ming-Lung Pei

Proc. of A.S.C.E., Vol. 80, Separate

No. 450, June 1954

桁高と径間比が $1/2$ 以上の版桁は曲げ応力が直線分布から相当外れた状態をなすもので、これを深い版桁と呼ぶ。この種の桁が等径間で無限個が連続した場合を初めて F. Dischinger が調べた¹⁾。その解は桁が特別な荷重に対し滑動支点上に横たわるとしたときに

のみ正しい。本文では同じく無限個かつ等径間のものにつき、固定支点も含んで、桁がその上部または下部に、部分的または一様分布荷重を受けた場合、さらに自重を考えた場合の解をも与える。

桁材は均質等方完全弾性とし桁内の応力分布は厚さ方向に変化なき平面応力と考えられるので、1つの応力函数 $F(x,y)$ より導かれる。すなわち $\Delta \Delta F = F_{xxxx} + 2F_{xxyy} + F_{yyyy} = 0$ 、しばらく自重は考えぬとし、径間長 $2L$ とし、 $2L$ を周期とする荷重を受けるとき $\alpha = n\pi/L$ とし

$$F(x,y) = Ax^2 + By^2$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \cos \alpha x (C_1 \cos \alpha y + C_2 \sin \alpha y + C_3 y \cos \alpha y + C_4 y \sin \alpha y)$$

なる F をとれる。しかれば応力は $\sigma_x = F_{yy}$ 、 $\sigma_y = F_{xx}$ 、 $\tau_{xy} = -F_{xy}$ のごとく求められ常数 A, B, C は適当な境界条件より決る。

1. (a) 桁の上部に部分載荷せる場合 (図-1)

各径間の中央に巾 $2d$ にわたり q なる荷重分布をしたとき境界条件として

$$y=H: \tau_{xy}=0$$

$$\sigma_y = \frac{-qd}{L} - \frac{2q}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin n\alpha \cos \alpha x$$

$$y=H: \tau_{xy}=0$$

$$\sigma_y = \frac{-qd}{L} - \frac{2qd}{C} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-)^n}{n} \sin \alpha C \cos \alpha x$$

$$\text{また } u = \frac{1}{E} \int_{-L}^L (\sigma_x - \nu \sigma_y) dx = 0$$

ここに ν は Poisson 比、 u は軸方向変位である。末式の条件 $u=0$ は支点間距離不変なるを意味する。上に求めた応力 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ を上に入れて全常数が決る。例えば

$$C_1 = \frac{q}{n\pi\alpha^2} \left[\sin \alpha d + (-)^n \frac{d}{C} \sin \alpha C \right] \times \frac{\sin \alpha H + \alpha H \cos \alpha H}{\sin \alpha H \cos \alpha H + \alpha H}$$

等であり $A = -qd/2L$ 、 $B = -\nu qd/2L$ のようである。

B は σ_x 内のみあらわれそれは $u=0$ の条件によることを注意したい。もし滑動を許せば B は 0 となる。

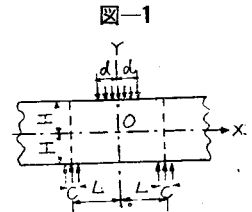
(b) 一様満載のとき このときは (a) の解で $d=L$ とすればよい。

(c) 中央に集中荷重 P を受け点状支点であるとき $d, c \rightarrow 0$ かつ $2qc, 2qd$ を P に保てばよい。他の変化荷重のときは重合によればよい。

2. 桁の下側に部分的載荷せるとき

$$y=H \text{ で } \sigma_y, \tau_{xy}=0 \text{ の外}$$

$$y=-H: \tau_{xy}=0$$



$$\sigma_y = \frac{-2q}{\pi} \sum \frac{1}{n} \left[(-)^n \frac{d}{c} \sin \alpha c - \sin \alpha d \right] \cos \alpha x$$

これだけの条件より定められた応力は $u=0$ を自然に満たすので下部荷重のときは本来支点は動かないことがわかり従つて支点の滑動, 固定を問わず応力分布は同じになる。このような事情は Dischinger は注意しなかつたところである。さらに 1. (b) で滑動支点 (従つて $B=0$) が一様満載荷重を受ける場合と今の結果を比べると上下部いずれに荷重しても曲げ応力及び剪断応力はいずれも変化しない事がわかる。

3. 自重を考えた場合 F としては

$$F(x,y) = Dx^2(H-y) + G(H-y)^3 + \sum_{n=1}^{\infty} \cos \alpha x (c_1 \cos \alpha y + c_2 \sin \alpha y + c_3 y \cos \alpha y + c_4 y \sin \alpha y)$$

をとればよい。単位重量を w とすると $\sigma_x = F_{yy}, \sigma_y = F_{xx}, \tau_{xy} = -F_{xy} + wx$ であり $y = -H; \tau_{xy} = 0$

$$\sigma_y = -2wH - \frac{4wHL}{\pi c} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-)^n}{n} \sin \alpha C \cos \alpha x$$

図-2 一様荷重による曲の応力

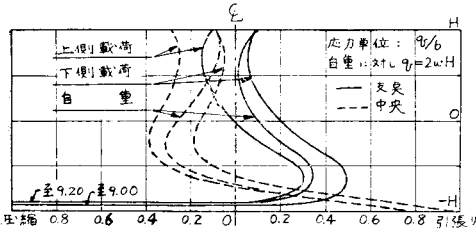
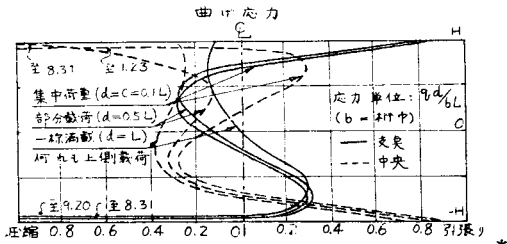
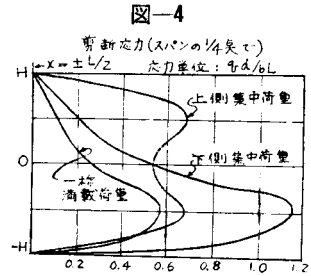


図-3 曲げ応力



* また $y=H$ では $\sigma_y, \tau_{xy}=0$ 及び別に $u=0$ が課せられる。前に滑動支点に関して Timoshenko 等²⁾ が同種問題を取扱つてるが軸方向変位を許しているのでこの場合 ($u=0$) と混同してはならない。一つの寸度 ($H/L=1, c/L=0.1, \nu=0.2$) について行つた数値計算の一例を 図-2 以下に示してある。場合によっては自重による曲げ応力が問題となりうる事がうかがわれる。



- 1) F. Dischinger ; Inter. Assoc. for Bridge & Structural Engineering Publications, Vol.1, 1932
 - 2) "Theory of Elasticity" by Timoshenko & Goodier (1951) p. 53
- (東京大学工学部 山口柏樹)

Thoma の条件を満たさない調圧水槽における常時持続振動の振巾の計算

"Méthodes nouvelles pour le calcul des cheminées d'équilibre"
B. Zicman
La Houille Blanche, Oct. 1953, pp. 580-598

Thoma の条件を満たさない調圧水槽においては、理論上水面は不安定であり外部の負荷が一定に保たれていてもたえず水面は振動する。この場合の振動がどの程度の振巾でおさまるかということ計算するためには、従来の安定条件の計算の際に無視した各種の非線形項を考慮することが必要になる。そのために各非線形項をそれぞれべき級数に展開してその2乗までを考慮に入れ、また持続振動の波形は正弦波形に近いものと仮定し、その他の点ではすべて Thoma の条件誘導の際と同一の諸仮定を用いて持続振動振巾を計算すると次式が得られる。

$$Y = \frac{\left(\frac{P_0 + R_0}{4} - \frac{P_0 R_0}{2 H_0} \right) - \sqrt{\left(\frac{P_0 + R_0}{4} - \frac{P_0 R_0}{2 H_0} \right)^2 - \frac{16}{3 \pi^2} \frac{P_0 R_0}{H_0^2} \left(\frac{Q_0^2 L}{g f F} - 2 P_0 H_0 \right)}{\frac{8}{3 \pi} \cdot \frac{P_0 R_0}{H_0 Z_*}} \dots (38')$$

ただし

- Y : 水面振動の振巾
- P_0 : 平衡流量 Q_0 に対するトンネル内の損失水頭
- R_0 : 調圧水槽制水口による損失水頭 (Q_0 を制水口を通して流したときの値)
- Q_0 : 平衡流量
- $Z_* = Q_0 \sqrt{L / (g f F)}$
- L : トンネル長
- f : トンネル断面積

F : 調圧水槽断面積

g : 重力の加速度

H_0 : 有効落差

である。

上式の特珠の場合として、調圧水槽に制水口がない場合には $R_0=0$ を (38') 式に代入して

$$Y = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{Z_*}{P_0 H_0} \left(\frac{Q_0^2 L}{g f F} - 2 P_0 H_0 \right) \dots (40')$$

をうる。

Thoma の条件

$$F > \frac{Q_0^2}{2g} \cdot \frac{L}{P_0 H_0 f}$$

が成立つ場合には、(38')式または(40')式によつても $Y=0$ となるのが容易にわかる。

(40')式の近似の度合を調べるために Ghetti 教授が Partidor 発電所で行つた実験と、(40')式によつて求められた計算値とを比較したものが表-1である。表中の記号 F_{Th} は Thoma の条件が与える安定限界面積を示すものである。一致の具合は比較的良く、差は概して安全側に出るようである。

表-1 常時持続する振動振巾の計算値と実測値との比較

F/F_{Th}	振動振巾 Y (m)	
	計 算 値	実 測 値
0.758	0.68	0.95
0.753	0.98	0.70
0.753	1.00	1.25
0.750	1.40	0.75
0.749	1.48	0.45
0.742	2.00	1.05
0.742	2.02	2.20
0.741	2.06	0.60
0.740	2.18	1.70

(中央大学工学部 林 泰造)

39 巻 9 号ダムの流量係数 (本間 仁著) 訂正について

23 ページ 図-3 を次のように訂正する。

この図中の曲線群の一番上の曲線 (Davis の著書による) が欠けている。その曲線の座標は次のとおりである。

H/H_d	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2
m	0.414	0.438	0.461	0.481	0.497	0.503

上から2番目の曲線が $H/H_d=1$ で $C=2.2$ を通つているが、全体を少し上に上げて、 $m=0.50$ を通るようにする。右側の曲線の縦軸は $H/H_d=1$ における m 、

すなわち m_d を示す。

この図の用法は、まづダム頂部の形に対応する H_d を定め、 H_d/W に対する m_d を右側の曲線から求める。この m_d を左側の図表の $H/H_d=1$ の直線上に移し、内捜によつてこの点を通る m (または C) の曲線を引く (そのために曲線群は $m_d=0.45, 0.46, 0.47, 0.48, 0.49, 0.50$ に対して引かれている)。これを用いて注意の H/H_d に対応する m または C が求められる。図-4 の用法も同じである。

優良取次書籍案内

書 名	著 者	発 行 所	定 価	送 料
日本発電用高堰堤要覧	通産省公益事業局 水力課編	発電水力協会	1500	100
ダム建設の機械化		日本建設機械化協会	1500	100
日本建設機械要覧(1953)		"	2500	100
トンネル建設の機械化		"	600	100
港 工 学	鈴木雅次	風間書房	1800	90
港湾施設の設計計算例	米川実男	"	1200	70
セメント注入	渡辺貫(外2名)	松尾書店	400	50
コンクリートマニュアル	近藤泰夫訳	国民科学社	500	50
建設機械施工法便覧	伊丹康夫	コロナ社	500	50
水理学(増補改訂版)	物部長穂	岩波書店	950	95
土質力学	最上武雄	"	250	30
橋梁工学	徳善義光	産業図書KK	550	70
隧道の施工	佐藤周一郎	白亜書房	750	50