

にこの実現を期したい。St. 42 に対し $\sigma_t = 16 \text{ kg/mm}^2$ であるが大体 St. 50 を用いるとのことである。P.S. コンクリート橋はまだ国鉄で用いていない。戦後できたイタリー国鉄の代表的の橋として筆者のみた次の橋を報告する。

Ponte sul Po a Mezzanacorti (写真-51): 複線の鉄道(荷重は 25 t 軸重の機関車を考えている)と道路(1.5 m+7.0 m+1.5 m)の併用橋, 主構心々 8.94 m, 構高 8.50 m, 支間 75 m の単純桁 10 連よりなる(旧橋は連続桁であつたが爆撃でやられた)。

写真-51 Ponte sul Po a Mezzanacorti
(Milano—Genoa Line)



Ponte sul Ticino a Sesto Calende(写真-52): 複線の鉄道と道路(有効巾員 2.0 m+7.0 m+2.0 m)の併用橋, 主構心々 9.160 m, 構高 14.30 m, 支間 82.4 m+99.0 m+82.4 m の連続桁, 1951 完。

Ponte Povia (写真-53): 5 @ 45 m の純径間のブザーアーチ, 複線鉄道橋, 欠陥はない良好の施工で, アーチリブはブロック打ちした。1948~49完。

写真-52 Ponte sul Ticino a Sesto Calende

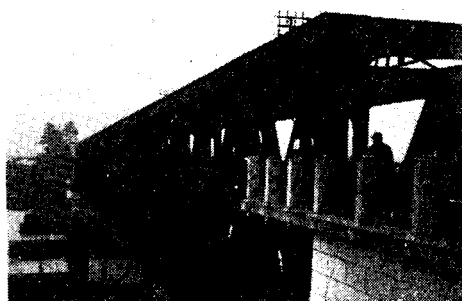


写真-53 Ponte Povia



7. 結 言

英, 独を主体にデンマーク, フランス, イタリーに触れたが短期間の研究であり, また紙数の制限もありその概要を報告した次第である。各国で面接した多くの橋梁技術者に感謝するとともに以上の記事に誤りがありとすれば筆者の誤認であることを申しそえたい。

(昭.29.5.10・依頼原稿)

板に垂直に当る射出水の性質について

—射出水による洗掘についての第1報—

正 員 栗 津 清 藏*

ON THE PROPERTIES OF VERTICAL WATER JET RUNNING AGAINST A FLAT PLATE

—First Report on the Scouring due to Water Jet—

Seizō Awazu, C.E. Member

Synopsis A part of this paper was presented at the ninth annual meeting of the J.S.C.E..

The water jet in this study means (a) simple water jet or (b) submerged jet.

The results of this research for (a) and (b) are as following:

a) The results obtained in the analysis (potential flow) were essentially similar to Naramoto's paper (1926).

b) It is quite reasonable that dividing streamline and diffusive size of a submerged jet is computed from the calculation of streamline due to a single source.

* 日本大学講師, 工学部土木教室

要旨 この報文の一部は第9回年次学術講演会で発表したもので射出水はこれを a) 単なる jet と b) いわゆる Submerged jet に分け各次のような結果が得られた。

- a) Potential flow と仮定して得られた結果は橋本氏の報文とよく一致している。
- b) sub. jet の dividing streamline, 拡り等は jet を一つの source とみなした時の流線として取扱うことが可能である。

1. 緒言

著者は射出水による砂の洗掘についての研究に当り、その予備的研究として表記の研究を行った。すなわち jet によつて砂層は洗掘せられるから洗掘の原動力である jet の二、三の性質が割合に簡単な流体力学的取扱方法によつて得られないだろうかと言う予想のもとに移動床を固定床に置きかえた場合の実験（ただし submerged jet に対して）並びに在来発表せられている結果から流体力学的取扱方法を見出すことにつとめた。

従つて研究は jet の本質を離れることなくかつ他のさまざまな boundary に適用できる可能性を持たせる関係上完全解と言うことは無理であつて著者は一つの近似解を求めたのでここに発表する。

2. 板の受ける圧力の拡がり

前に述べたように研究方針に従つて、単なる jet が板に突当つたとき板の受ける水圧がどの範囲まで及ぼすかについて考えて見ることにする。水を完全流体と仮定し重力の影響を無視するとこの問題は2つの jet を衝突せしめたときの dividing streamline を壁に相当せしめる場合の流れとして取扱うことができる。この場合については種々の解法が述べられているが¹⁾、いま一般理論について述べる。

図-1 は同じ速さ u をもつた一様の流れ A_1, A_2 が

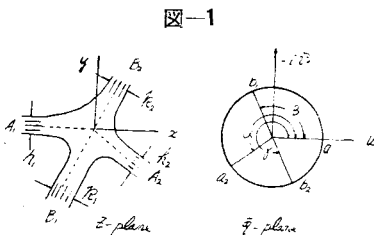


図-1

突当つて B_1, B_2 に分かれるのを示している。stagnation point に原点を選び x 軸は A_1 の流れの方向に平行に取る。自由流線上では流速の大きさは等しいか

ら連続の式から

$$h_1 + h_2 = k_1 + k_2 \dots\dots\dots(1)$$

自由流線上で Complex velocity は次の式で与えられ

$$\bar{q} = ue^{-i\theta} \dots\dots\dots(2)$$

z -plane 上の A_1, A_2, B_1, B_2 は q -plane の a_1, a_2, b_1, b_2 に相当する。

q -pl. の a_1, b_1 上で $\varphi=0, a_1, b_1$ 上で $\varphi=h_1u, b_1, a_2$ 上で $\varphi=(-k_1+h_1)u=(k_2-h_2)u, a_2, b_2$ 上で $\varphi=k_2u$ これらの条件を満足する Complex potential $w=\phi+i\psi$ を決定するために ψ は $-iw$ の実部であることに注意して Complex vel. \bar{q} の項で Complex potential を求めるに当つて Schwarz の公式を用いると容易に得られる。

$$w = \frac{iu}{2\pi}(-h_2\alpha + k_1\beta + k_2\tau) - \frac{u}{\pi} \left\{ h_1 \log \left(1 - \frac{\bar{q}}{a_1}\right) + h_2 \log \left(1 - \frac{\bar{q}}{a_2}\right) - k_1 \log \left(1 - \frac{\bar{q}}{b_1}\right) - k_2 \log \left(1 - \frac{\bar{q}}{b_2}\right) \right\} \dots\dots\dots(3)$$

$$dz = -\frac{1}{\bar{q}}dw = -\frac{1}{\bar{q}}\frac{d\bar{q}}{d\bar{q}}$$

$$\therefore z = \int -\frac{1}{\bar{q}}\frac{d\bar{q}}{d\bar{q}}d\bar{q}$$

$$z = \frac{u}{\pi} \left\{ \frac{h_1}{a_1} \log \left(1 - \frac{\bar{q}}{a_1}\right) + \frac{h_2}{a_2} \log \left(1 - \frac{\bar{q}}{a_2}\right) - \frac{k_1}{b_1} \log \left(1 - \frac{\bar{q}}{b_1}\right) - \frac{k_2}{b_2} \log \left(1 - \frac{\bar{q}}{b_2}\right) \right\} \dots\dots(4)$$

いま等しい jet が突当るときすなわち板に垂直に突当る場合には $\alpha=\pi, \beta=\pi/2, \tau=3\pi/2, h_1=h_2=k_1=k_2=h$ のとき

$$z = \frac{h}{\pi} \left[\log \frac{u-\bar{q}}{u+\bar{q}} + i \log \frac{u+i\bar{q}}{u-i\bar{q}} \right] \dots\dots\dots(5)$$

図-2 の A_1O の流線上では流速は u から O まで変るから各点の流速は $ku, 0 < k < 1$ 従つて A_1O 上の $q=ku$ で与えられこれを (5) に代入すると

$$x = \frac{h}{\pi} \left\{ \log \frac{1-k}{1+k} - \tan^{-1} \frac{2k}{1-k^2} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

$x=-\infty$ の所の圧力の強さ並びに流速を p_∞, u, k の任意の所の圧力の強さを p とすると Bernoulli の定理から

$$\frac{p-p_\infty}{w} = (1-k^2)\frac{u^2}{2g} = \frac{P}{w}$$

$k=0$ 時の $P=P_s$ とすると $(1-k^2)=P/P_s$

$$k = \sqrt{1 - \frac{P}{P_s}} \dots\dots\dots(7)$$

(6) と (7) から

$$\frac{x}{h} = \frac{1}{\pi} \left\{ \log \frac{1 - \sqrt{1 - (P/P_s)}}{1 + \sqrt{1 - (P/P_s)}} - \tan^{-1} \frac{2\sqrt{1 - (P/P_s)}}{P/P_s} \right\} = f\left(\frac{P}{P_s}\right) \dots\dots(8)$$

現象の対称性より (8) から dividing streamline 上

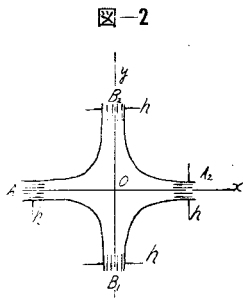
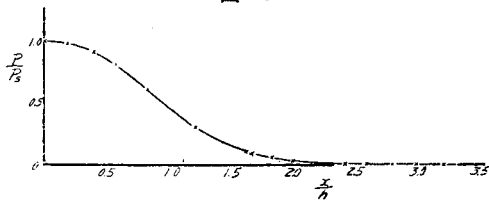


図-2

の圧力分布が容易に得られる。すなわち 図-3 のような分布図が得られ圧力の影響する範囲がただちに知られる。

梶本氏の報告²⁾によると圧力分布はノズルと板との距離が小さいと圧力の最大部分が割合に広くかつ減少

図-3



する割合が急で、距離が大きいと最大部分は小さく減少する割合が緩であると述べている。このことはいまままでの解析からは得られないが後述の submerged jet の場合と比較して類似性が見られる。圧力の及ぼす範囲は jet の径の 2.5~3 倍までで最大 3.5~4 倍程度であると述べている。図-3 で知られるようにほとんど理論的解と一致するものとみなし得るもので問題を圧力の及ぼす範囲のみ考えると potential flow と仮定して解くことができると言う結論が得られる。

3. 板に突当る submerged jet

sub. jet についての在来の研究成果を応用して板に突当る sub. jet の理論的考察を試みる。Tollmien³⁾によると sub. jet の最大流速 u , ノズルから流れの方向への距離 x , 乱れの拡がり b の間には次の関係がある。

$$u = A/x, b = Bx \dots\dots\dots(9)$$

A, B は常数, いま流れに垂直な面での流速分布は考えないで乱れの拡がり並びに最大流速のみ考えかつ

流速分布を一様なものと仮定するならば (9) の関係は一つの source として考えることができる。例えば z 面の原点に強さ m の source があるときの complex potential w は次の式で与えられる

$$w = -m \log z = -m \log R - im \theta = \phi + i\psi \dots(10)$$

sub. jet の拡がりの比例常数 B がかなり小さいと仮定すると拡がり $\theta = \text{const.}$ の流線に相当させて考えることができる。板に突当る sub. jet はいまの場合板に垂直であるから左右対称でかつ拡がり θ は現象的に水面以下にある場合を考え上下対称な 図-4(a) の z -plane に source があるものとして sub. jet についての理論的考察を試みる。

z -plane の内部を ζ -plane の上半分に写像すると

$$\zeta = \cosh(\pi z/a) \dots\dots\dots(11)$$

ζ -plane の原点より R_0 の所の流速を u_0 とすると complex potential w は

$$\begin{aligned} w &= -u_0 R_0 \log \cosh(\pi z/a) \\ \phi &= -\frac{u_0 R_0}{2} \log[\cosh^2(\pi x/a) \cos^2(\pi y/a) + \sinh^2(\pi x/a) \sin^2(\pi y/a)] \\ \psi &= -u_0 R_0 \tan^{-1}[\tanh(\pi x/a) \tan(\pi y/a)] \end{aligned} \dots\dots(12)$$

a) Sub.jet の拡がりについて 拡がり θ は (10) の $\theta = \text{const.}$ に相当するもので座標軸を移動して $a/2=L, X=x/L, Y=y/L$ とすると (12) より次の関係式が得られる。

$$f[\tanh(\pi X/2), \tan(\pi Y/2)] = 0$$

この関係と π 定理を用いることによつて拡がりについての関係が得られる。

$$f[\tanh(\pi X/2), \tan(\pi Y/2), r_0/L] = 0 \dots\dots(13)$$

b) $x=0$ 軸上の流速について

$$v_{y=\frac{a}{2}-\epsilon} = v_{\text{max}} \text{ (ノズルの流出速度) とすると}$$

(12) より

$$\frac{v}{v_{\text{max}}} = \tan \frac{\pi x}{a} \tan \frac{\pi y}{a}$$

a) の場合と同様にして流速について次の関係式が誘導せられる。ただし $v/v_{\text{max}} = V$

$$f[V, \tan(\pi Y/2), L/r_0] = 0 \dots\dots(14)$$

c) Stagnation point の動圧について sub. jet を一つの source と考えた場合例えば原点にその強さ $u_0 R_0$ の source があつた場合原点より L の距離の所の圧力, 流速水頭の和はもしその点が stagnation point になるならば全部圧力水頭の形に変わる。

$$\frac{P}{w} + \frac{u_0^2 R_0^2}{2gL^2} = \frac{P_s}{w}$$

いま $R_0=r_0, u_0=v_{\text{max}}, (P_s-P)/w = \rho_s$ かつ $v_{\text{max}}^2/2g = \rho_{\text{max}}$ とすると上の式から stagnation

pointの動圧水頭について次の関係式が誘導せられる。

$$f(p_S/p_{max}, r_0/L) = 0 \dots\dots\dots (15)$$

d) 板の動水圧分布について

1) 圧力の及ぼす範囲：板上の静圧はこの点を取つても等しいと仮定し、stagnation point より任意の距離 x の所の動圧水頭を p とすると Bernoulli の定理と (12) より

$$1 - p/p_S = (\pi/2)^2 \tanh^2(\pi x/2L) \dots\dots\dots (16)$$

$p=0$ の所の x を X_0 とすると次の関係が得られ、

$$X_0 = f(L) \dots\dots\dots (17)$$

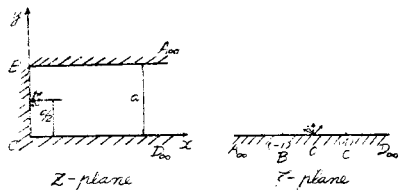
かつ現象の相似性から圧力の及ぼす範囲について次の式が得られる。

$$f(X_0/r_0, L/r_0) = 0 \dots\dots\dots (18)$$

2) 圧力分布について：(16), (17) 式から容易に次の関係が誘導せられる。

$$f(p/p_S, x/X_0) = 0 \dots\dots\dots (19)$$

図-4 (a)



4. 実験装置

現象を2次元として取扱う関係上 図-5, 6 に示される水槽並びにノズルを使用した。水槽硝子板の距離は 20 mm でこの方向のノズルの巾は 17 mm であつて流れに硝子板の影響が効いてくるが一方管路の乱流助走距離 (例えば Kirstein は径の 100~200 倍, Nikuradse は 50~80 倍, Latzko は 20 倍) を考えるとノズル先端より水槽底

図-4 (b)

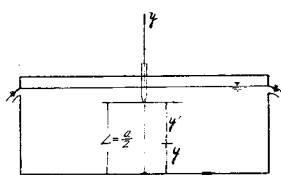


図-5

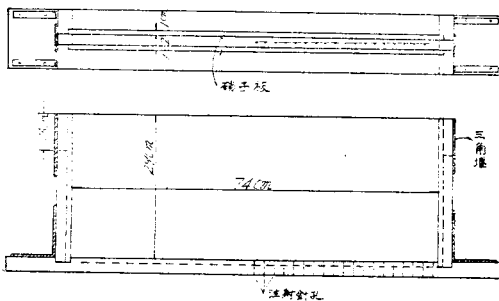
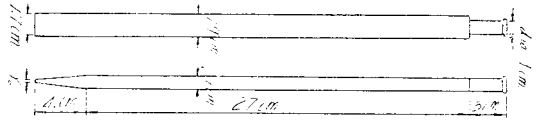


図-6



までの距離が最大 20.75 cm であるから硝子板の影響があつてもごく少なく sub. jet の中心部のみ考えるならば影響はないものと考えて差支えない。

水槽巾は 74 cm でこの方向のノズルの断面は 1~2.5 mm でちょうど 1/300 の order であるから sub. jet はその中心部のみ取ると 2 次元とみなし得るものとして前述の装置とした。注射針は径 1.5 mm, それに 5 mm の径のゴム管を用い径 5.5 mm のマンメーターに連絡した。落差を得るための水槽は溢流型とし傾斜面に沿つて移動できる装置としその底に径 15 mm の取水管を設けそれとノズルをゴム管にて連絡した。

5. 実験値

3.の項で述べた函数関係を調べるように実験値を整理した。

a) sub. jet の拡がりについて (13)の関係を r_0/L を parameter として実験値を plot したのが 図-7 である。

b) y 軸 (図-4 (b)) 上の流速について (14) の関係を r_0/L を parameter として実験値を plot したのが 図-8 である。

c) Stagnation point の動圧について (15) の関係に実験値を plot したのが 図-9 である。

d) 板の動水圧分布について (18)の関係を速度水頭を parameter として実験値を plot したのが 図-10 である。(19)の関係を (18)と同様に実験値を plot したのが 図-11, 12 である。

図-7

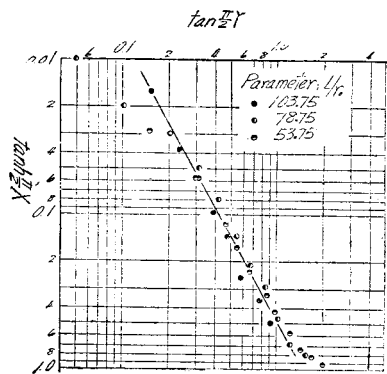


図-8

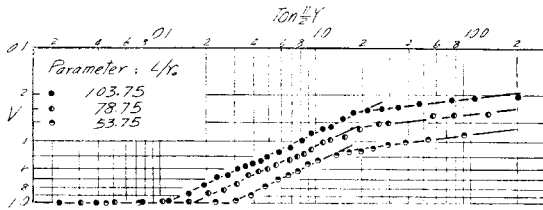


図-9

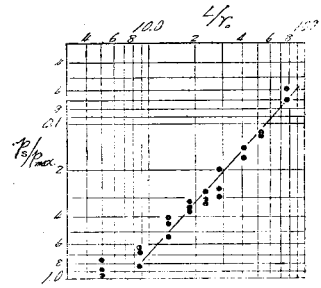


図-11

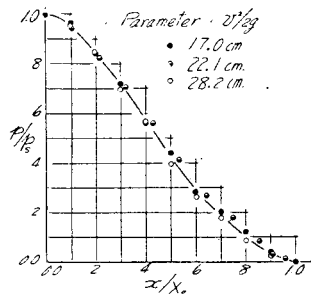


図-12

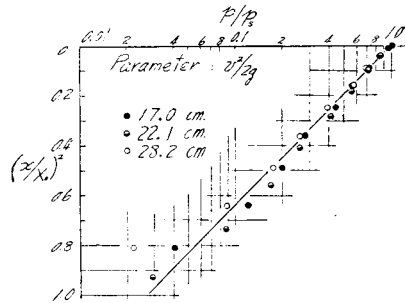
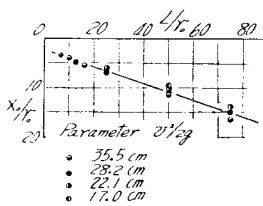


図-10



6. 現象学的批判

実験結果から知られるように sub. jet の拡がり，流速，stagnation point の動圧等には各領域があることが知られる。自然現象は少なくとも連続的で不連続的であることは考えられない。一方著者の理論的考察の出発点に仮定がありその仮定によつて不連続性になつたものでむしろ領域云々は Prandtl の混合距離すなわち乱れ機構に属すべき性質のものであつてそのことについての批判は度外視して前述の仮定のもとに現象学的批判を行う。

a) 流速分布については図-8で知られるように3つの領域があることが知られる。すなわちノズル先端より底板に向つて(1) Potential core, すなわち jet が囲りの水によつて完全に乱れの状態に遷移するまでの領域，(2) いわゆる乱れの領域あるいは乱れが確立せられた領域，(3) 底板の影響によつて流れが加速度づけられる領域の3つである。Parameter L/r_0 が効いてくる理由は在来単なる sub. jet についての研究から知られるように，例えば第二の領域には種々の領域があつて，そのことに注意すると各領域から第三の領域に入るから底板とノズルとの距離が重要な因子となつて効いてくることは明らかである。

b) 拡がり，流速分布に3つの領域があるように拡がりにもそれに相当する領域があることが推論せられる。図-7は流速分布の第二の領域に相当する部分で

ある。

c) 板の受ける圧力，1) stagnation point における動圧は流速分布と関係づけるとすべて第三の領域に相当する場所の動圧であるが第三の領域そのものがその成長過程において第一から直接第三の領域に遷移した場合と第一，第二，第三と規則的に発達した場合の二つの場合があるものと考えられる。図-9の直線部は後者に属し， L/r_0 が小さい部分は前者に属するものと解せられる。

第三の領域が規則的に発達した場合の stagnation point の動圧は図-9より次の式で示されることを知る。

$$\frac{p_s}{w} = 9.182(L/r_0)^{-1.118} v^2 / 2g \dots \dots \dots (20)$$

$v = v_{max}$: ノズルより流出するときの流速。

2) 動圧の及ぼす範囲は図-10より次の式で与えられる。

$$X_0 = (L + 15r_0) / 6 \text{ (cm-unit)} \dots \dots \dots (21)$$

3) 動圧分布は近似的に図-12より

$$\frac{p}{w} = e^{-3.6X^2} \cdot \frac{p_s}{w} \dots \dots \dots (22)$$

$$X = x/r_0$$

従つて(20)，(21)，(22)式から近似的に圧力分布は次の式で与えられる。

$$\frac{\dot{p}}{w} = 9.182(L/r_0)^{-1.118} v^2 / 2g \exp [-3.6\{6x/(L+15r_0)\}^2] \dots\dots\dots(23)$$

7. 結 論

単なる jet が板に突当たる場合の圧力の及ぼされる範囲並びに submerged jet が板に突当たる場の二、三の性質は流れを potential flow と仮定し, sub. jet については一つの source とみなして誘導されることが知られる。

本研究は東京大学本間仁教授の御指導のもとに行い, 実験は日本大学水理実験室で行った。その間日本大学土木教室の諸先生の御支援助と, 測定には沖津明,

船橋秀親両君の援助を受け, ここに各位に厚く御礼を申上げる。なお本研究は日本大学, 文部省科学研究助成金を受けたことを附記する。

参 考 文 献

- 1) 例えば Thomson : Theoretical Hydrodynamics.
佐々木: 等角写像の応用。
- 2) 橋本: “円板に当る噴出水の実験” 九州帝国大学工学彙報第一巻。
- 3) 例えば W. Tollmien : Berchnung turbulenter Ausbreitungsvorgänge, Z.A.M.M. 1926
Rouse : Diffusion of submerged jets. Pro. A.S.C.E. 1948

(昭.28.12.19)

橋梁下部構造橋軸平行方向の固有周期算定について¹⁾

正 員 後 藤 尚 男*

ON THE CALCULATION OF NATURAL PERIOD OF BRIDGE SUBSTRUCTURES IN THE PARALLEL DIRECTION TO BRIDGE AXIS

(JSCE July 1954)

Hisao Gotō, C.E. Member

Synopsis The natural period of bridge substructures is the most fundamental and important subject for the investigation of earthquake-proof of bridge structures. The author studied the natural period of bridge substructures using the following three methods : (1) frequency equation method, (2) approximate solution by Rayleigh's method, (3) practical method using rocking vibration. And then he discussed and compared with the accuracy and practical usefulness of the above mentioned three methods. As the first step, in this paper, he dealt with the natural period of bridge substructures in the parallel direction.

要旨 本文は橋梁の耐震性に関する動力学的な研究のうちで, 最も基礎的かつ重要な下部構造の固有周期算定について, 振動数方程式から厳密解を導いて先論文近似解の精度を確認すると同時に, さらに簡易な別の近似解を導いて, これら各解法の精度並びにその実用性を比較検討したものである。本文ではとりあえず比較的解析容易な橋軸に平行方向の振動を対象にした。

1. 緒 言

橋梁下部構造(橋脚井筒**)の固有周期は 6. に記述するとおり, 基礎地盤による不完全固定のために増大するという事は著者がしばしば強調した。橋脚井筒の振動に対する地盤の厳密な数理的表示は困難であるので, ここでも一応従来使用どおり基礎反力係数

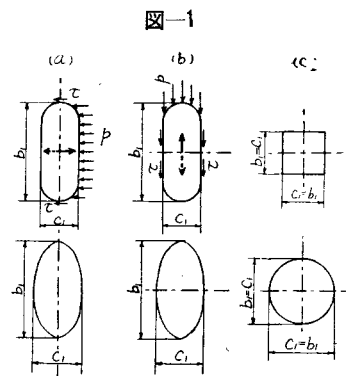
$K(x_i)$ で置換しておく。橋脚井筒の根入部は便宜上図一1 (a), (b), (c) に分類される。

(a) 線対称断面薄手方向振動: 橋軸に平行方向,

(b) 線対称断面厚手方向振動: 橋軸に直角方向,

(c) 点対称断面両方向振動: 橋軸に両方向。

図一1 (a) は振動方向に働らく側壁地盤間の摩擦抵抗 τ は地盤反力 p に対して一応無視でき, 橋脚井筒の



* 京都大学助教授, 工学部土木工学教室

**以後簡単のため橋脚井筒ということにする。