

げモーメントの一般的傾向について、活荷重を換算等分布荷重と仮定し、なお、ハンチの影響を無視して、検討したものであつて、これを要約すれば

(1) 3径間連続バリ橋は、 n または k の影響を考へて設計しなければならない。

(2) n または k は、 m, β, r との関係を検討して、これを選ばなければならない。

(3) 設計に最も関係が深いのは、(8) 式の $M_{\max}^{(2)}$ であつて、 m が与えられる場合、 $M_{\max}^{(2)}$ は、つぎに示すような傾向があることを考へて設計しなければならない。すなわち $M_{\max}^{(2)}$ は

$$m < \sqrt{\frac{2(1+1/r)}{3\beta}} \quad \text{であれば、} n \text{ が小さいほど、}$$

その値は小さい。

$$m > \sqrt{\frac{2(1+1/r)}{3\beta}} \quad \text{であれば、} n \text{ が大きいほど、}$$

その値は小さい。

$$m = \sqrt{\frac{2(1+1/r)}{3r}} \quad \text{であれば、} n \text{ の大きさに関係な}$$

く、その値は $\frac{1+r}{24} wl^2$ となる。

本研究にあたり、当室長友永和夫博士の指導をいただき、計算は齋藤昇君の協力を得たことを附記する。

文 献

- 1) 拙著：ハリ断面の一樣な3径間連続橋における径間比について、土木学会誌、第38巻第9号
- 2) たとえば、福田武雄：構造力学
Chu-kai Wang: Statically Indeterminate Structures, 1953
A. Skayannis: Tabellensystem für Schnelle-Genaue Berechnung Aller Durchlaufenden Träger, 1950
松田勘次郎：梁
高橋守一：連続桁及地下工作物の強度計算並図表
- 3) 福田武雄：構造力学、p.322 参照
- 4) たとえば、沼田政矩・手塚民之祐：ラーメンの曲げモーメントの計算図表、土木工学、第2巻第3,4,5,7,8,9号
後藤幸正：脚部固定の鉄筋コンクリート門型ラーメンの経済的設計、土木学会誌、第38巻第7号 (昭.28.10.1.)

高速度遠心力光弾性実験について

正員 工学博士 丹 羽 義 次*

ON THE HIGH SPEED CENTRIFUGAL PHOTO-ELASTIC EXPERIMENT

(JSCE April 1954)

Dr. Eng., Yoshiji Niwa, C.E. Member

Synopsis The stresses due to own weight in the structures concerning civil and mining engineerings, for instance, dams, tunnels and large trusses, predominate as compared with the stresses due to external loads. Therefore, in order to rationalize the design and the construction of these structures, the distributions of internal stresses appearing in these structures under gravitational load must be clearly understood by theoretical and experimental methods. For this purpose, we can use the photo-elastic apparatus combined with a centrifuge to secure direct measurement of stresses.

The author discussed the laws of similarity to be satisfied in this experiment, and described about the high speed centrifugal photo-elastic apparatus designed by the author and some experimental results.

要旨 土木鉱山関係の重量構造物、例えば堰堤、隧道、長大トラス等重力及び地震力の作用による応力が構造物の安全を左右するものでは、この影響を閉却することは許されない。それゆゑ著者はこれらの問題を実験的に解決するために高速度遠心力光弾性装置を試作した。本文は本光弾性実験の基礎となる実物と模型との間に成立する相似の法則について若干の考察を行い、その実験装置の概要と実験結果の数例を掲げたものである。

1. 緒言

構造物を合理的に設計するためには、その内部応力を適確に把握しなければならない。このために光弾性による模型試験が数学的解析のできない多数の工学上の問題の解決、または理論的計算結果の検証に広く利用されてきた。しかし従来の方法では、ただ“外荷重”の作用によつて生ずる構造物内の応力を測定しうるのみであつて、重力及び地震力等の物体力によつて惹起せられる作用応力を求めることは困難である。しかる

*京都大学助教授、工学研究所

に土木鉱山関係の構造物、例えば堰堤、隧道、長大トラス等重力の作用による応力が構造物の安全性を左右するものでは、この影響を閑却することは絶対に許されない。この見地からこれらの問題を解決して合理的に重量構造物を設計するために、米国のコロンビア大学では遠心力を応用した光弾性装置が試作された。これは従来の光弾性装置の載荷枠を遠心機に改良し、模型を高速で回転して遠心力の場内に置き、重力場における応力と相似の応力を惹起させて、これを光弾性学的に究明しようとするものである¹⁾。この光弾性装置は、重量構造物の実験的研究には不可欠なものであるため、著者はBuckyの試作した装置にさらに改良を加え、その性能を高めて大規模な装置を製作した。ここに本光弾性実験の基礎となる実物と模型との間に成立する相似の法則について若干の考察を行い、その実験装置の概要と実験結果の数例を述べる。

2. 相似条件

実物と幾何学的に相似の模型の寸法比を s 、両者の相対する面積に作用する物体力の比を c とすれば、実物と模型における応力 σ, σ' の間には次式が成立する。

$$\sigma = \sigma' c / s^2 \dots\dots\dots (1)$$

さて単位面積に作用する力、すなわち応力は単位体積に作用する物体力をその作用方向に積分したものであるから、物体力 f, f' にはつぎの関係がある。

$$f = f' c / s^3 \dots\dots\dots (2)$$

つぎに実物において1軸方向にのみ重力が作用する場合には式(2)から、

$$f = \rho g s^3 / c \dots\dots\dots (3)$$

となる。いま模型を遠心力の場内におくものとし、回転半径を r 、回転数を n とすれば、

$$f = 4 \pi^2 \rho' r n^2 \dots\dots\dots (4)$$

となる。これを式(3)に代入し、模型と実物の比重の比 ρ' / ρ を k で表わせば、

$$s^3 = ck 4 \pi^2 r n^2 / g \dots\dots\dots (5)$$

または、

$$s = k \frac{c}{s^2} \frac{4 \pi^2 r n^2}{g} = k \frac{\sigma}{\sigma'} \frac{4 \pi^2 r n^2}{g} \dots\dots\dots (6)$$

図-1 (a), (b)
 σ'/σ と n の関係

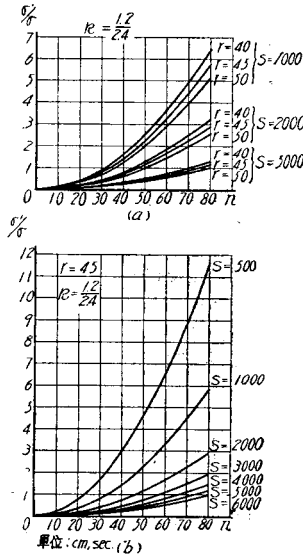
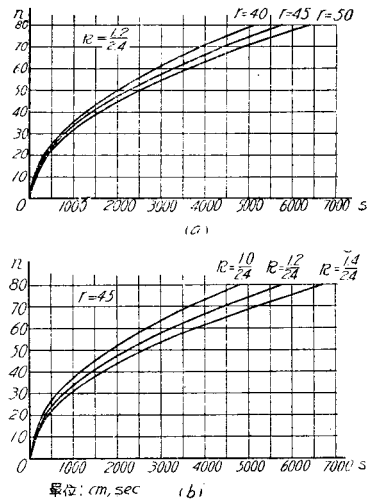


図-2 (a), (b)
 n と s の関係



$$\frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{k}{s} \frac{4 \pi^2 r n^2}{g} \dots\dots\dots (7)$$

となり、実物と模型の対応点の応力を等しくするために必要な条件は、

$$s = k 4 \pi^2 r n^2 / g \dots\dots\dots (8)$$

となる。式(6)の σ'/σ と n の関係を r または s をパラメーターとして図示すれば図-1(a), (b)のようになり、また式(7)の n と s の関係を r または k をパラメーターとして図示すれば図-2(a), (b)のようになる。さらに主歪の間の相似関係は、例えば x 軸方向の主歪を ϵ_x で表わせば、

$$\frac{\epsilon_x}{\epsilon_x'} = \frac{1}{E} \left(\sigma_x - \frac{\sigma_y + \sigma_z}{m} \right) / \frac{1}{E'} \left(\sigma_x' - \frac{\sigma_y' + \sigma_z'}{m'} \right) \dots\dots\dots (9)$$

となり、実物と模型材料のポアソン数 m, m' を等しいと仮定すれば、

$$\frac{\epsilon}{\epsilon'} = \frac{c}{s^2} \frac{E'}{E} = \frac{\sigma}{\sigma'} \frac{E'}{E} = \frac{r}{r'} \dots\dots\dots (10)$$

となる。ここに r は剪断歪である。すなわち両者のポアソン数が等しいときのみ相対する点の歪の比は一定となるわけで、実物と模型の歪を等しくするためには $\epsilon/\epsilon' = 1$ とおき、次式が成立する。

$$s = k \frac{E}{E'} \frac{4 \pi^2 r n^2}{g} \dots\dots\dots (11)$$

3. 遠心力場内における光弾性効果

簡単のために重力の作用する半無限体を考えれば、作用重力の加速度は表面からの距離に無関係に一定と

考えることができる。しかしながら本実験装置では模型の各点に作用する遠心力の大きさは回転軸からの距離 r に応じて変化する。いま単位面積について半無限体の表面 r_0 から $r=(r_0+h')$ までに作用する遠心力を積分すれば、

$$\sigma' = \int_{r_0}^{r_0+h'} \rho' \omega^2 r dr = \rho' \omega^2 (h'^2 + 2r_0 h') / 2 \dots (12)$$

となるが、一方実物において表面から深さ h までの間に作用する重力を積分すれば、

$$\sigma = \rho gh \dots \dots \dots (13)$$

となる。この場合 σ 及び σ' は実物及び模型の対応点の応力を表わすと考えることができるから、明らかに両者の応力比をすべての点で c/s^2 に保つことができない。いま $r=(r_0+h')$ なる点における応力比を c/s^2 に等しくするものとすれば、式 (12) 及び (13) より次式をうる。

$$s^3 = ck4 \pi^2 n^2 (r_0 + h'/2) / g \dots \dots \dots (14)$$

したがって式 (5) と比較して、 $r=(r_0+h'/2)$ と考えればよいことになる。ただし、このようにして求めた光弾性写真の解析結果は、各点においてただちに実物と一定の応力比 c/s^2 を保つた応力を与えるものでなく、 $r=(r_0+h')$ 点の応力を基準にして回転半径の相違による補正を施さねばならない。

さて様な厚さの光弾性模型によつて実験を行えば、上に述べたように補正を施さねばならないが、実物の状態と等しくするために模型の断面を回転軸からの距離に応じて変化する、各断面全体について作用する全遠心力 F' を等しくして実験を行う場合には、 d' を模型の厚さとすれば、 $F' = \rho' d' r (2\pi n)^2$ であるから、
 $rd' = r_0 d_0' = \text{const.} \dots \dots \dots (15)$

とすればよい。ただし r_0 は基準点の回転軸からの距離であり、 d_0' はその点の模型の厚さである。このような模型を使用すれば、光弾性写真を厚さ d_0' に対する光弾性常数をもつて解析すればよいことが容易に明らかになる。

4. 実験装置の概要

a. 駆動装置 相似条件より明らかなように、実物と模型の相対応する点の応力を等しくするためには、模型の縮尺と遠心力の大きさ、すなわち回転半径及び回転数との間に一定の関係が成立するわけであるが、回転半径を任意に変化することは本装置では困難であるから、回転数を変化してこの関係を満足しなければならぬ。また両者の応力を等しく対応させない場合でも、光弾性写真の解析精度を高めるためには任意の回転数をうる事が望ましい。それゆえ 図-3 に示す 7.5 HP ワードレオナード式速度調整法を採用した。電

図-3 駆動装置結線図

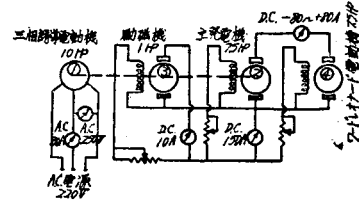
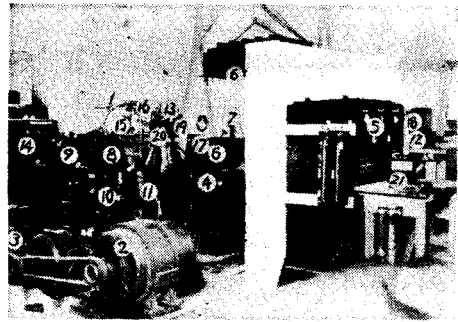


写真-1 遠心力光弾性装置



動発電機は 3 相 220 V 10 HP 誘導電動機 (写真-1①) 及び直流 110 V 7.5 HP 分捲発電機②よりなり、励磁機は直流 110 V 1 HP 分捲発電機③である。速度調整は主発電機の励磁電流を加減することにより、ワードレオナード電動機④の電機子の端子電圧を変化させて行う。この電圧が 110 V となつてからさらに回転数を高めるには、この電動機の励磁回路の抵抗を増して行う。この電動機は定格 1200 r.p.m. で、1:3 の歯車で増速して回転軸にその運動が伝えられる。それゆえ回転軸は電動機の定格で 3600 r.p.m. であり、過負荷の状態で 4000~4500 r.p.m. で回転することになる。なお 写真-1⑤はこの装置における電流計、電圧計及び可変抵抗器を取り付けた配電盤である。

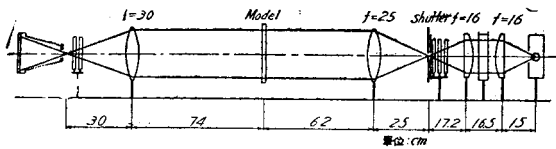
b. 真空殻及び回転軸 電動機の負荷を軽減し、回転軸が高速回転中も静的バランスを保持し、さらに模型に空気抵抗による応力を惹起させないために写真-1 ⑥ に示す真空殻を設を設け、⑦ に示す回転軸を真空中で回転するようにした。真空殻は 3/8" の鋼板を溶接して造り、プレーンベアリングの支承部は厚さ 5 cm の鋼板を U 字形に鍛造して製作した。頂部は模型の取り付けのためにボルト及びナット締めとし、偏光を透過する 2 個の観測窓を設けた。回転軸は非常に大きい遠心力をうけるのでニッケルクローム鋼を使用し、各種の模型に対して左右のバランスをとるため、一方にカウンターバランスをネジにより調節可能のように取り付けた。

c. 排気装置 真空殻中の空気を速やかに、しかも完全に排気するために、約 300 l/min の能力を有する

真空ポンプ3台(写真-1⑧⑨⑩)を真空タンク⑪を介して真空殻に接続した。この装置では排気所要時間約3分、排気圧力は水銀柱約750mmである。⑫は水銀柱真空計である。

d. 光弾性装置 本装置に使用した光弾性装置は図-4のようである。光源には十分な輝度と点光源の条件を満足する日本電池 SHLD型500Wの超高圧水銀灯(写真-1⑬)を使用した。⑭はこの水銀灯の点灯に使用する容量100V 15Amp.の整流装置であり、⑮は同水銀灯の起動装置で⑯は冷却用送風機である。なお⑰及び⑱は本光弾性装置中の視野レンズ及び写真撮影用暗函である。

図-4 光弾性装置



e. 同期及び回転数指示装置 遠心力の作用している回転中の光弾性模型の静止像を撮影するためには、回転軌道中の一定位置で瞬間撮影をしなければならない。このためにいわゆるストロボスピックライトが使用せられるのが常であるが、本装置に使用した超高圧水銀灯を高速度で点滅させることが困難であつたので、電動機④と1:1で連動してスリットを有する円盤シャッター⑩を回転した。その回転位置は図-4に示すとおりである。つぎに相似条件を満足する所定の遠心力をうるためには、一定の回転半径に対して一定の回転数をえなければならない。この回転数を測定するために交流発電機⑳を電動機④とチェーンギヤで連動し、これを電気回転計㉑に接続した。

5. 実験結果の数例

まず本実験の基礎的な考察として、図-5に示す矩形断面の梁の鉛直及び水平方向に作用する物体力による

図-5 模型寸法図

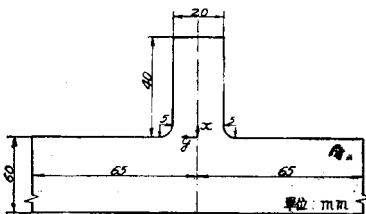


写真-2 (a) $P=69.54 \text{ kg}$
 $K=11.92 \text{ kg/cm}$



写真-2 (b) $f_c=5.11 \text{ kg/cm}^3$
 $K=11.92 \text{ kg/cm}$



る内部応力について考察しよう。

a. 鉛直方向の物体力が作用する場合 比較のために頂面に鉛直方向の等分布荷重が作用する場合を同時に考えることにする。写真-2 (a) は頂面に等分布荷重を作用させた場合 (a)、写真-2 (b) は鉛直下向に物体力を作用させた場合 (b) の等色線写真で、模型の側面を自由端とした場合であるが、水平方向の変形を完全に拘束した場合 (c) もほとんど同じ等色線がえられた。図-6 (a), (c) はそれぞれ (a), (c) の場合の主応力線図であつて、(a) と (b) の場合の主応力方向はほとんど同じであつた。(c) の場合は前2者とそのおもむきを異にしているのであつて、2つの特異点が現われるようであり、模型の側面の拘束条件が応力状態にいちじるしい影響を及ぼすことがわかる。これらの実験結果から矩形梁の底面に沿う応力分布を求めれば 図-7 (a), (b), (c) のようになる。つぎのようにこれらの3つの場合の応力の分布状態を比較して若干の考察をしよう。まず鉛直方向応力 σ_x は (a) の場合ほぼ一様に分布しているが、底面中央でやや小さくなつてゐる。この傾向は (b) において明らかに認められ、(c) ではさらに顕著な凹曲線分布を示している。 σ_y は (b) の場合ほとんど一様に分布して数値的に小さい (a), (c) の場合底面中央でややその値を減じ凹曲線を示し、 σ_x とともに梁の側面に集中する傾向を示している。しかも数値的には (c) の場合は (b) に較べていちじるしく大きく、模型の側面における水平方向の変形の拘束をうけて圧縮応力を増大したものと考えられる。つぎに剪断応力 τ_{xy} はいずれの場合も類似した分布を示しているが、(b) の場合は模型側面が自由端である影響をうけて、(a), (c) の場合に較べて梁の側面での集中度を減じてゐる。

これらの結果から一般に頂面に等分布荷重を載荷した (a) の場合の応力状態は、物体力を作用させ側面

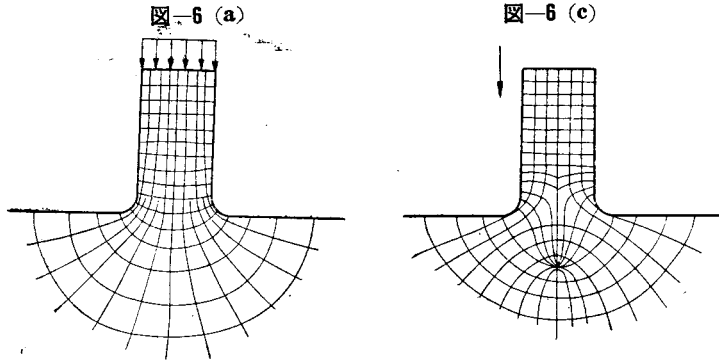


図-7 (a), (b), (c) 梁底面の応力分布図

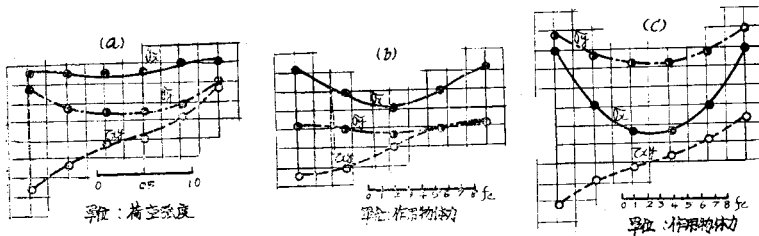
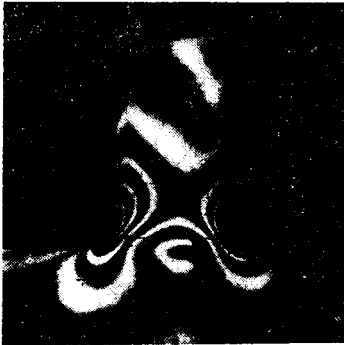


写真-3 (a) $P=24.85 \text{ kg}$
 $K=11.92 \text{ kg/cm}$

写真-3 (b) $f_0=1.69 \text{ kg/cm}^2$
 $K=11.92 \text{ kg/cm}$



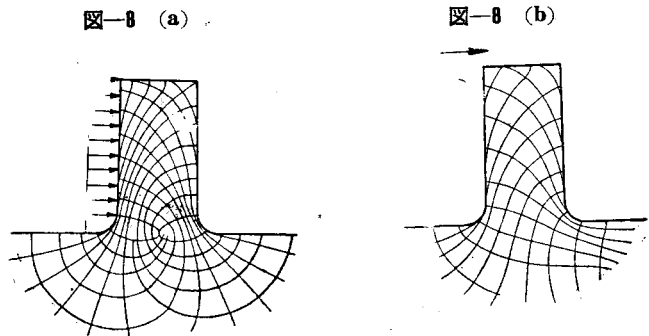
の拘束条件を変化した (a) と (c) の場合の応力状態の中間にあるようである。なお物体力による構造物の内部応力を論ずる場合、境界の拘束条件がいちじるしい影響を及ぼすことがわかる。

b. 水平方向の物体力が作用する場合

この場合も比較のために梁の側面に水平方向の等分布荷重が作用する場合を同時に考える。写真-3 (a) は梁の側面に等分布水平荷重を作用させた場合 (a), 写真-3 (b) は模型の一側面を自由端とし、他の一側面及び底面の変形をそれぞれの面に垂直な方向に拘束して水平に物体力を作用させた場合 (b) の等色線写真である。さらに 図-8 (a), (b) はそ

れぞれの場合の主応力線図であり、両者の間にいちじるしい差異が認められる。すなわち (a) の場合には梁の底面中央附近に特異点が見られるのに対して、(b) の場合には主応力の方向は単純な滑らかな変化を示している。これらの結果から底面応力を求めると 図-9 (a), (b) のようになる。すなわち、まず鉛直方向応力 σ_x は (a) の場合ほとんど直線的に変化しているが、(b) の場合では底面の 1/3 点附近で 0 となり、全体として凹曲線を呈している。水平方向応力 σ_y も (a) の場合ほぼ直線的に変化して、底面中央附近の 0 点を境にして左右その符号を変えているが、(b) の場合はやはりほぼ直線的に変化するが、その符号は常に負となり圧縮応力である。なお (b) の場合は数値的にもいちじるしく大きいのであるが、これは梁の側面より模型の自由側面までの基礎に作用する物体力によるためである。つぎに剪断応力 τ_{xy} は前 2 者の応力分布に

比較すれば両場合類似の分布を示しているが、(a) の場合底面中央よりやや右側によつてわずかに正の値を示しているのに反し、(b) の場合は左側によつてわずかに正の値を示している。いずれにしても両者はい



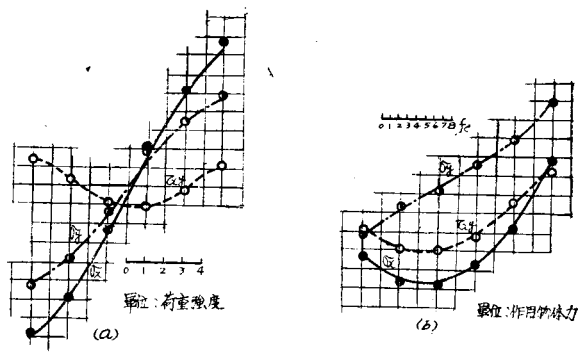
ちじるしくおもむきを異にしているのであつて、物体力による構造物内の応力分布の研究が痛感せられる。

6. 結 言

以上は遠心力光弾性実験において成立する若干の相似法則と著者の試作した装置の概略を述べ、その実験結果の数例を掲げたのであるが、本装置の適用範囲はきわめて広く、土木鉱山各分野における重量構造物の応力分布、例えば自重及び地震力によつて惹起せられる高堰堤の内部応力、長大トラスの各部材応力、坑道掘鑿による地圧の変化及びこれが採鉱に及ぼす影響、擁壁内の土圧による応力分布等の光弾性学的な研究を行いうるのであつて、構造工学の発展に寄与するところが少なくないと考えられる。今後本装置によつて各種の重量構造物に関する徹底的な光弾性学的研究を行い、遂次その成果を報告したいと考えている。

本研究は文部省科学研究費の援助をうけて行つている“重量構造物の光弾性学的研究”の成果の一部であり、また装置の試作は京大鉱山学教室教授平松良雄博士との協同研究である。最後に終始御指導を賜つた科研西田正孝博士並びに京大土木工学教室教授石原藤

図-9 (a), (b) 梁底面の応力分布



次郎博士、小西一郎博士に謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) P.B. Bucky and Fentress : Trans. A.I.M.E., Vol. 109, p. 25, 1934
P.B. Bucky and Balolin : Civil Eng., Vol. 5, p. 287, 1935
P.B. Bucky : Trans. A.I.M.E., Vol. 113, p. 314, 1938
P.B. Bucky : Coal Age, Vol. 45, p. 40, 1940

(昭. 28.10.12)

鉄筋コンクリートはりの龜裂荷重について

正 員 山 田 順 治*

CRACKING LOAD OF THE REINFORCED CONCRETE BEAMS

(JSCE April 1954)

Junji Yamada, C.E. Member

Synopsis We have been apt to neglect hitherto the cracking load of the reinforced concrete beams. But recently there are many reinforced concrete bridges in which the concrete covering fall due to by the cracks. So it becomes very important to calculate the cracking load of the reinforced concrete.

The author obtained the simple general formula to calculate the reasonable cracking load from the test results of a group of reinforced concrete beams, and this paper describes this general formula.

要旨 鉄筋コンクリートはりとはどのくらいの荷重で龜裂を生ずるか、すなわち龜裂荷重については従来とかく等閑視されていたが、最近実際の鉄筋コンクリートはりが龜裂のため、かぶりの部分が剥脱するものも多いので、龜裂荷重を求めることはきわめて大切なこととなつてきた。

著者は一連の鉄筋コンクリートはりの実験結果から、合理的な龜裂荷重を求める簡単な一般式を求め、これを提案したものである。

1. 緒 言

鉄筋コンクリートはりの龜裂荷重は従来ほとんど顧みられなかつたが、実際の鉄筋コンクリートはりでは、設計荷重以内の荷重で、はなはだしい場合は自重

*建設省土木研究所