

資 料

ダムの流量係数

正員 工学博士 本間 仁*

1. 概説 ダムを越える流れの中で、まづ滞りぜきの状態は除外して、せき頂からある距離の間は射流となつて流下する場合を考える。この場合はせき頂に支配断面 (Control section) が存在し、そこでは最小エネルギーの法則が成立する。せき上流側のせき頂の高さから測つた全水頭を H とすると、遠心力の影響を無視した場合は、せき頂上の水深は $2/3 H$ で与えられ、ダムの単位長さ当りの流量は Bernonlli の定理によつて

$$q = \frac{2}{3} H \cdot \sqrt{\frac{2}{3} gH} = 0.385 H \sqrt{2gH}$$

となる。しかし実際のダムでは遠心力の影響が大きいためから

$$q = mH \sqrt{2gH}$$

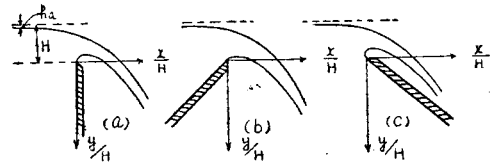
または $= CH^{3/2}$

で表わすと、 m または C はダムの断面形、ダムの高さ、水頭 H などによつてその値が変化する。以下には主として流量係数 m または C についてのいろいろな資料について述べる。滞りぜきについては最後に触れる。

2. 薄刃ぜきの自由ナップに一致する断面形状 ダムの頂部の形は、なるべく流量係数を大きくするものであるとともに、ダムの表面にいちじるしい負圧の起らないようなものでなければならない。頂部断面の曲率半径が小さいほど、流量係数は大きくなるが、表面圧力は低下する。そこで一つの考え方として、ダム表面の縦断曲線を、薄刃ぜきの自由ナップの下側の曲線に一致させれば、ダムの表面では圧力が 0 になり、かなり大きい流量係数が得られることになる。薄刃ぜきの自由ナップに一致した形のダムで、表面の圧力が 0 になるという考えは厳密には正しいとはいえないが、実測の結果によると実用の範囲内ではそのように考えてさしつかえないようである。

薄刃ぜきの自由ナップの形は Bazin や Seimemi (ステメミ) によつて測定され、また図-1 のように傾いたせき板の場合をも含めて米国開拓局 (U.S. Bureau of Reclamation) で測定された。それらの結果を開拓局で整理したものが Davis の本に載っている¹⁾。ここにはその中で鉛直なせき板の場合と、下流側に 1:1 の傾きの場合との数値を示す。図-1 (c) のようにせ

図-1



き板が上流に傾く場合は、せき先端に近いわずかの部分を除いて鉛直の場合にはほとんど一致する。

表-1 自由ナップの下面 y/H の値

x/H	鉛直	1:1 傾斜	x/H	鉛直	1:1 傾斜
0.0	0.125	0.045	1.2	0.441	0.524
0.10	*0.033	0.008	1.4	0.631	0.728
0.20	*0.004	0.000	1.6	0.853	0.964
0.25	0.000	0.003	1.8	1.107	1.232
0.30	0.000	0.009	2.0	1.393	1.532
0.35	0.004	0.018	2.2	1.711	1.864
0.40	0.011	0.030	2.4	2.061	2.228
0.50	0.034	0.062	2.6	2.443	2.624
0.60	0.066	0.104	2.8	2.857	3.052
0.70	0.106	0.154	3.0	3.304	3.512
0.80	0.157	0.212	4.0	6.013	6.292
0.90	0.216	0.278	5.0	9.523	9.872
1.0	0.238	0.352			

Creager の形状と呼ばれているものはこれに近いけれども完全には一致していない。自由ナップの形は水頭 H に関係するので、ダム頂部の形を自由ナップに一致させるには、一定の H が設計のために与えられねばならない。この H を設計水頭と呼び H_d で表わす。

米国の WES (Waterways Experiment Station) でもダムの流量係数に関する資料を発表しているが²⁾、その中で Harrold は堤頂から下流に対しては、堤頂に座標原点を移して

$$(x/H_d)^{1.85} = 2(y/H_d) \dots\dots\dots (1)$$

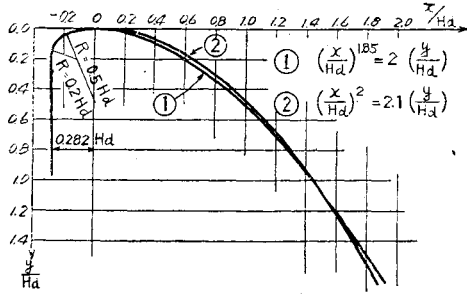
の放物線によつて、 $(x/H_d) < 1.2$ 程度までは自由ナップにほとんど一致した曲線が得られることを示した。

3. 自由越 (溢) 流の場合の流量係数

せきの越流部の長さを L とすると、全流量 Q は

* 東京大学教授、工学部土木教室

図-2



$$Q = mLH\sqrt{2gH} \quad \left. \begin{array}{l} \text{または } Q = CLH^{3/2} \end{array} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

で表わされる。まづ堤頂部の形が鉛直薄刃ぎの自由ナップに一致するように作られたダム、自由越流の場合の流量係数 m または C と H/H_d の関係を図-3及び図-4に示す。

図-3の曲線群の中で一番上のものはダムの高さ W が非常に大きい場合であつて、Lane及びBorlandの集めた実験及び実測資料に基づいてDavisがその著書の中に出している曲線であつて、 C は m 単位に改

図-3

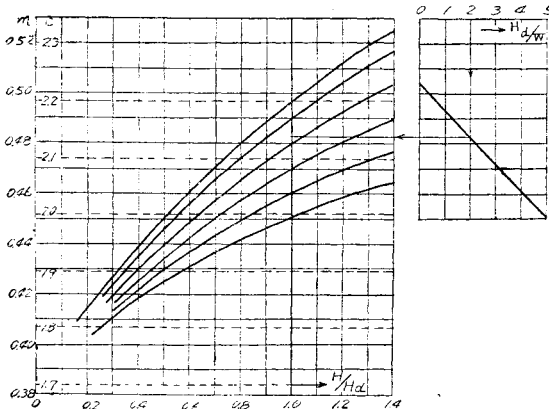
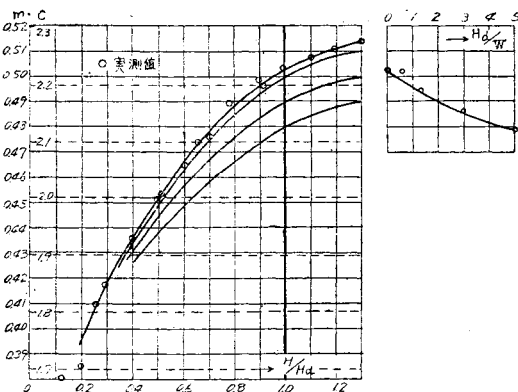


図-4



めた。この曲線は $H/H_d \leq 1$ に対しては土木学会水理公式集に示された竹内の実験値に一致し、 $H/H_d > 1$ ではこれよりもやや大きい。

Brownはこの曲線と、Boulderダムに関する開拓局の報告中¹⁾の C と H_d/W の関係を示す直線を利用して、図-3のようにならかなり低いダムに対しても、 C と H/H_d の関係を与える曲線群を推定によつて作つた²⁾。この図はBrownの作つた曲線群を m 単位に改めたものである。

なお $H_d/W=0$ の場合の曲線についてはRouseの著書³⁾にRouse及びReidの実験値とDillmannの実験値が出ている。これらの実験値はBrownの曲線よりも多少大きい C を与えており、またDillmannの曲線によると $H/H_d=3$ で C は約2.7に達し、この付近でダムの表面にはく離現象が起つて、それ以上の H/H_d に対しては C の値は急に低下する。最低圧力は $H/H_d=1.5$ の付近で $-H_d$ に相当する水頭まで下ることが示されている。

WESの報告書⁷⁾の中には $y/H_d < 1.6$ の範囲で、前に示した放物線 $(x/H_d)^{1.85} = 2(y/H_d)$ に近い2次放物線としてHarroldの与えた

$$(x/H_d)^2 = 2.25(y/H_d) \dots\dots\dots(3)$$

を採用している。この2次放物線は堤頂付近では薄刃ぎの自由ナップよりも厚味のある形を与える。

Brownは(3)式の放物線形断面による実験の結果から図-4のような曲線群を作つた。図-4はこれを m 単位に改めたものである。この中の $H_d/W=0$ の曲線は $H/H_d \leq 1$ の範囲ではRouseの曲線にかなり近づいている。

$y/H_d < 1.4$ の範囲で(3)式よりもさらによく(1)式の放物線に近似する放物線を作ると

$$(x/H_d)^2 = 2.10(y/H_d) \dots\dots\dots(4)$$

が比較的良好なことがわかる。自由ナップに一致する形以外の堤頂形を持ったダムでは水理学的な意味での設計水頭が明らかでない。しかし2次放物線形であれば(4)式と比較することによつて近似的に設計水頭が求められ、2次放物線形でないものは、一たんそれに近似する2次放物線を求めて(4)式と比較すれば、近似的設計水頭がわかる。この方法で実例⁸⁾について設計水頭を求めると次のようになる。

Keokukダム： $x^2 = 20y$ (ft単位)

$$\frac{20}{H_d} = 2.1 \therefore H_d = \frac{20}{2.1} = 9.54' \text{ あるいは } 2.90m$$

Wilsonダム： $x^2 = 42.585y$ (ft単位)

$$H_d = 20.3' \text{ あるいは } 6.19m$$

祖山ダム： $x^2 = 16.47y$ (m単位)

$$H_d = 7.85 \text{ m}$$

ただしこの場合、堤頂線以下に 0.83 m の水平部があるから、これをも含めたものと $x < 10 \text{ m}$ の範囲で近似する 2 次放物線 $x^2 = 20.5 y$ を用いると

$$H_d = 9.77 \text{ m}$$

土木試験所模型: $x^2 = 20.48 y$ (m 単位)

$$H_d = 9.75 \text{ m}$$

Madden ダム: 半径 30' の円弧で、頂部ではほぼ $x^2 = 52 y$ で表わせるから

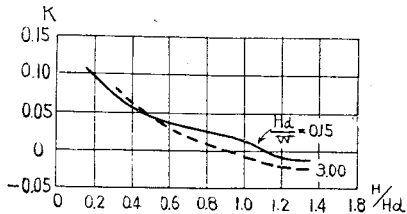
$$H_d = 24.75' \text{ あるいは } 7.55 \text{ m}$$

せき柱の影響については Davis の著書には

$$Q = C(L - KNH)H^{3/2} \dots \dots \dots (5)$$

K は係数, N は側収縮の数 (一径間につき 2) で表わし, K の値は 20~40' の大水頭に対して 0.01~0.02, 数 ft の低水頭に対して 0.04 までとしている。しかし WES で半円形先端のせき柱で実験した結果は図-5 のようになっている⁹⁾, K の値は設計水頭の付

図-5



近で 0 に近く, $H/H_d > 1$ になるとせき柱の側壁にもはく離が起つて, K はかえつて負の値を示している。従つて (5) の形を使用するときには設計水頭以上の水頭に対しては $K=0$ とし, これ以下の水頭に対しては 0.02~0.10 の範囲で K をえらぶ必要がある。

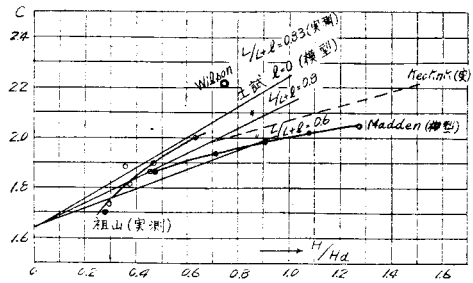
土木試験所の公式はせき柱巾の影響を入れたものであつて, $x^2 = 20.48 y$ の堤頂に対して $H_d = 8 \text{ m}$ として表わされているが¹⁰⁾, これを前に求めた設計水頭 $H_d = 9.75 \text{ m}$ として書き改めると

$$C = 1.64 + \left[0.068 + 0.507 \left(\frac{L}{L+l} \right) \right] \frac{H}{H_d} \left. \begin{array}{l} \\ \text{ただし } \frac{1}{7} < \frac{H}{H_d} < 1 \end{array} \right\} (6)$$

l はせき柱巾の総和である。この公式は $l=0$ の場合に図-3 の $H_d/W=0$ の場合に比較的近く, 図-4 の場合よりは小さい。

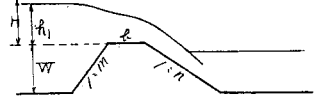
種々の実験または実測による流量から求められた C の値を m 単位にして図示すると図-6 のようになる。その際 H_d については前に求めた値を使用した。これらの測定値では H_d/W の値が明らかでないから, ただちに標準とすることはできないが, これから実際のダムにおける流量係数を推定するには充分である。

図-6



なお, ダム頂部の負圧は堤頂点より上流側の曲線に影響されるところが大きく, WES の実験では $H = 1.333 H_d$ のときに最低は堤頂の上流側に起り, せき柱に接する位置で $-0.6 H_d$, 中心線で $-0.2 H_d$ 程度となつている⁹⁾。従つて上流側の曲線もなるべく自由ナップに近い形をとる方が低圧も緩和され, 流量係数も標準に近づくものと思われる。

4. 梯形せきの流量係数 図-7 のような梯形断面のせきは, 角に丸味をつけることによつて 2 次曲線形に近似させること



ができるが, まづ丸味がないと考へてよい場合の流量

係数を示す。資料は電力技術研究所における実験値¹¹⁾及び東京大学における筆者の実験値¹²⁾である。これらの文献では Q を

$$Q = m L h_1 \sqrt{2g h_1} \quad h_1 \text{ は越流水深}$$

で表わしているが, 前節との比較のために (2) 式の形になるように係数 m を修正した。その方法は

$$Q = m_1 L \sqrt{2g} H^{3/2} \left(1 - \frac{h_a}{H} \right)^{3/2}$$

ただし h_a は接近流速水頭で, これを次のように書く。

$$h_a = \frac{1}{2g} \left[\frac{Q}{L(H+W)} \right]^2 = \frac{m^2}{(H+W)^2} H^3$$

この中の m の値に対して近似的に 0.40 を用い, この関係を Q の式に代入して 2 項定理で展開すれば

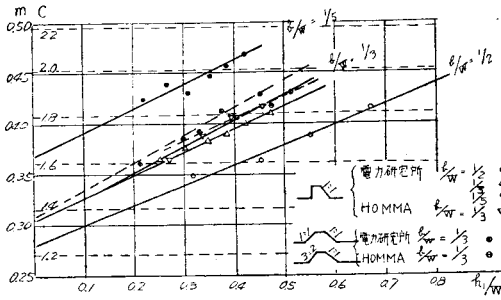
$$m = m_1 \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{0.4 H}{H+W} \right)^2 + \frac{3}{8} \left(\frac{0.4 H}{H+W} \right)^4 + \dots \right]$$

が得られる。これから m と m_1 の関係, すなわち修正係数を求めると次のようになる。

H/W	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.5	2.0	3.0
m/m_1	0.99	0.98	0.97	0.95	0.94	0.92	0.90	0.87

図-8 は下流側の勾配が 1:1 の場合を整理したものであつて, 堤頂巾と高さとの比 b/W が小さいほど, 係数は大きくなつていく。しかし b/W が 1/5 程

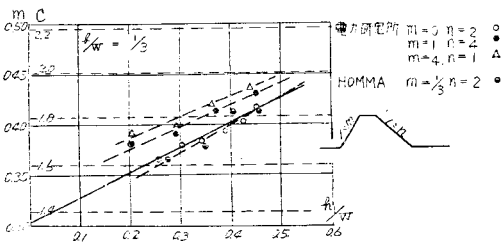
図-8



度よりさらに小さくなると、はく離が起りやすくなつて流れが安定せず、測定点は規則的な線の上にはのらない。 $b/W=1/3$ の場合に対しては上流面も傾きを持つたせきについての測定結果を記入した。上流面の傾きは流量係数を大きくする傾向を持っている。

次に $b/W=1/3$ の場合について、上流面または下流面が比較的緩やかな勾配を持つたせきについての測定結果を図-9 に示す。緩やかな勾配が流量係数を大きくする傾向が見られるが、全体的に見て、これらの直線

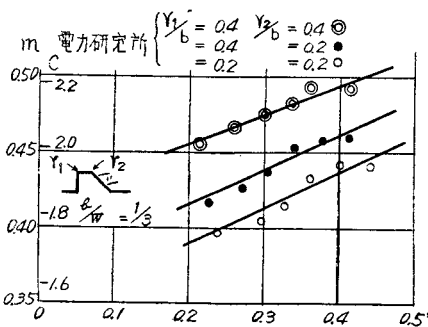
図-9



は図-8 の $b/W=1/3$ の直線群の範囲に入っていることが認められる。

梯形の角に丸をつけるると流量係数はいちじるしく大きくなる。この影響は特に上流側の角につけた曲線によつていちじるしく現われるようである。図-10は

図-10

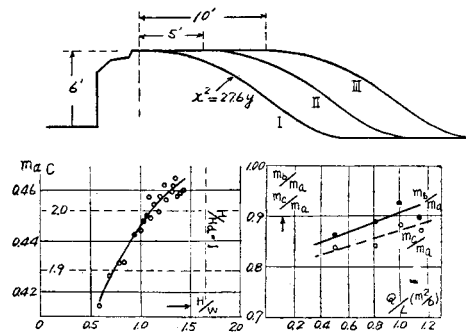


上流及び下流の角に半径 r_1 及び r_2 の円弧をつけた場合の測定値であつて、 $r_1/b=r_2/b=0.4$ の場合は2次曲線に近似させることのできる形である。

図-11は下流側の面に放物線断面形を用いた例である。Ⅱ及びⅢの型はそれぞれ頂部に5'及び10'の水平部を持ち、下流面には $x^2=27.6y$ の放物線と反向曲線を入れたもので、Ⅰの型は水平部を除いたものである。ダムの高さ W は上流側で6'である。このダムは Mississippi 河下流部の Morganza 放水路の入口に作られたものであつて、図-11には模型実験から求められた流量係数を示す¹³⁾。

Ⅰの型に対する水理学的設計水頭は約9.8'である。

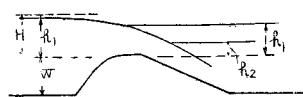
図-11



従つて $H_d/W=1.63$ であつて、これを図-3または4の曲線と比較すると、このダムの流量係数 m_a は標準よりもやや小さい。これは上流側の形によるものであろう。Ⅱ及びⅢの型の流量係数 m_b 及び m_c については m_a との比で与えられている。これらの比は流量、従つて水頭の増すとともに1に近づく傾向が認められる。

5. 潜りせきの流量係数 堤頂部にいちじるしいはく離現象の起るような形のせきを除いて、普通のダムでは下流側の水面でせき頂以上の高さになつても、せきを越える流れが射流である間は、せき頂には常に支配断面があり、流量は全水頭 H によつてきまつて、下流側水深 h_2 にはほとんど影響されない。

図-12



遠心力を無視すると、支配断面での水深は $2/3 H$ に等しいから、実際のせきでも h_2 が大体 $2/3 H$ よりも大きくなると射流部は消えて、完全に潜りせきの状態になる。この状態になれば流量は Bernoulli の定理によつて

$$Q = \mu L h_2 \sqrt{2g(H-h_2)} \dots \dots \dots (7)$$

または接近流速の影響が小さければ

$$Q = \mu L h_2 \sqrt{2g(h_1-h_2)} \dots \dots \dots (8)$$

によつて与えられる。これを(2)式と比較すると潜

りせきでは

$$C = \sqrt{2g} m = \sqrt{2g} \mu \frac{h_2}{H} \sqrt{1 - \frac{h_2}{H}}$$

自由越流のときの m を特に m_0 と書くと、

$$h_2 = \frac{2}{3} H \text{ で } m = m_0$$

に達するのであるから

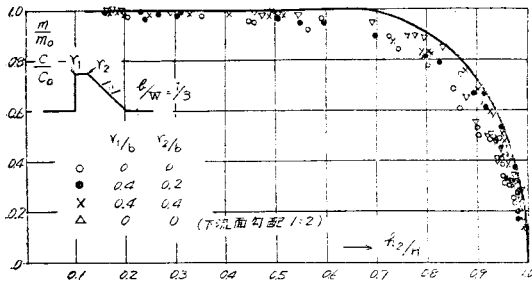
$$\mu = \frac{3\sqrt{3}}{2} m_0 = 2.60 m_0$$

従つて自由越流のときの流量係数 m_0 、または C_0 を使つて潜りせきの係数 m または C を表わすと

$$\frac{m}{m_0} = \frac{C}{C_0} = 2.60 \frac{h_2}{H} \sqrt{1 - \frac{h_2}{H}} \dots\dots\dots (9)$$

図-13は梯形断面の一例として、 $b/W=1/3$ 、上流側鉛直、下流側勾配 1:1 の場合について電力研究所で行つた実験の結果を示す¹⁴⁾。この実験では H/W が大

図-13

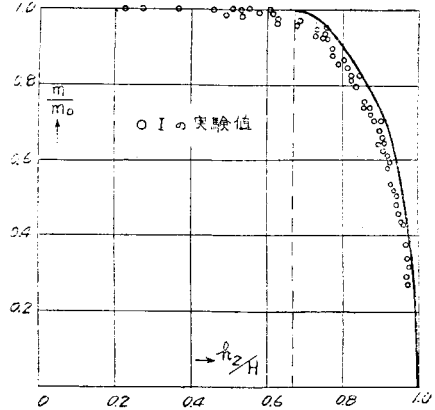


きくないから $H \approx h_1$ とおいている。図中の実線は (9) 式による計算値であつて、これから見ると実測による係数は計算値よりもやや低いことがわかる。これは下流側の水面が高まるとともに遠心力に起因する低圧が次第に緩和されるために、流量が減少することによるものと思われる。同じ報告中にある他の実験の中で、遠心力の影響の小さい場合、例えば $b/W=10/3$ または $10/6$ (勾配は上と同じ) の実測値、あるいは $b/W=1/3$ で上下流面の勾配を、いずれか一つを 1:1、他を 1:4 としたときの実測値はほとんど (9) による計算値に一致している。これに反して b/W を非常に小さくした場合、または上下流面をともに鉛直にした場合は、係数値の低下は一層はなはだしい。

著者はかつて流量係数の低下する部分を不完全越流と呼んで、この部分に対して (9) 式の代りに直線的表示式を与えることを試みた¹⁵⁾。しかしせきの断面形が広範囲に変わると、広く適用できる公式を作ることは困難であるから、ここでは梯形断面のせきについては図-13を資料としてあげることにとどめ、 b/W が大きくなり、法面の勾配が緩かになれば係数値が増すことを指摘しておく。

図-11のダムについて潜りせきの流量係数が模型実

図-14



験によつて求められている。図-14はIの型のせきに対するものであつて、IIまたはIIIの型についての実測値は (9) 式から計算される放物線とほとんど一致する。これからも堤頂を広くすることによつて (9) 式に近づけることがわかる。

6. 後記 朝顔型 (Morning glory type) のせきについては Creager の著書¹⁶⁾ にかなりくわしく書かれている。横越流せきについてはさらに資料を集めて整理してみたいと思つている。

せきに関する資料はなお多数あるから、さらに整理を進めてゆけば流量係数に関してはかなりまとまつたものがえられると思う。

参考文献

- 1) C.V.Davis: Handbook of Applied Hydraulics, 1952. p. 260-262
- 2) WES Bulletin No. 37: Hydraulic Models as an Aid to the Development of Design Criteria. 1951
- 3) 1) の p. 271
- 4) Boulder Canyon Final Reports. Part 3, Bulletin 3
- 5) 2) の p. 7
- 6) Rouse: Engineering Hydraulics, 1950, p.555
- 7) 2) の p. 3
- 8) 内務省土木試験所報告 66 号; 山本: 堰堤の溢流係数に関する模型実験, 1942
- 9) 2) の p. 10
- 10) 内務省土木試験所報告 66 号; 佐藤・山本: 溢流係数に関する模型実験 (追報), 1942
- 11) 鍋岡: 低いダムの溢流係数に関する研究, 電力技術研究所報告 (土木, 5301), 1953
- 12) 本間: 低溢流堰堤の流量係数, 土木学会誌 36 巻 6 号, 9 号, 1940
- 13) WES Technical Memorandum No.2-326, Morganza Floodway Control Structure. 1951
- 14) 11) の p. 26 及び 30
- 15) 12) の 9 号
- 16) Creager, Justin, Hinds: Engineering for Dams. Vol. 1, 1944, p. 227.