混合交通流における追い越しの確率と交通量算定法

正員 米谷栄二*
准員 佐々木綱**

PASSING PROBABILITY OF VEHICLES ON A HIGHWAY AND THE METHOD OF COMPUTING CAPACITIES UNDER MIXED TRAFFIC

(JSCE Sept. 1954)

Eiji Kometani, C.E. Member, Tsuna Sasaki, C.E. Assoc. Member

Synopsis When mixed traffic flows on a two-lane roads, a high speed vehlcle will ought to pass over a low speed vehicle before long. On this occasion, the former has to occupy the oncoming lane to pass over the latter. Therefore, it is possible to pass over only when we have no oncoming traffic. In order to get a safe traffic flow on the highway, it is necessary to maintain this passing probability to a certain limit or more.

In this paper, we found at first the passing probability assuming that the traffic flows as Poissons distribution, and then described the method of computing traffic capacity of two-lane roads under mixed traffic in case of taking a certain value for the passing probability.

要旨 ある2車線2方交通道路を高速車と低速車とが混合して交通する場合，高速車は低速車を追い越さねばならなくなる。この場合，追い越しに際してかならず対向車線を塞いでしまう関係上，反対方向の車の来ないときにのみ追い越しが可能である。安全な交通を可能ならしめるためには，この追い越しの確率をある限度以上に保つことが必要である。本論文は交通流のポアソン分布の仮定より出発し，追い越しの確率を求め，この確率をある値に定めたとき交通量が算定されることを示したものである。

1. 緒　　言

交通流におけるポアソン分布の仮定とは，ある地点を通過する単位時間の交通量を b 台とするとき，ある任意に定めた τ 時間の間にその地点を通過する車数は，$b\tau$ を平均値とするポアソン分布をなすと考えることである。すなわち，τ 時間内に通過する車数を ν 台とすれば，τ 時間内に ν 台の車の通過する確率 $P(\nu)$ は次式で与えられる。

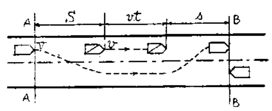
$$P(\nu)=\frac{(b\tau)^{\nu}e^{-b\tau}}{\nu!}\quad\cdots\cdots(1)$$

以下この式を基礎とし追い越しの確率を求めてゆく。

2. 追い越し可能確率（1台の低速車を追い越す場合）

図—1 のごとき2車線道路を右方向に走つている車数を毎時 a 台とし，左方向に走る車数を毎時 b 台とし，右方向に走行する車について追い越しを考える。

図—1



いま高速車（速度 V）が先行の低速車（速度 v）を追い越す場合を考え，低速車の後を高速車が速度を落さずに後続できる最短安全車頭間隔を S，高速車の後を低速車が後続できる最短安全車頭間隔を s とすれば，追い越しに要する時間すなわちAB間を高速車が走行する時間を τ' とすれば，

$$\tau'=\frac{S+s}{V-v}\quad\cdots\cdots(2)$$

である。追い越しを終了するまでは対向車線に車が来てはならず，追い越し終了時にB地点に来た対向車線の車は高速車であるか低速車であるかにより，それぞれ次の走行時間の後A地点に到達する。

高速車であれば τ'，低速車であれば $\mu\tau'$ $(\mu=V/v)$，対向車線の車数 b のうち，高速車が b_2，低速車が b_1 であるとすれば，対向車がB地点よりA地点に達するまでの走行時間の平均は

$$\frac{(b_2\tau'+b_1\mu\tau')}{b}=\tau'\{1+(\mu-1)\psi\}$$

ここに，　$\mu=\dfrac{V}{v}$，　$\psi=\dfrac{b_1}{b}$

A地点より追い越しを開始し，B地点にて追い越しを完了したとき，反対方向の車がちようどB地点に到達し，そのままA地点に達するまでの1循環の時間 τ は上の走行時間の和より求められる。

$$\tau=\frac{S+s}{V-v}\{2+(\mu-1)\psi\}\quad\cdots\cdots(3)$$

* 京都大学助教授，工学部土木教室
**京都大学大学院，工学部土木教室

いまA地点で観測している場合，反対方向の車が来る場合には追い越しはできないが，少なくとも τ 時間反対方向の車が来ないときは追い越しが可能である。すなわち式（1）より τ 時間車の来ない確率は

$$P(0)=e^{-b\tau}$$

で表わされる。高速車が低速車に追いつき，ただちに追い越し動作に移りうる確率が上式で与えられるわけである。道路上A点はどこにとつてもよい。

さて高速車が低速車に追いつき，ただちに追い越しのできる確率を q_0 とすると，明らかに

$$q_0=e^{-b\tau}$$

高速車が低速車に追いついて τ 時間後続した後に追い越しのできる確率 q_τ は

$$q_\tau=q_0+(1-e^{-b\tau})e^{-b\tau}$$

2τ 時間の後続後に追い越しできる確率 $q_{2\tau}$ は

$$q_{2\tau}=q_\tau+(1-e^{-b\tau})^2e^{-b\tau}$$

以下同様にして $n\tau$ 時間の後続後の追い越し確率 $q_{n\tau}$ は

$$q_{n\tau}=q_{n-1,\tau}+(1-e^{-b\tau})^ne^{-b\tau}$$

$q_0, q_\tau, \cdots\cdots, q_{n\tau}$ の各式の両辺の和をとると，一般に $n\tau$ 時間の後続後の追い越し可能確率が求められる[1)]。

$$q_{n\tau}=1-(1-e^{-b\tau})^{n+1} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

3. 追い越し現象発生確率

前節では混合交通として速度 V なる高速車と速度 v なる低速車の2種類のみを取り扱つたが，この節では一般に速度 $v_1, v_2, \cdots\cdots, v_r$ なる r 種類の混合交通について考えてみる。

ある1方向の交通量を毎時 a 台とし，そのうち $v_1, v_2, \cdots\cdots, v_r$ の速度をもつ車数をそれぞれ $a_1, a_2, \cdots\cdots, a_r$ とする。対向車線についても同様に，$v_1, v_2, \cdots\cdots, v_p$ なる速度を有する車数を $b_1, b_2, \cdots\cdots, b_p$，計毎時 b 台とする。すなわち明らかに次式が成立する。

$$a_1+a_2+\cdots\cdots+a_r=a$$
$$b_1+b_2+\cdots\cdots+b_p=b \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

$a_1, a_2, \cdots\cdots, a_r$ のうちの任意の1つを a_i と表わし，$b_1, b_2, \cdots\cdots, b_p$ の内の任意の1つを b_i と表わし，一般に ψ_i を次のように定義する。

$$\psi_{ia}=\frac{a_i}{a}, \quad \psi_{ib}=\frac{b_i}{b} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

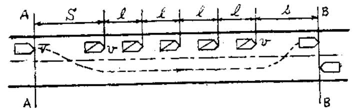
追い越しを行う車の速度を一般に V と表わし，追い越される車の速度を v_{ia} とすると，かならず $V>v_{ia}$ である。

1台の低速車を追い越すに要する時間は前節で求めたように式（2）に等しい。これを τ_1' と表わせば，

$$\tau_1'=\frac{S+s}{V-v_{ia}}$$

である。一般に ν 台の低速車を追い越すに要する時間を考えると，**図—2** を参照して，連続低速車（速度 v_i）

図—2



の最先行車と最後の車との距離は $(\nu-1)l$ である。ここに l は低速車の車頭間隔であり，ν 台を追い越すためには l は $S+s$ より小である。ν 台の車を追い越すに要する時間は，

$$\tau_\nu'=\frac{S+s+(\nu-1)l}{V-v_{ia}}$$

であり，v_{ia} は $V>v_{ia}$ を満足する v_i であればよいわけであるから，V と v_{ia} との組み合わせは $V>v_{ia}$ を満足する v_i の個数を r' 個とすれば r' のとおりである。また追い越される車の速度が v_i である確率は，v_i なる速度を有する車数の全車数に対する比に比例すると仮定すると，τ_ν' の最も確からしい値として次式をうる。

$$\tau_\nu'=\frac{1}{\sum_{i=1}^{r'}\psi_{ia}}\sum_{i=1}^{r'}\frac{S+s+(\nu-1)l}{V-v_{ia}}\psi_{ia} \quad (7)$$

図—2 において，ν 台の車を追い越す場合，AB 区間の1循環の時間の最も確からしい値を与える式として次式が得られる。

$$\tau_\nu=\frac{2-\sum_{i=1}^{p}\psi_{ib}+\sum_{i=1}^{p}\mu_{ib}\psi_{ib}}{\sum_{i=1}^{r'}\psi_{ia}}\cdot\sum_{i=1}^{r'}$$
$$\times\frac{S+s+(\nu-1)l}{V-v_{ia}}\psi_{ia} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

ここに，$\mu_{ib}=V/v_{ib}$，$\sum_{i=1}^{p}$ は $v_i=V$ となる i を除いての総和である。

従つて，V なる速度の高速車がそれ以下の速度の低速車 ν 台を追い越すことができるか否かは

$$q_0=e^{-b\tau_\nu}$$

なる確率に支配される。一般に $n\tau_\nu$ 時間の後続をした後の追い越し可能確率は式（4）に対応して

$$q_{n\tau_\nu}=1-(1-e^{-b\tau_\nu})^{n+1} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

とすることができる。上の式（9）は ν 台の連続低速車に追いついた際の追い越し確率である。このような追い越しを考慮し，追い越し現象の発生確率を考え，追い越しを必要とする確率に追い越し可能確率を乗じたものと定義することにする。いままでは追い越しが必要となつた瞬間を考えていたのであるから，ここでいう追い越しを必要とする確率が1の場合に相当する

わけである。

そこでいま，自由に交通している道路で1台の低速車を追い越すときを考えると

$$t=\frac{S+s}{v_{ia}}\quad\cdots\cdots(10)$$

なる時間間隔 t を考え，t 時間の間 a に属する車が1台で τ_1 時間の間 b に属する車が1台も来ない場合に追い越し現象が発生するわけであるから，ポアソン分布の仮定から $\nu=1$ に対して

$$P(V>v_{ia})ate^{-at}\{1-(1-e^{-b\tau_1})^{n+1}\}$$

なる発生確率を有する。また2台の低速車を追い越すときを考えると，t 時間の間 a に属する車が2台で τ_2 時間の間 b に属する車が1台も来ない場合に追い越し現象が発生するわけであるから，$\nu=2$ に対して

$$P(V>v_{ia})\frac{(at)^{2-}e^{at}}{2!}\{1-(1-e^{-b\tau_2})^{n+1}\}$$

一般に ν 台の車を追い越す発生確率は

$$p(V>v_{ia})\frac{(at)^{\nu}e^{-at}}{\nu!}\{1-(1-e^{-b\tau_\nu})^{n+1}\}$$

ゆえに追い越し現象発生確率として次式が得られる。

$$T_{n\tau\nu}\equiv P(V>v_{ia})\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{(at)^{\nu}e^{-at}}{\nu!}\{1-e^{-b\tau_\nu})^{n+1}\}\quad\cdots\cdots(11)$$

$P(V>v_{ia})$ はいま考えている t 時間内の a に属する車の速度が，当該追い越し車の速度 V より小さい確率，すなわち追い越し問題の成立するための確率である。

いま $P(V>v_{ia})$ が $V>v_{ia}$ を満足する車数の全車数 a に対する比で表わされると考えると，$P(V>v_{ia})=\sum_{i=1}^{r'}\psi_{ia}$ となり式 (11) は次のようになる。

$$T_{n\tau\nu}=\sum_{i=1}^{r'}\psi_{ia}\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{(at)^{\nu}e^{-at}}{\nu!}\{1-(1-e^{-b\tau_\nu})^{n+1}\}\quad\cdots\cdots(12)$$

ここに t 及び τ_ν は式 (10),式(8)で求められる。

T の意味することは次のように考えられる。すなわち，ある地点で t 時間ごとに車数を観測している場合，速度が V なる車を選んで，おのおの t 時間ごとの区間に対して追い越し現象が発生しうるか否かを検定したとき，追い越し現象発生の区間個数の全区間個数に対する比を表わしている。式 (11)，(12) を導くにあたつて大きな仮定となつていることは「t 時間に ν 台の車のくる場合，それらの車の車頭間隔は ν に関係せず常に l である」ということである。式 (12) よりわかるように，T は a が増加するにつれ増大するが，ある値を越えると減少に移り，$a\to\infty$ につれて0に収斂する函数であり，b の増加につれて常に減少する函数である。T は V を $v_1,\ v_2,\cdots\cdots,v_r$ のうちのどれにとるかにより異なつた値を示す。

以上の諸公式は r 種類の異なつた速度をもつた交通を取り扱つたが，最も普通に現われる高速車と低速車の2種類の混合交通の場合に使用される諸式は次のとおりである。

$$\tau_\nu'=\frac{S+s+(\nu-1)l}{V-v}\quad\cdots\cdots(7')$$

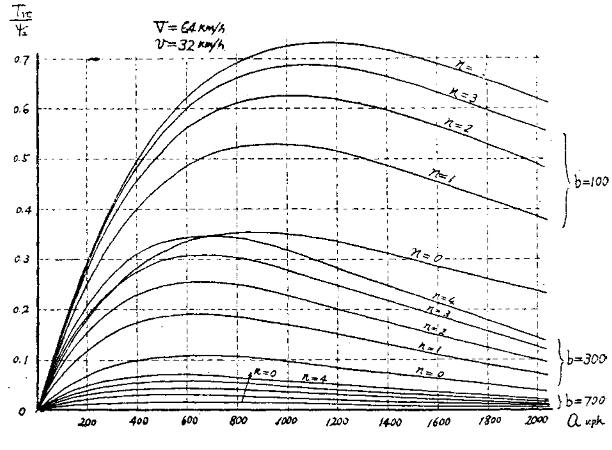
$$\tau_\nu=\frac{S+s+(\nu-1)l}{V-v}\{2+(\mu-1)\psi_b\}\quad\cdots\cdots(8')$$

$$T_{n\tau\nu}=\psi_a\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{(at)^{\nu}e^{-at}}{\nu!}\{1-(1-e^{-b\tau_\nu})^{n+1}\}\quad\cdots\cdots(12')$$

追い越し車の速度 V を高速車の速度 V と等しくとるとき，ψ_a は低速車数の全車数に対する比であり，低速車が多ければ多いほど追い越し現象発生確率は大であり，$\psi_a=0$ のときは $T=0$ である。

$T_{n\tau}$ の値を種々の a, b の値に対して計算したものが**図—3** である。$V=64$ km/h, $v=32$ km/h で $n=0$, 1,2,3,4 の場合について求めている。

図—3



4. 追い越し可能確率 （ν 台の車を同時に追い越す場合をも考慮したとき）

ある高速車が追い越しを必要とした瞬間を考える。高速車が追い越そうと思つたとき，その先行低速車の台数が何台であるかは未知であり，**2.** では1台しか追い越さないものと考えていた。いまこの問題を解くために次のような假定をおく。すなわち追い越しをしようと思つたとき，その追い越される車の数が ν 台である確率 $P'(\nu)$ は，t 時間中に ν 台の車の来る確率 $P(\nu)$ に比例するものと仮定すると，

$$\frac{P'(1)}{P(1)}=\frac{P'(2)}{P(2)}=\frac{P'(3)}{P(3)}=\cdots\cdots=\frac{P'(\nu)}{P(\nu)}=\cdots\cdots$$

が成立し，従つて

$$\frac{P'(\nu)}{P(\nu)}=\frac{P'(1)+P'(2)+\cdots\cdots}{P(1)+P(2)+\cdots\cdots}=\frac{1}{1-P(0)}=\frac{1}{1-e^{-at}}$$

ゆえに　$P'(\nu)=\dfrac{1}{1-e^{-at}}\cdot\dfrac{(at)^{\nu}e^{-at}}{\nu!}$ …………(13)

従つて，追い越しを行おうと思つたとき，$n\tau_\nu$ 時間の後続の後の追い越し可能確率は式（9）と式（13）より

$$q_{n\tau_\nu}=\frac{1}{1-e^{-at}}\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{(at)^{\nu}e^{-at}}{\nu!}$$
$$\times\{1-(1-e^{-b\tau_\nu})^{n+1}\}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

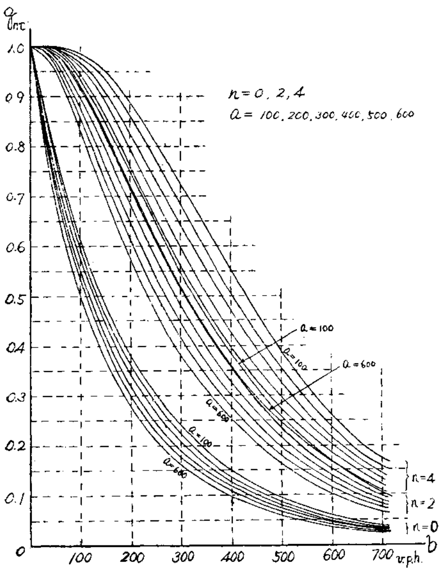
となる。式（14）が追い越し可能確率の基本式である。q は上式からわかるように，$a=0$ のとき0/0なる不定形となり，$b=0$ のときは1となる。$a=0$ のときは追い越しを考えることに意味がなく，$b=0$ のときには対向車線に全然車の存在しない場合であるから，追い越しがかならず可能であることを示している。

追い越し現象の発生確率 T を用いて q を表わすと

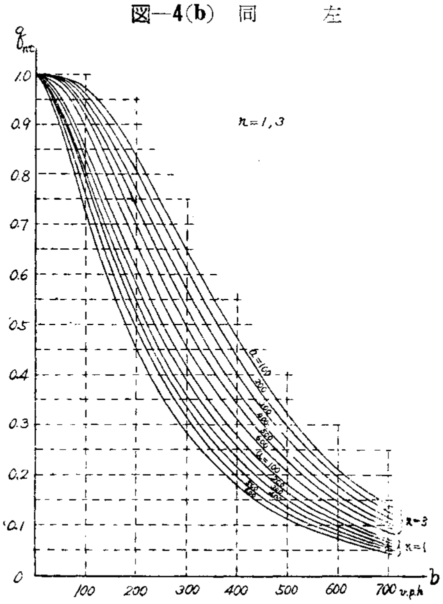
$$q_{n\tau_\nu}=\frac{T_{n\tau_\nu}}{\nu_a(1-e^{-at})}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

式（15）により種々の a，b の値に対する q の値を求めてみると，T の計算の際にみられた極大点はなくなり滑かに減少する曲線となる。種々の一定値 a に対して b をいろいろ変化させたときの $q_{n\tau}$ の曲線は図—4にみられるとおりである。

図—4(a)　$V=64$ km/h　$v=32$ km/h



図—4(b)　同　　左



5. 交通量算定法

式（14），（15）における追い越しの確率 q を与えると，それに対する a 及び b の値が求められる。1つの追い越しの確率を与えると種々の a，b の組み合わせが考えられるわけであるから，そのうちのどれをとるかはそのときの事情によつて決定すればよい。式（14），（15）を a，b について解くことは困難であるので，あらかじめ種々の a，b の値に対して q を計算し図に表わしておくと便利である。その目的で高速車の速度 64 km/h，低速車の速度 32 km/h について計算図示したのが図—4 である。実用化するにはなお多くの V，v の組み合わせについて計算図示しなければならない。

次に別の交通量算定方法として1日を単位として考えてみる。普通われわれの知つている道路では1日の交通量は a 方向 b 方向で等しいとしてさしつかえない。従つて，ここで1日を単位時間として考えると*

* $a=b$ に対していままでの理論はすべて成立する。

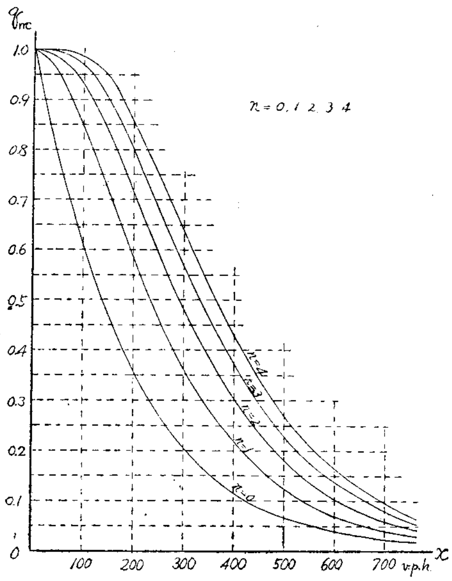
$a=b\equiv x$ とおくと追い越し可能確率は両方向いずれに対しても次式が成立する。

$$q_{n\tau_\nu}=\frac{1}{1-e^{-tx}}\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{(tx)^{\nu}e^{-tx}}{\nu!}$$
$$\times\{1-(1-e^{-\tau_\nu x})^{n+1}\}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

式（16）で $q_{n\tau}$ を適当に定めれば，それに対する交通量が算定できるわけである。種々の x に対する q の値を計算し図示したのが図—5 である。式（16）において x を日交通量にとり τ_ν，t の単位としても1日をとるということは，x を平均1時間交通量とし，τ_ν，t の単位に1時間をとることと全く同等であることは明らかである。

日常我々の観察するところでは，ほとんど a が増加すれば b も増加しており，図—4 からわかるように追い越しの確率は b に大きく影響し，a にはあまり影響

図—5 $V=64$ km/h, $v=32$ km/h



しないから，a と b とが等しくなくても $q_{n\tau}$ を算定するのに式 (16) を用いて充分正確であると思う。

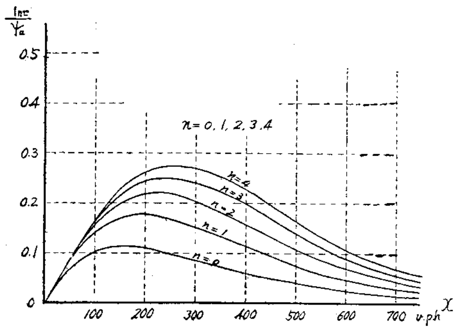
式 (16) を計算するのに便利な追い越し現象発生確率 T は次式となる。

$$T_{n\tau_\nu} = \psi_a \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{(tx)^\nu e^{-tx}}{\nu!} \times \{1-(1-e^{-\tau_\nu x})^{n+1}\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (17)$$

種々の x に対する T の値は図—6 に示されている。

なお，以上の数値計算にあたつては，$V=64$ km/h, $v=32$ km/h, についてのみ行つており，式 (8′) の τ_ν の計算にあたつては $\psi_b=0.5$ とし，$l=S+s$ と仮定し，さらに $S+s$ の値として V なる速度を有する高速車間の安全車頭間隔 S' と，v なる速度を有する低速車間の安全車頭間隔 s' との和をとり，次式で計算している[2]。

図—6 $V=64$ km/h, $v=32$ km/h



$$S+s \fallingdotseq S'+s' = 0.0373(V^2+v^2) + 1.47(V+v) + 30 \ \text{(ft)}$$

ここに V 及び v は mile/h で表わされている。

6. 結　語

以上 r 種類の混合交通流の存在する 2 方交通の 2 車線道路について追い越しの確率を考察してみた。追い越しの確率は対向車数によりいちじるしい影響をうけるが，追い越す方向の車数にはあまり影響をうけぬことがわかつた。交通量算定にあたり，追い越しの確率をいかに与えるかの問題は今後の研究にまつところ大であり，交通量算定の基礎となるものである[3]。本論文で述べたことはすべて完全な 2 車線道路において成立するものであり，完全な 2 車線より小さい巾員の道路及び 3 車線の道路における追い越しの確率については今後明らかにしてゆきたい。

なお，本研究に関して終始御指導を賜わつた京都大学岩井重久教授に深く感謝する次第である。

参 考 文 献

1) 米谷栄二・毛利正光：混合交通を考慮した道路の交通容量算定について（昭和 28 年第 2 回日本道路会議にて講演）
2) Traffic Engineering Handbook 1950, p. 332. Table. 155
3) 前掲 1) 参照

(昭.29.3.25)

土質道の表層土に関する調査研究

正員　内　田　一　郎*

ON THE STUDY OF THE SURFACE SOIL OF EARTH ROAD

(JSCE Sept. 1954)

Ichirō Uchida, C.E. Member

Synopsis The author studied on the properties of surface soils of good and mire earth road, and considered the process of occurence of mire by stddying the variation of strength of the soil when water was added in dry soil and this moist soil was mixed. He also carried out the fundamental experiment to know the effect of humus of plants on the surface soil of earth road.