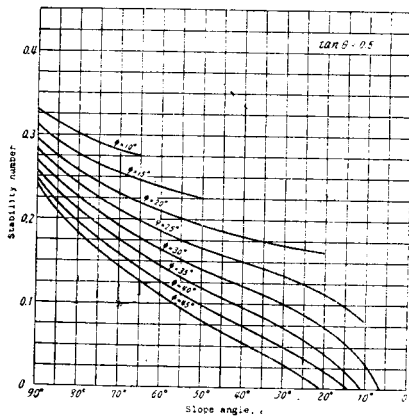
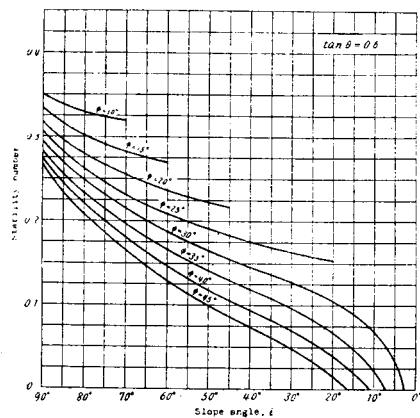


附図-6



附図-7



る。この方法により地震力を考えず、法肩上面傾斜のみを考える場合の計算も可能なことは、云うまでもない。実際計算してみると附図の利用できる範囲内では

$\pm \delta$ の変化に対して H' は僅少の差異を示すに過ぎないようである。

(昭.28.6.26)

余水路における衝撃波の実験的研究*

准員 石原安雄**

EXPERIMENTAL STUDY OF THE SHOCK WAVE ON OVERFLOW SPILLWAY

(JSCE Nov. 1953)

Yasuo Ishihara, C.E. Assoc. Member

Synopsis Applying the theory of shock wave used in supersonic flow, the author proposed a method to analyse the shock wave on overflow spillway and discussed this method, in comparison with his experimental results.

要旨 超音速流に用いられる衝撃波の理論を応用して、余水路における衝撃波の解析法を提案し、実験結果と比較検討したものである。

1. まえがき

余水路における流れは、一般に超限界流、すなわち射流をなし、導流壁などの境界面の変化によつて衝撃波を生ずることは、低限界流、すなわち常流では見られない大きい特徴である。ところが従来余水路の水利計算では、この衝撃波をほとんど考えずに、普通の水面形の計算法をそのまま用いていたようである。こうした本質的な過誤のために、ときには導流壁の高さが不足した越流し、附近の構造物の基礎や河岸を洗掘崩壊せしめたり、その他種々の不都合を生ずる場合が

ある。本研究はこの現象を水理学的に解明し、余水路の合理的設計や災害の防止に役立てようとしたものである。

一般に超音速気流と開水路の射流の間には類似性が成立するから、従来前者の研究に際して開水路における実験が利用されてきたわけであるが、逆に前者の理論を後者に利用できることは云うまでもない¹⁾。この点については、1938年 von Kármán²⁾ が指針を与えて以来、特に米国で A.T.Ippen, R.T.Knapp^{3),4)} などによつて研究が進められ、相当の成果をあげているようであるが、余水路におけるような不等流の場合はほとんど取り扱われていないようである。ここではこうした不等流における衝撃波について考察を進めた。

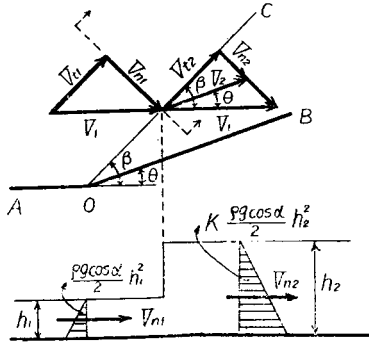
2. 基礎理論

衝撃波の性質はよく知られているが、ここでは説明

*昭.28.5.24, 土木学会第9回年次学術講演会にて講演

**京都大学講師, 工学部土木工学教室

図-1



の都合上その大要を述べる。いま図-1のように境界面が角 θ だけ変化した場合を考え、初めの流れの方向 AO と衝撃波の方向 OC とのなす角を β 、衝撃波前後の水深をそれぞれ h_1, h_2 、同じく流速を V_1, V_2 とし、添字 t, n をつけてそれぞれ流速の OC 方向及びそれと直角方向の分値とする。そして衝撃波の前後で摩擦その他の損失がなく、運動量の変化が水圧の変化に等しいと仮定すれば、底面と水平面のなす角を α として次の2式が成立する⁴⁾。

連続の式: $V_{n1}h_1 = V_{n2}h_2 \dots\dots\dots(1)$

運動量の式: $\rho(h_2V_{n2}^2 - h_1V_{n1}^2) = \frac{1}{2}\rho g \cos \alpha (h_1^2 - Kh_2^2) \dots\dots\dots(2)$

ここに K は衝撃を受けた後における実際の水圧と静水圧との比である。

(1) 及び (2) 式と $V_{n1} = V_1 \sin \beta$ の関係から*

$$\sin \beta = (1/F_1) \left[\frac{1}{2} h_2 \{1 - K(h_2/h_1)^2\} / \{h_1(1 - h_2/h_1)\} \right]^{1/2} \dots\dots\dots(3)$$

一方 $V_{t1} = V_{t2} = V_{n1} / \tan \beta = V_{n2} / \tan(\beta - \theta)$ の関係と (1) 式から、

$$h_2/h_1 = \tan \beta / \tan(\beta - \theta) \dots\dots\dots(4)$$

また、 $V_{n1}^2 - V_{n2}^2 = V_1^2 - V_2^2$ の関係に(1) 及び(2) 式を用いると、

$$F_2^2 = (h_1/h_2) \left[F_1^2 + \frac{1}{2} (h_1/h_2) (1 + h_2/h_1) \{1 - K(h_2/h_1)^2\} \right] \dots\dots\dots(5)$$

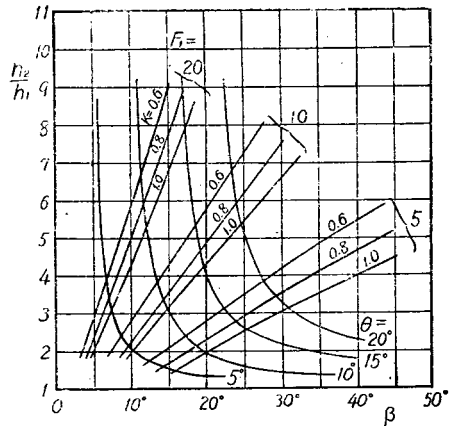
上の諸式において、

$$F_1 = V_1 / \sqrt{gh_1 \cos \alpha}, \quad F_2 = V_2 / \sqrt{gh_2 \cos \alpha},$$

ρ は水の密度である。従つて $\theta, \beta, F_1, F_2, h_2/h_1$ 、及び K のうちで任意の3つの量が与えられれば、他の諸量は (3), (4) 及び (5) 式からすべて決定できる。図

*以下 (6) 式までの誘導法は文献 (4) を参照

図-2 $\theta, \beta, F_1, h_2/h_1$ 及び K の関係 Relation between $\theta, \beta, F_1, h_2/h_1$ and K .



2 は (3) 及び (4) 式を用いて $\theta, \beta, F_1, h_2/h_1$ 及び K の関係を図示したものである。

なお、この場合の衝撃極曲線は、初めの流れの方向を x 軸、それと直角でかつ底面に平行に y 軸をとれば、次の式で表わされる。

$$(\bar{V}_{y2}/\bar{V}_{x1}) = (1 - \bar{V}_{x2}/\bar{V}_{x1}) \left[\bar{V}_{x2}/\bar{V}_{x1} - \sqrt{K(1 - \bar{V}_{x1}^2) / [1 - \bar{V}_{x1}^2 + 4\bar{V}_{x1}(\bar{V}_{x1} - \bar{V}_{x2})]} \right] \dots\dots\dots(6)$$

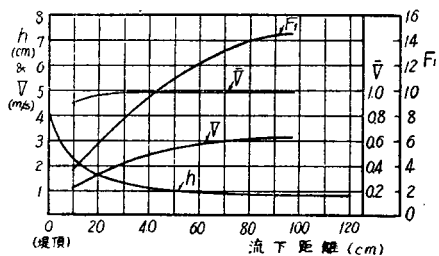
ここに bar の記号は $\sqrt{2gH_1}$ (ただし $H_1 = \cos \alpha + V_1^2/2g$) で除した無次元の速度を示し、 \bar{V}_{x1} 及び \bar{V}_{x2} 、 \bar{V}_{y2} はそれぞれ衝撃波前後の無次元速度の x 及び y 成分である。

以上は境界面が急に θ だけ偏角した場合であるが、境界面が曲線的に変化している場合は、超音速流に対して用いられる Method of characteristics によるか、または曲線を折線に分割して上述の方法を繰返して用いればよい^{4), 5)}。

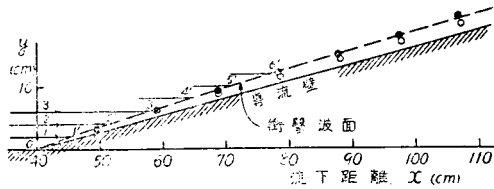
余水路におけるような不等流に対しては、著者は次のような近似的解法を提案したい。まず図-3(b) のように座標軸をとり、衝撃波面を $y=f(x)$ とすると、

図-3

(a) 水面形及び流速、その他 ($q = 24.55 \text{ l/sec/m}$) Water surface profile, velocity and others.



(b) 衝撃波面
 ($\theta=15^\circ, q=24.55 \text{ l/sec/m}$)
 Shock wave front



明らかに,

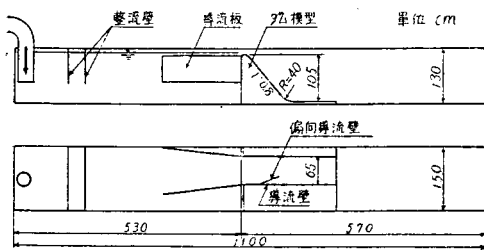
$$\tan \beta = dy/dx \dots\dots\dots (7)$$

である。衝撃波前後の接近した断面を考え、前述の仮定がこの場合にもそのまま成立するものとすれば、上に得られた諸関係がこのような不等流に対して適用されることになる。従つて(3),(4),(5),(7)及び後述の(8)式を解けばよいが、その解は直接求められにくいので、数値積分によらねばならない。その一方法として、まず図-3(a)のように(8)式から求められた水面形から各点の V, F 及び \bar{V} を求めると、これらが衝撃前の h_1, V_1, F_1 及び \bar{V}_1 を与えることになる*。次に図-3(b)に示すように流れを細かく分割し、分割線を 1-1', 2-2', 3-3' ……とする。この分割された部分は一様な流れとみなし、0点よりその点の h_1, V_1, F_1 または \bar{V}_1 を用いて波面 0-1' を求め、分割線 1-1' との交点 1' を決定する。次に 1' 点より上と同じ操作を繰り返して次の波面 1'-2' を求める。以下順次同様にして衝撃波の全貌を求めることができる。

3. 実験装置及び方法

(1) 実験装置 図-4に示すような巾 1.5 m, 長さ 11 m のコンクリート製水路のはぼ中央に設置した高さ 1.05 m, 有効巾 0.65 m のコンクリート製ダム模型について実験を行った。頂部は溢流水深 10 cm に対する Creager 形状とし、下流面より水中部への遷移は半径 40 cm の円弧を用い、上流側は鉛直、下流

図-4 実験装置
 Experimental apparatus.



* \bar{V} は衝撃極曲線を用いる場合に必要である。

側は 1:0.8 の勾配である。表面はモルタル仕上げとし、導流壁は鉋仕上げの板を使用した。

(2) 実験方法 水深の測定は 1/10 mm 読みの point gage を用い、流量は三角堰で測定した。

まず、導流壁を偏向しないで、ダムを中心線及び両側面より 15 cm 距つた線に沿つて、表面に垂直方向の水深を測定し、その 3 つの平均をもつて平均水深とした。

次に crest よりの流下距離 $x=40 \text{ cm}$ のところで、急に $\theta=10^\circ, 15^\circ, 20^\circ$ の 3 種の偏向角をとるように導流壁を設置し、各場合について衝撃波の方向及び導流壁に沿う水深を測つた。実測の結果、衝撃を受けた後の水深とその附近の壁に沿う水深がほぼ等しかつたので、壁面に沿う水深をもつて衝撃後の水深とした。

4. 実験結果とその考察

余水路における衝撃波の実験結果と著者の近似算法による結果を比較して、次のような事実を確かめることができた。

まず、ダムを溢流した水の水面形は、水深に比して巾があるので、不等流の一般式、

$$\frac{dh}{dx} = \left(\sin \alpha - \frac{q^2}{G^2 h^3} \right) / \left(\cos \alpha - \frac{\alpha' q^2}{gh^3} \right),$$

$$G = h^{1/6} / n \dots\dots\dots (8)$$

q : 単位巾当りの流量, n : Manning の粗度係数,
 α' : Bélanger の係数,

を数値積分して求められる。計算結果と実測値の差は最大 4% 程度がかなりよく一致したので、水面形については実用上(8)式を用いてよいことがわかつた。しかし n 及び α' の値としては、実測の平均値 $n=0.009, \alpha'=1.05$ を用いたが、実際の余水路に適用する場合、これらの値を用いてよいかどうかは、検討の余地があるであろう。

次に数値積分して得られた水面形を用いて、衝撃を受けた後の水深を $K=1$ として求めた計算値と実測値とを比較した 1 例が図-5 である。両者の間には相当

図-5 衝撃後の水面形
 ($K=1, \theta=15^\circ, q=24.55 \text{ l/sec/m}$)
 Water surface profile behind shock wave.

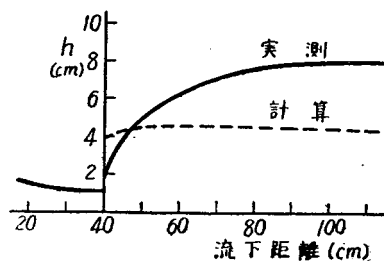


図-6 衝撃波の断面形状
Shock wave profile

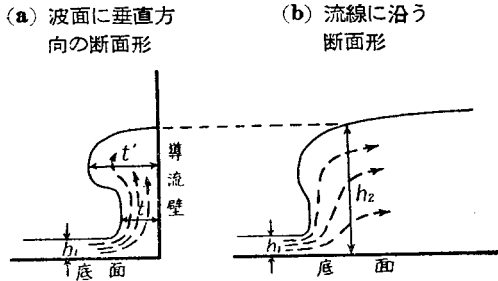
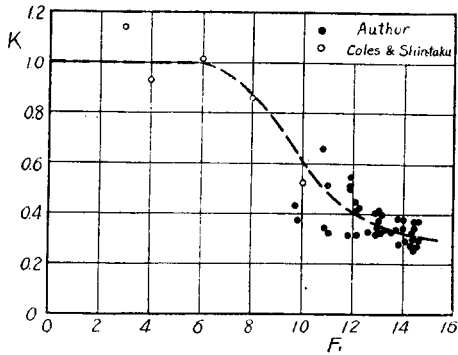


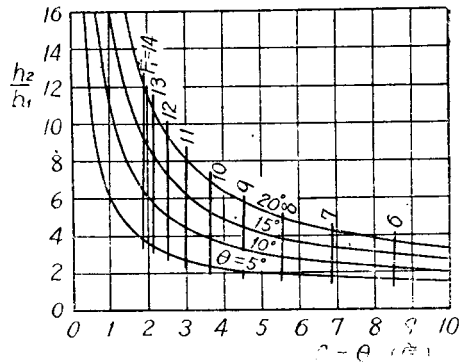
図-7 K と F₁ の関係
Relation between K and F₁



の差異があるが、これは、W. E. Wilson⁶⁾ も云つて
いるように、衝撃波附近では流線の方向が急激に変化
し(図-6 参照)、水圧が静水圧とはかなり異なり、従
つて圧力の補正係数 K, その他計算で無視した種々の
損失、底面に沿う境界層、流速分布の不均一性などに
帰因すると考えられる。ここでは W. E. Wilson に従
つて K の影響が最も大きいと考え、実測された h_2/h_1
及び F_1 を用いて、(3) 及び (4) 式より K を求め
 F_1 を横軸として点描したものが図-7 である。この
場合偏向点より下流 10 cm までのものは、壁面近く
の流速の不均一性、壁面の摩擦抵抗なども大きく影響
していると考えて、この図から除外した。なお、D.
Coles and T. Shintaku⁷⁾ の $\theta=6^\circ$ の実験結果も点
描した。点は相当散乱しているが、K の値の大体の
傾向を知ることができるであろう。いま K を F_1 の
みの函数と考え、その関係が図における破線によつて
あらわされるものとする。この K と F_1 の関係並び
に (3) 及び (4) 式を用いて、 $h_2/h_1, \theta, \beta-\theta$ 及び F_1
の関係を求め、それらを図示したものが図-8 であ
る。この図の範囲内では、衝撃前の Froude 数 F_1 と
導流壁と衝撃波面のなす角 $\beta-\theta$ との関係はほとんど
導流壁の偏向角 θ には無関係であることがわかる。

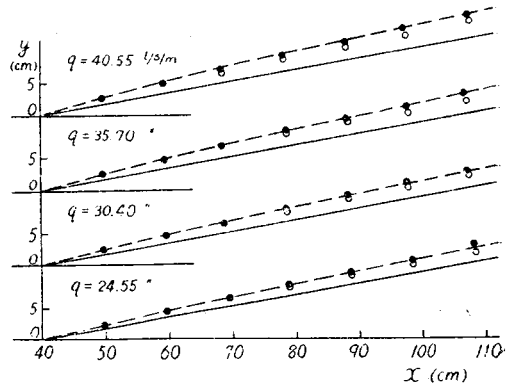
(1) 衝撃波面について 図-3 (a) ($q=24.55$ l/
sec/m) は (8) 式から求めた h_1 及び V_1, F_1, \bar{V}_1 を

図-8 $h_2/h_1, \theta, \beta-\theta$ 及び F_1 の関係
Relation between $h_2/h_1, \theta, \beta-\theta$ and F_1 .

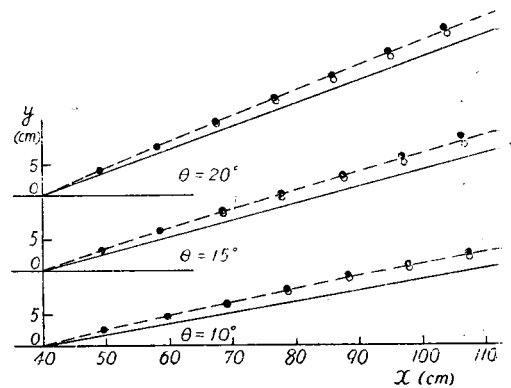


示した 1 例であるが、同図及び図-8 を用いて 2. で
述べた方法により $\theta=15^\circ$ の場合について求めた衝撃
波面を図-3 (b) に示す。同様にして $\theta=10^\circ$ で、 q
を変化させた場合の計算例が図-9 (a) であり、また
 $q=30.40$ l/sec/m で $\theta=10^\circ, 15^\circ$ 及び 20° の場合を示
したのが図-9 (b) である。図中白丸及び黒丸で示し
た点は 図-6 (a) における t 及び t' に対応する実

図-9 衝撃波面
Shock wave front
(a) $\theta=10^\circ$



(b) $q=30.40$ l/sec/m

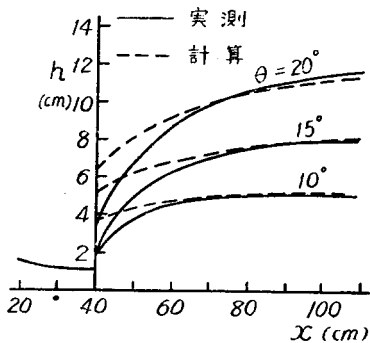


測値である。従つて理論的波面はこの両者の中間にあると考えられるから、一、二の例を除いては計算結果とよく一致しているとみてよいであろう。

図-9(a)をみると同一の偏向角に対して、波面と導流壁のなす角が流量の増大とともに大きくなっている。これは本実験の範囲内では、流量が増すと同一点での Froude 数が減少するという事実に対応しており、このように余水路では流量が小さくても Froude 数がかなり大きいので、導流壁などの境界面の変化によつて h_2/h_1 の大きい衝撃波を生じ、そのために導流壁などの構造物は不均一な力を受けることがあるという事実の裏づけとも考えられ、常流ではみられない射流の特徴の一つである。また 図-9(b) は流量が一定の場合に波面と導流壁とのなす角が導流壁の偏向角にはほとんど無関係であるという前述の結果を実験的に証明している。

(2) 衝撃波の水深 衝撃後の水深について、図-8を用いて求めた計算値と実測値との比較を図-10に示した。偏向の始まる附近以外は、 $\theta=20^\circ$ の場合を除

図-10 衝撃後の水深 ($q=24.55 \text{ l/sec/m}$)
Comparison with calculated and observed water profile along the wall.



いては、両者はよく一致しているが、 $\theta=20^\circ$ の場合でもその誤差は僅少であり実用的には差支えないであろう。また、偏向点附近では実測値が計算値より小さいが、これは前述したように導流壁附近の横方向の流速の不均一性などによるものと考えられる。

なお、高さ 66.2 m、導流壁の偏向角 12° の実際のダムについて、計画高水量 $848 \text{ m}^3/\text{sec}$ の場合の衝撃波を $K=1$ として計算したところ、導流壁に沿う水深は 2.5 m となつた。この附近の導流壁の高さは 2.5 m となつているから、 K を考慮に入れると水が導流壁を越流することが想像される。実際このダムでは高水時に越流していると聞いているから、著者の考察の妥当性を示すものと考えられる。

5. むすび

以上余水路の衝撃波の解法及びその特性について、多くの事実を確かめることができた。すなわち、

1. Froude 数が 6 以上に大きくなると、 $K=1$ とした場合の計算値よりはるかに大きな衝撃波を生ずる。
2. 水圧の補正係数 K については、今後研究すべき問題ではあるが、一応図-7 のように F_1 との関係を保定することによつて満足すべき結果が得られた。
3. 余水路においては、流量が小さくても Froude 数がかなり大きいので、大きな衝撃波を生じ危険な場合が予想される。
4. 本実験の範囲内では、導流壁と衝撃波面のなす角は流量一定の場合、導流壁の偏向角にはほとんど無関係である。

導流壁はもちろん偏向させない方が望ましいが、実際には地形その他により偏向させねばならないことがある。この場合余水路に生ずる衝撃波は上述の方法によつて計算することができるが、衝撃波の波高をできるだけ小さくするような余水路のしぼり方、すなわち合理的な導流壁の形状を決定する問題については目下研究中である。

終りに本研究にあたり終始御指導を頂いた石原教授並びに岩垣助教授に厚く感謝の意を表する。

参考文献

- 1) 高須鶴三郎：りあぶちんすき一氏高速度流体力学解説 (上巻), 仙台書院, 昭.18, p.p. 76~77, その他。
- 2) von Kármán: Eine praktische Anwendung der Analogie zwischen Überschallströmung in Gasen und überkritischen Strömung in offenen Gerinnen, Z.A.M.M., 1938, p.p. 49~56.
- 3) A.T. Ippen and R.T. Knapp: A study of high-velocity flow in curved channels of rectangular cross-section, Trans. A.G.U., Vol. 17, 1936, p. 516.
- 4) A. T. Ippen: Mechanics of supercritical flow, Proc. A.S.C.E., Vol. 75, 1949, p.p. 1290~1317.
H. Rouse: Engineering hydraulics, John Wiley & Sons, 1949, p.p. 547~556.
- 5) Courant and Friedrichs: Supersonic flow and shock waves, Interscience Publishers, New York, 1948, p.p. 262~264.
- 6) W.E. Wilson: Effect of curvature in supercritical flow, Civil Engineering, Vol. 11, No. 2, 1941, p.p. 94~95.
- 7) A.T. Ippen and J.H. Dawson: Design of channel constrictions, Proc. A.S.C.E., Vol. 75, 1949, p.p. 1348~1369.

(昭28.6.22)