

(2) Laval 管の相似性を考慮して跳水位置を大略決定し得た。

本研究は文部省科学研究費による研究成果の一部である。なお本研究にあたり終始御指導を賜わった東京大学教授本間博士に厚く御礼を申し上げるとともに、協力された大学院学生安守漢君並びに運輸技術研究所堀口孝男君に感謝する次第である。

参 考 文 献

- 1) "High-velocity flow in open channels ; a symposium". Proc. of A.S.C.E. 1949, Nov. p 1296
- 2) 同上 p 1295
- 3) 谷 一郎：流れ学, p 192 ; 藤本武助：応用流体力学, p 268
- 4) 藤本武助：応用流体力学, p 303

(昭.28.7.24)

## 水平力をうけた井筒の安定計算について

正 員 池 原 武 一 郎\*

准 員 横 山 章\*\*

### THE STABILITY OF THE WELL-FOUNDATION UNDER THE LATERAL FORCE

(JSCE Dec. 1953)

Takeichirō Ikehara, C.E. Member, Akira Yokoyama, C.E. Assoc. Member

**Synopsis** We have calculated the stability of the Well-foundation generally using the formula by Dr. Mononobe. Really at the case of the deep, long Well-foundation Dr. Mononobe's expression may be correct, but contrarily at the case of the shallow, short Well-foundation, it may be better to calculate the stability considering the deviation of the resultant of the reaction at the bottom.

In this paper, reaction-coefficient is defined as a measure of the flexibility of the ground, and is assumed to be propotional to the depth of the ground. We assume that the Well is a rigid body, and calculate the ground reaction caused by the rotation of the Well.

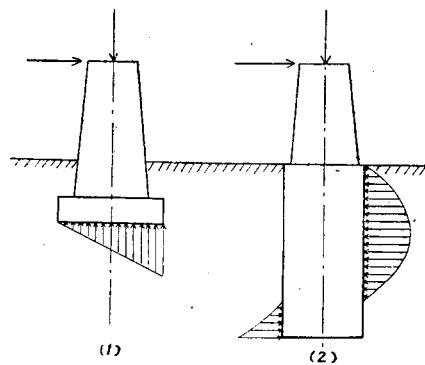
Owing to this calculation, the depth of the Well-foundation can be shallower than that of Dr. Mononobe's expression.

**要旨** 従来井筒の水平力に対する安定計算については、ほとんど物部博士の式が用いられている。長大井筒の場合はこれでよいが、短い井筒の場合は基礎底面反力のかたよりを考慮して水平力に対する安定計算を行つた方がよいと考える。基礎地盤は井筒の根入れに比例した反力係数  $K$  をもつものとして、井筒を剛体と考え、その回転によつて生ずる地盤反力を計算した。その結果物部式に比較して、井筒の短い場合は根入長さをかなり短かくとつてもよいこととなる。

#### 1. 緒 言

従来橋脚の設計にあつて水平力に対する安定を論ずる場合は橋脚底面の反力のかたよりによつて、水平力によるモーメントに耐え得るか否かを検討している(図-1 (1))。しかし井筒となると従来広く用いられて来た物部博士の式を採用し、図-1 の (2) のように水平力によるモーメントに抵抗するものとしては、

図-1



井筒の側面に作用する受働土圧のみを考えている。井筒基礎を用いるような地盤の所は多く支持力不足の所であるので、井筒は支持力を得るために長大なものとなり、この場合には物部博士の式も妥当なものと考えられる。しかし支持力は充分であるが洗掘その他を考へて井筒基礎を用いる場合も多い。ことに砂利層ある

\* 日本国有鉄道, 建設部工事課

\*\* 同 上

いは砂層中に井筒を沈めるような場合には短かい井筒でよい場合がある。この場合にも水平力に対する安定条件が井筒の長さ決定の条件となり、このとき従来の物部式のように底面反力のかたよりを無視したものは安全過ぎる感があるので、側面の受働土圧と底面反力のかたよりと、この両者が水平力によるモーメントに抵抗するものと考えて計算をしてみる。

2. 計算法

a) 仮定及び記号 井筒は剛体とし、その弾性変形は考えない。

b) 井筒壁面と地盤との摩擦は無視する。

c) 記号

- $l$ : 井筒の根入長さ (m)
- $2b_0$ : 井筒の最大巾 (地震動の作用方向に直角 m)
- $2a$ : 井筒の最大奥行き (地震動の作用方向と平行 m)
- $A$ : 地盤反力をうけている井筒の底面積 (m<sup>2</sup>)
- $P_0$ : 地表面より上の構造に働らく水平力 (t)
- $M_0$ :  $P_0$  による地表面におけるモーメント (t・m)
- $N_0$ : 地表面より上の構造に働いている垂直力 (t)
- $R$ : 井筒底面に働らく垂直合力 (t)
- $M_B$ :  $R$  による抵抗モーメント (t・m)
- $k$ : 水平震度
- $w_1$ : 井筒の単位長さ当り重量 (t/m)
- $w$ : 土の単位重量 (t/m<sup>3</sup>)
- $p$ : 井筒側面に働らく抵抗土圧 (t/m<sup>2</sup>)
- $q$ : 井筒底面に働らく地盤反力 (t/m<sup>2</sup>)
- $p_1$ : 井筒側面に働らく最大抵抗土圧 (t/m<sup>2</sup>)
- $q_1$ : " 底面 " 最大地盤反力 ( " )
- $y_1$ :  $p_1$  の生ずる位置の地表面からの深さ (m)
- $d$ :  $q$  の働らく奥行き (m)
- $K_1, K_2$ : 単位深さにおける地盤の反力係数 (t/m<sup>3</sup>)
- $\kappa = K_2/K_1$
- $\eta$ : 基礎地盤の変形量 (m)
- $\theta$ : 井筒が水平力をうけて傾いた角度 (ラジアン)

(2) 井筒の安定計算 基礎地盤は地表面からの深さに比例する反力係数をもつ弾性体であると仮定する。すなわち地表面から  $y$  の深さにおいて地盤の変形量  $\eta$  に対応する地盤応力  $\sigma$  は

$$\sigma = Ky\eta$$

ここに  $K$  は単位深さにおける反力係数であつて、これは地盤の性質、載荷面の形状及び寸法によつて定まる常数である。一般に井筒の側面と底面とでは載荷状態も異なるし、土質も異なつているので  $K$  は同一ではない。側面における  $K$  は地表面より井筒の根入深

さまで一様としてこれを  $K_1$ 、底面における  $K$  を  $K_2$  で表わすこととする。

井筒を基礎としている構造物が水平震度  $k$  の地震動をうけて、地表面より  $h$  の深さの点  $m$  を中心として微小角  $\theta$  だけ傾くものとする。点  $m$  は合力の作用点が底面の核内にある限りは井筒の中心線上にある。このとき井筒前面の地表面より  $y$  の深さの地盤がうける水平方向の変形量  $\eta_y$  は井筒中心線より  $x$  の距離の点において

$$\eta_y = x \left( \cos \theta + \frac{h-y}{x} \sin \theta - 1 \right)$$

$\theta$  は微小であるので  $\sin \theta \approx \theta$ ,  $\cos \theta \approx 1$  とおけば上式は

$$\eta_y = (h-y)\theta$$

従つてこの点の水平方向の抵抗土圧  $p$  は

$$p = K_1 y \eta_y = K_1 y (h-y) \theta \dots \dots \dots (2.1)$$

また井筒底面に接する地盤のうける垂直方向の変形量  $\eta_x$  は中心線より  $x$  の距離の点において

$$\eta_x = x\theta$$

従つてこの点における地盤反力  $q$  は

$$q = K_2 l x \theta + \frac{N_0 + w_1 l}{A} \dots \dots \dots (2.2)$$

井筒断面の最大巾を  $2b_0$  とすれば  $\Sigma H = 0$  より

$$P_0 + kw_1 l - \int_0^l 2b_0 K_1 y (h-y) \theta dy = 0$$

$$\therefore P_0 + kw_1 l - 2b_0 K_1 \theta \left( \frac{h}{2} l^2 - \frac{l^3}{3} \right) = 0 \dots \dots \dots (2.3)$$

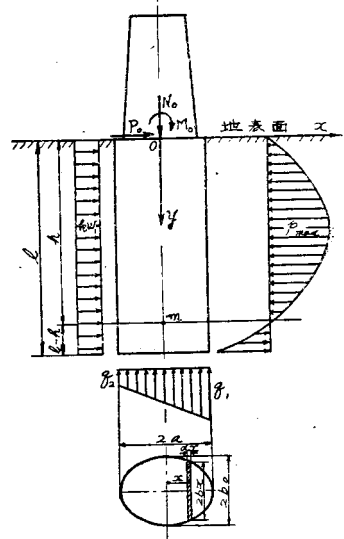
また中心線より  $x$  なる距離の点の井筒断面の巾を  $2b_x$  とすれば  $\Sigma M = 0$  より

$$M_0 - \frac{kw_1 l^2}{2} + \int_0^l 2b_0 K_1 y^2 (h-y) \theta dy -$$

$$\int_{-a}^a 2b_x \left( K_2 l x \theta + \frac{N_0 + w_1 l}{A} \right) x dx = 0$$

$$\therefore M_0 - \frac{kw_1 l^2}{2} + 2b_0 K_1 \theta \left( \frac{h}{3} l^3 - \frac{l^4}{4} \right)$$

図-2



$$-\frac{4}{3}K_2 \alpha b_0 l \theta a^3 = 0 \dots\dots\dots (2.4)$$

ただし  $\alpha = \frac{3}{2b_0 a^3} \int_{-a}^a b_x x^2 dx$

$\alpha$  の各底面形状に対する計算値は表-1 のごとくである。

表-1  $\alpha$  の 値

底面の形状	$\alpha$ の 値
	1
	$\frac{3\pi}{16} = 0.588$
	$\frac{3\pi}{16} = 0.588$
	$1 - 0.648n + 0.356n^2 - 0.0625n^3$ ただし $n = \frac{b}{a}$
	$1 - \frac{0.648n}{a}$ ただし $n = \frac{b}{a}$
	$\frac{3\pi}{16} \left\{ 1 - \left(\frac{a}{b}\right)^2 \right\}$
	$\frac{3\pi}{16} \left( 1 - \frac{1}{b_0 a^2} \right)$

(2.3) 式より

$$\theta = \frac{3\{kw_1 l + P_0\}}{b_0 K_1 l^2 (3h - 2l)} \dots\dots\dots (2.5)$$

これを (2.4) 式に代入して整理をすれば

$$h = \frac{kw_1 l^4 + 3 P_0 l^3 + 4 M_0 l^2 + 8 \alpha k a^3 (kw_1 l + P_0)}{l \{kw_1 l^2 + 4 P_0 l + 6 M_0\}} \dots\dots\dots (2.6)$$

ただし  $\kappa = \frac{K_2}{K_1}$

これを (2.5) 式に代入して

$$\theta = \frac{3(kw_1 l^2 + 4 P_0 l + 6 M_0)}{b_0 K_1 l (l^3 + 24 \alpha k a^3)} \dots\dots\dots (2.7)$$

次に側面における最大抵抗土圧  $p_1$  を求めるのに(2.1)式を微分して

$$\frac{dp}{dy} = K_1 \theta y (h - 2y)$$

従つて  $p_1$  の生ずる位置  $y_1$  は

$$y_1 = \frac{h}{2}$$

$$\therefore p_1 = K_1 \theta \cdot \frac{h^2}{4}$$

上式に (2.6) 及び (2.7) 式を代入すると

$$p_1 = \frac{3\{kw_1 l^4 + 3 P_0 l^3 + 4 M_0 l^2 + 8 \alpha k a^3 (kw_1 l + P_0)\}^2}{4 b_0 l^2 (l^3 + 24 \alpha k a^3) (kw_1 l^2 + 4 P_0 l + 6 M_0)} \dots\dots\dots (2.8)$$

また底面における地盤の最大及び最小反力  $q_1, q_2$  は (2.2), (2.7) 式より

$$\left. \begin{aligned} q_1 \\ q_2 \end{aligned} \right\} = \frac{N_0 + w_1 l}{A} \pm \frac{3 \alpha k (kw_1 l^2 + 4 P_0 l + 6 M_0)}{b_0 (l^2 + 24 \alpha k a^3)} \dots\dots\dots (2.9)$$

井筒の安定計算においては (2.8) 式によつて  $p_1$  を計算し、これとその点 (地表より  $1/2h$  の深さ) の受働抵抗土圧と比べ所要の安全率を有するか否かを調べ、与えられた井筒の長さで安全であることを確かめる。次に (2.9) 式によつて計算した底面反力  $q_1$  をその点の許容支持力と比較してみる。  $q_2$  が負となるような場合については (4) に述べる。

(3) 井筒根入長さの決定 側面の最大反力  $p_1$  によつて根入長さが決まる場合:  $p_1$  とその点の受働抵抗土圧とを比較して与えられた根入長さでは不充分であることが判明したならば、次式によつて所要の根入長さを求める。

$c'$  をクーロンの地震時受働土圧係数,  $w$  を土の単位重量,  $n$  を安全率とすると

$$\frac{1}{4} K_1 \theta h^2 = \frac{1}{2n} c' w h$$

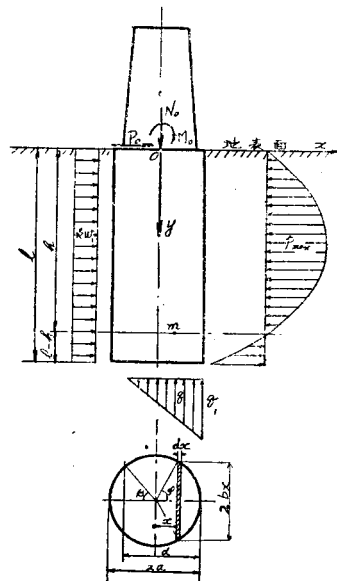
$$\therefore K_1 \theta h = \frac{2}{n} c' w$$

これに (2.10) 及び (2.11) 式を代入して整理すれば

$$\begin{aligned} & \left( \frac{2}{n} c' w b_0 \right) l^5 - (3 k w_1) l^4 - (9 p_0) l^3 \\ & - 12 \left( M_0 - \frac{4}{n} c' w b_0 \alpha k a^3 \right) l^2 - (24 \alpha k a^3 k w_1) l \\ & - (24 \alpha k a^3 P_0) = 0 \dots\dots\dots (3.1) \end{aligned}$$

(4) 回転中心が井筒中心線上にない場合 水平力による回転モーメントが大きくなつて、底面に倒らく

図-3



垂直合力  $R$  が底面の核外に出る場合には、回転中心はもはや井筒中心線上には存在しない。ここでは井筒底面が円形の場合について考える。図-3 において影線を施した微小面積  $dA$  に対して働いている垂直力を  $dR$  とすれば

$$dR = dA \cdot q = 2a \sin \varphi d\alpha \cdot q$$

しかるに

$$q = \frac{d - (a - x)}{d} q_1 = \frac{\cos \varphi + \cos \beta}{1 + \cos \beta} q_1$$

$$x = a \cos \varphi$$

$$dx = -a \sin \varphi d\varphi$$

$$\therefore dR = -2a^2 \sin^2 \varphi \frac{\cos \varphi + \cos \beta}{1 + \cos \beta} q_1 d\varphi$$

$$\therefore R = \frac{-2a^2 q_1}{1 + \cos \beta} \int_{\pi - \beta}^0 (\sin^2 \varphi \cos \varphi + \sin^2 \varphi \cos \beta) d\varphi$$

また

$$q_1 = K_2 l \theta a (1 + \cos \beta)$$

$$\therefore R = 2a^3 K_2 l \theta \left\{ \frac{1}{3} \sin^3 \beta + \frac{\sin \beta \cos^2 \beta}{2} + \frac{1}{2} (\pi - \beta) \cos \beta \right\}$$

$\Sigma N = 0$  より

$$R = 2a^3 K_2 l \theta m_1 = N_0 + w_1 l \quad \dots\dots\dots(4.1)$$

ただし

$$m_1 = \frac{1}{3} \sin^3 \beta + \frac{\sin \beta \cos^2 \beta}{2} + \frac{1}{2} (\pi - \beta) \cos \beta$$

$R$  による抵抗モーメント  $M_B$  は

$$\begin{aligned} M_B &= \int_{\pi - \beta}^0 x dR \\ &= \frac{-2a^2 q_1}{1 + \cos \beta} \int_{\pi - \beta}^0 x (\sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi \cos \varphi \cos \beta) d\varphi \\ &= 2a^4 K_2 l \theta \left\{ \frac{\pi - \beta}{8} - \frac{1}{3} \sin^2 \beta \cos \beta + \frac{\sin 4\beta}{32} \right\} \\ &= \frac{4}{3} a^4 K_2 l \theta m_2 \quad \dots\dots\dots(4.2) \end{aligned}$$

ただし

$$m_2 = \frac{3}{2} \left( \frac{\pi - \beta}{8} + \frac{1}{3} \sin^2 \beta \cos \beta + \frac{\sin 4\beta}{32} \right)$$

$\Sigma H = 0$  より

$$P_0 + kw_1 l - \int_0^l 2\alpha K_1 y (h - y) \theta dy = 0$$

$$\therefore \theta = \frac{3(kw_1 l - P_0)}{\alpha K_1 l^2 (3h - 2l)} \quad \dots\dots\dots(4.3)$$

$\Sigma M = 0$  より

$$M_0 - \frac{kw_1 l^2}{2} + \int_0^l 2\alpha K_1 y^2 (h - y) \theta dy - M_B = 0$$

(4.2), (4.3) 式をこれに代入して

$$h = \frac{kw_1 l^4 + 3P_0 l^3 - 4M_0 l^2 - 8m_2 \kappa a^3 (kw_1 l + P_0)}{l(kw_1 l^2 - 4P_0 l + 6M_0)} \quad \dots\dots\dots(4.4)$$

これを (4.3) 式に代入して

$$\theta = \frac{3(kw_1 l^2 + 4P_0 l + 6M_0)}{\alpha K_1 l (l^3 - 24m_2 \kappa a^3)} \quad \dots\dots\dots(4.5)$$

以下前々節と同様にして

$$p_1 = \frac{3\{kw_1 l^4 + 3P_0 l^3 + 4M_0 l^2 + 8m_2 \kappa a^3 (kw_1 l + P_0)\}}{4al^3 (l^3 + 24m_2 \kappa a^3) (kw_1 l^2 + 4P_0 l + 6M_0)} \quad \dots\dots\dots(4.6)$$

$$q_1 = \frac{3\kappa(kw_1 l^2 + 4P_0 l + 6M_0)}{l^3 + 24m_2 \kappa a^3} (1 + \cos \beta) \quad \dots\dots\dots(4.7)$$

ただし

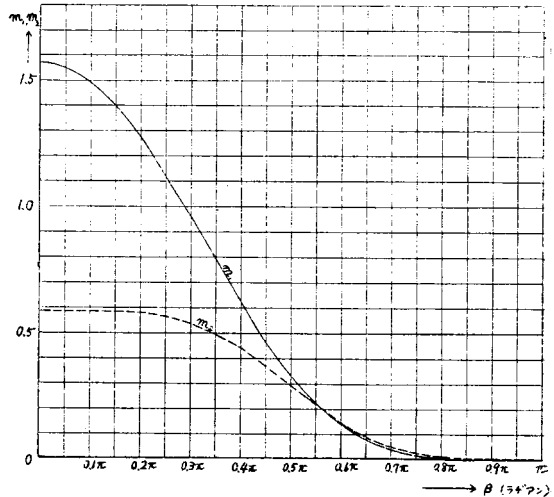
$$\frac{6\kappa a^2 m_1 (kw_1 l^2 + 4P_0 l + 6M_0)}{l^3 + 24m_2 \kappa a^3} = N_0 + w_1 l$$

$$m_1 = \frac{1}{3} \sin^3 \beta + \frac{\sin \beta \cos^2 \beta}{2} + \frac{1}{2} (\pi - \beta) \cos \beta$$

$$m_2 = \frac{3}{2} \left( \frac{\pi - \beta}{8} + \frac{1}{3} \sin^2 \beta \cos \beta + \frac{\sin 4\beta}{32} \right)$$

$m_1$  と  $m_2$  との関係は図-4 に示す。これを用いてトライアルで (4.6), (4.7) 式に必要な  $m_2$  を容易に求めることができる。

図-4  $m_1$  と  $m_2$  との関係



3. 計算例

上部構造; 鋼鉄道橋, 単線鉸桁, 支間 31.5 m  
KS-15

橋脚; 無筋標準型円形断面, 高さ 8.5 m  
水深 1.5 m

井筒; 円形, 有底, 中埋なし, 外径 4.5 m  
壁厚 0.7 m

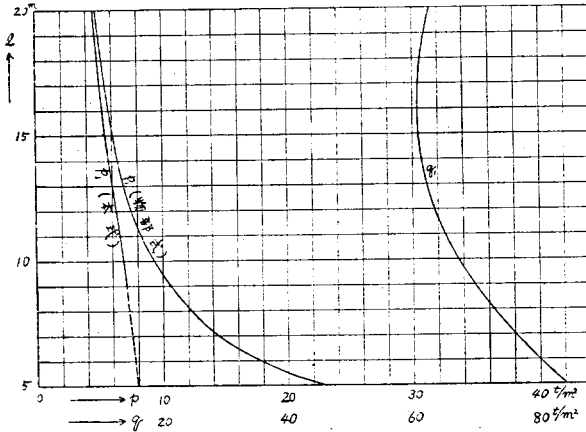
$N_0 = 308.6$  t,  $P_0 = 61.71$  t,  $M_0 = 343.3$  t·m

$w_2 = 26.9$  t/m,  $h = 0.2$ ,  $\kappa = 3$  (井筒側面に接する地盤は粘土交り砂, 底面に接する地盤は締

つた砂利)

以上の数値を用い本式と物部式とについて根入長さ  $l$  と側面の最大反力度  $p_1$  及び底面の最大地盤反力  $q_1$  との関係を示すれば図-5 のごとくなる。なおこの場合の必要な根入長さは側面の地盤の内部摩擦角  $25^\circ$

図-5  $p_1$  及び  $q_1$  と  $l$  との関係



とし、浮力を考慮せず安全率を2としたとき 10.1 m であり、底面反力のかたよりを考慮しない物部式では 13.0 m となる。

4. 結 語

本式の誘導にあたって井筒を剛体とし、その弾性変形を無視したが、これは通常の井筒構造においては是認せられるものと思う。また計算を簡略にするため、水平力に対する安定に対しては井筒壁面および底面と地盤との摩擦抵抗を無視したが、井筒の支持力計算の場合には、当然周辺摩擦を考慮しなければならない。また井筒の傾きによる0点のかたよりの影響は普通数%以下なので算式の簡略のため無視した。地盤の反力係数  $K$  のとり方は設計者の判断によらねばならない。この反力係数はこれのみで1つの大きな研究題目である。

以上は水平力をうけた井筒の安定計算の一方法を取りまとめたものであり、諸先輩の御批判をお願いする次第である。(昭.28.7.31)

38 卷 6 号 “段落水流の水理現象に関する実験的研究” 正誤表

- (1)  $\frac{V^*}{K}$  の分母はすべて  $\kappa$  にあらためる。その箇所は、33 頁左欄 (6), (7) 式および (7) 式の次の行、右欄 (12) 式および下から 11 行目、34 頁右欄 (16) 式の次の2ヶ所。
- (2)  $\frac{p}{r}$  の分母はすべて  $\gamma$  にあらためる。その箇所は、33 頁右欄上から 2 行目、(14), (15) 式、下から 7 行目、34 頁右欄上から 8 行目である。
- (3) その他

ページ	行	誤	正
31	Syn. 5	gentle	mild
"	右 14	限界水深流量形	限界水深流量計
32	左 5	場合 a)	場合 a)
"	" 10	"	"
"	" 16	場合 b)	場合 b)
33	左下 1	(8)	(9)
"	右 6	$u_s = C \exp dn/r$	$u_s = C \int \exp dn/r$
"	右(11)式	$h_1$	$b_1$
"	"	$C_1$	$c_1$
"	" (12)	$c_1 = 2 \left( \frac{V^*}{\kappa^2} \right)^2$	$c_1 = 2 \left( \frac{V^*}{\kappa} \right)^2$
"	" (13)	ただし……の次に追加	$a = (u_{sy}')_0, b = \frac{V^*}{\kappa}$
34	(11)'の解	$u^2 = u_0^2 e^{2h_1 - K'} - \dots$	$u^2 = u_0^2 e^{2h_1 - K'} - 2b \left[ a - b \ln(2h_1) \right] e^{-K'} \int \frac{e^{K'}}{K'} dK' - 2b^2 e^{-K'} \int \frac{e^{K'} \ln K'}{K'} dK' \dots (13)$
"	左下 4	ただし……の次に追加	$a, b$ は (13) と同じ
"	左下 5	$K = 2 \eta_1 h_1$	$K' = 2 \eta_1 h_1$
36	左 8	$h_2/h_1 = 2 F_r / (1 + 2 F_r)$	$h_2/h_1 = 2 F_r / (1 + 2 F_r)$