よい。

以上のことから，定常等流の浮砂輸送の最大値：$\overline{m}_c$ は次式で与えられる。

$$\overline{m}_c=\frac{1}{\kappa g}\ln\frac{h}{y_0}\cdot\frac{U_*^3}{\gamma w_0 h}\cdots\cdots\cdots\cdots(3.5)$$

しかるに

$$U_*^2=ghI\cdots\cdots\cdots\cdots(3.6)$$

ただし I：エネルギー勾配

また $\ln\frac{h}{y_0}$ は Reynolds 数によつてわずかに変化する数で，

$$\ln\frac{h}{y_0}=\ln\frac{R}{\beta}\sqrt{\frac{2}{f}}\cdots\cdots\cdots\cdots(3.7)$$

(3.6),(3.7)を用いると輸送し得る最大平均濃度は，

$$\overline{m}_c=\frac{\sqrt{g}}{\kappa}\ln\frac{R}{\beta}\sqrt{\frac{2}{f}}\cdot\frac{\sqrt{hI^3}}{\gamma w_0}\cdots\cdots\cdots\cdots(3.8)$$

すなわち $\overline{m}_c$ は，粒子の比重，沈降速度（粒径）に逆比例し，水深の 1/2 乗，勾配の 3/2 乗に比例することになる。

以上の議論は，エネルギーの方法から導いた安定理論を基礎としているので，$\Theta=1$ の 1 にはもちろん重きをおくことはできないけれども，乱流輸送の最大値に及ぼす，諸種の要素を解明するには，充分である。

4. 結　び

以上はすべて滑面開水路についての計算であるが，境界壁の凸凹が，粘性層の厚さを起す場合は，(2.13) の積分下限を，粘性に無関係な値 $y_0=\beta k$ として同様な計算を進めればよく，この場合の流速式は，

$$U=\frac{U_*}{\kappa}\left[\ln\frac{y}{k}-\ln\beta-\frac{\gamma}{2\xi}(m_0-m)\right]\cdots\cdots\cdots\cdots(4.1)$$

ただし k：境界壁の roughness element の平均の高さ

β：Roughness element の種類によつて定まる定数

この場合も y_0 は小さいので，m_0 は滑面の場合と同様河床濃度（Roughness element の top 附近の濃度）と考えればよく，以下の計算は全く滑面の場合と同様である。

表現の簡単のため，濃度を小さいとして近似計算を進めたが，含有物質があるための流況の変化量はきわめて小さいので，この程度の近似度で，充分であると思う。

参考文献

1) H. Rouse : Proc. of 5 th International Congress of Applied Mechanics (1938, Sept.)
W. Schmidt : Der Massenaustauch in freier Luft und verwandte Erscheinungen. Probleme der kosmischen Physik, 1925 Pt.7.
2) H. Rouse : Mondern Conception of the Mechanics of Fluid Turbulence, Trans. A.S.C.E. vol. 102 (1937) p.536.
3) Vito A. Vanoni : Transportation of Suspended Sediment by Water, Proc. A.S.C.E. vol.70 (1944) p.793.
4) Theodor von Kármán : Some Aspect of Turbulent Probleme, Proc. of 4 th International Cong. of Applied Mechatics. 1934, p.54～91.
5) Vito.A. Vanoni : 前出 3).
6) H. Rouse : 前出 1)
7) Reichardt : Z. angew. Math. Mech. 20(1940) 297～328.
8) 谷：乱流理論 p.27.
9) S. Goldstein : Modern Developments in Fluid Dynamics, 1938 vol.1 p.229.

(昭.28.3.3)

地震時の STABILITY NUMBER について*

正員　工学博士　倉田宗章**

ON STABILITY NUMBERS AT EARTHQUAKE TIME

(JSCE Nov. 1953)

Dr. Eng., Muneaki Kurata, C.E. Member

Synopsis The auther presents the charts of stability number prepared for investigating the slope failure of cuts and embankments by inclined gravity force.

These charts may be applied for determination of the maximum height of slope which can be stable at earthquake time, in this paper the other application is also delivered. The assumption is established as the failure line is circular arc. The charts are produced through graphical process.

*昭.28.5.24，土木学会第 9 回年次学術講演会にて発表

**北海道大学助教授，工学部土木工学教室

要旨　粘性を有する土の法面安定を検するに，辷り面を円弧と仮定して作図によりいわゆる摩擦円を用いて解決する方法がある。しかし実際に辷り面を決定するには試索法により多数の作図を繰返えさなければならない。

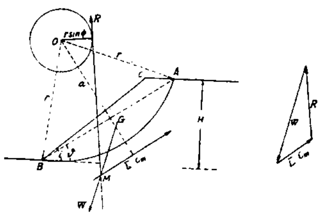
D.W. Taylor は Stability number なる値を設定して図表を作製し，法面勾配，土の重量，内部摩擦角，粘着力を与えると，粘着力に対して適当な安全率をもつ法面の鉛直高さをただちに求めることを可能ならしめた。

さて地震時には崩壊する土楔に働らく重力は震度に応じた傾きをもつものと考えるべきだから，傾斜重力に対する Stability number の図表を作製しておけば地震力を考慮した場合における法面安定高を知る上にもきわめて便であろうと考えられる。

1. Stability number の解説概要

図—1 において CB は水平と i なる角度をもつ法面，円弧 $\widehat{AB}$ は仮定辷り円，O はその中心，r は辷り円半径，ϕ は土の内部摩擦角，G は辷り円上の土楔 ABC の重心，W は土楔に働らく地震力とする。

図—1



さて土の粘着抵抗力 C_m は辷り面に均等に分布するものと仮定すれば，その合力は，Force polygon の形を考慮すれば，弦 $\overline{AB}$ に平行であつて大さは弦 AB の長さを $\overline{L}$ とすれば $\overline{L}\cdot C_m$ となる。

辷り円 $\widehat{AB}$（その弧長を $\widehat{L}$ とす）上の C_m，及び合力 $\overline{L}\cdot C_m$ は中心 O について等しいモーメントをもつはずだから，

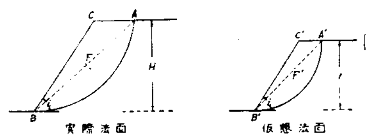
$$\widehat{L}\cdot C_m\cdot r=\overline{L}\cdot C_m\cdot a$$

故に　$a=r\dfrac{\widehat{L}}{\overline{L}}$

これより O 点から $\overline{L}\cdot C_m$ の作用線までの距離 a が定まる。土楔が崩壊する前では $W,\overline{L}\cdot C_m$ 及び土の内部摩擦角を考慮した反力 R の3力は釣合つているはずであるから R は $W,\overline{L}\cdot C_m$ の2力の作用線の交点 M を通り，かつ摩擦円法の趣旨に基づき近似的に O 点を中心とする半径 $r\sin\phi$ なる円に切する方向を向いている。すなわち辷り面 $\widehat{AB}$ を仮定すれば，土楔に働らく3力の作用線の方向はすべて定まり，かつこれ等の3力の釣合から，W を既知とすれば Force diagram を閉合せしめることにより R，及び $\overline{L}\cdot C_m$ の大さを知ることができる。従つて $\overline{L}=$AB であるからただちに C_m の大さがわかる。かくて辷り円をいろいろ変えて最大の C_m を与える辷り面の位置がもつとも確からしい崩壊面と云うことになる。

次に考える法面と相似な鉛直高さ単位長なる仮想法面を考える（図—2）。

図—2



実際の法面における土楔 ABC の面積 F，単位体積の土の重量 γ，及び前記粘着抵抗 C_m に対し，仮想法面においては土楔 A'B'C' の面積 F'，土の単位体積の重量 1，粘着抵抗 C_m' であるものとすれば，相似の幾何学的関係から，

$$\frac{F}{F'}=H^2,\quad \frac{\overline{L}}{\overline{L'}}=H,\quad ただし\ \ \overline{L}'=\mathrm{A'B'}$$

さて水平震度 k_h，鉛直震度 k_v，なる地震時，実際法面に働らく合地震力を W とし，合震度 $K=\tan\theta$ なる傾きをもつて作用するものとする。しからば，

$$W=Fk\gamma\quad ただし\ \ k=\sqrt{k_h^2+(1\pm k_v)^2}$$

k の表式中の複号は下向加速度のとき正号，上向加速度のとき負号をとるものとする。次に仮想法面においては土楔の重量 W' は大さを変えずに作用線の方向のみ実際法面の W に平行に，すなわち鉛直に対して $\tan\theta$ の傾きをもつ場合を考える。すなわち $W'=F'$。

さて両法面の土楔にそれぞれ働らく前記平衡3力の閉合 Force diagramは互いに相似となるはずだから，

$$\frac{\overline{L}C_m}{W}=\frac{\overline{L}'C_m'}{W'}\quad あるいは\quad \frac{\overline{L}C_m}{Fk\gamma}=\frac{\overline{L}'C_m'}{F'}$$

これより　$C_m'=\dfrac{\overline{L}}{\overline{L}'}\,\dfrac{F'}{F}\,\dfrac{C_m}{k\gamma}$

$$=H\cdot\frac{1}{H^2}\,\frac{C_m}{k\gamma}=\frac{C_m}{Hk\gamma}$$

または　$C_m=C_m'k\gamma H$ ……………………………(1)

すなわち仮想法面について C_m' を求めておけば実際の法面については $\gamma,H,$ を与えれば C_m を上の関係式により求めうる。あるいはまた上式より，

$$H=\frac{C_m}{k\gamma C_m'}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

であるから，粘着抵抗 C_m を土の出し得る最大粘着力 C の値にとれば最大法面安全高 H を上式より算出し得ることになる。例えば上の最大粘着力を C とし安全率を S として

$$C_m=\frac{C}{S}$$

のごとく C_m を採れば粘着力に対する安全率 S をも

つた最大法面高 H が求められるわけである。すなわち，

$$H=\frac{C}{C_m'k\gamma S} \qquad \cdots\cdots (3)$$

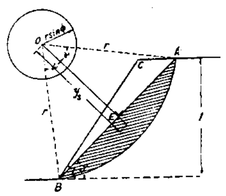
特に C_m' を Stability number と名づけ，地震力のない場合（$k_h=k_v=0$）に対して Taylor は法面傾斜角 i，土の内部摩擦角 ϕ のいろいろの値に対して図表を作製している。

2. 傾斜重力に対する Stability number の図表作製概要

仮想法面について辷り円を仮定してそれぞれ **図—3** のごとく記号を定める。いま，

$$\lambda=\frac{1}{2\sin\vartheta},$$

図—3



とおけば $\overline{AB}=\lambda$,

影線を施せる欠円部分の面積： $f=f'\left(\frac{\lambda}{\sin\alpha}\right)^2$,

O点より欠円部分の重心までの距離：

$$y_s=\frac{8\lambda^3}{12f},\quad \mathrm{OE}=\lambda\cot\alpha,$$

O点より粘着抵抗合力 $L\cdot C_m$ までの距離：

$$a=\frac{\lambda l'}{2\sin^2\alpha'},$$

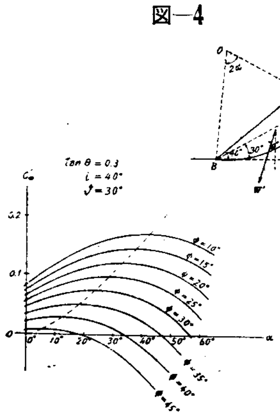
$\triangle$ABC の面積 $=\frac{1}{2}(\cot\vartheta-\cot i)$,

摩擦円の半径 $=\lambda\frac{\sin\phi}{\sin\alpha}$,

ただし上式中の f', l' は半径1なる円において中心角 2α を眺める欠円部分の面積並びに弧長であつて，いづれも 2α を引数とする数値表が与えられている。

上記の諸量は作図に必要な数値であつて，それぞれ角 ϑ 及び α を変数として表わしてある。従つて i，ϕ，および W' の方向が与えられるとまづ ϑ を仮定し α のいろいろの値につき作図を繰返えすことにより，その ϑ に対する C_m' の極大値を求めることができる。いま W' の作用線が鉛直線となす角を θ とし $\tan\theta=0.3$, $i=40°$ のとき $\vartheta=30°$ なる場合の一例を示せば**図—4** のごとくであつて，同図には ϕ の8種の値に対し，α を変数とした場合の C_m' の曲線群を示してある。

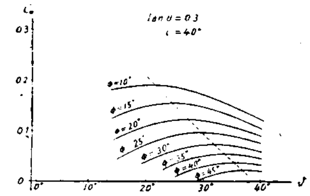
図—4



なお図中の破線は C_m' の曲線群の極大値を連らねたものである。すなわちこの破線上に並ぶ C_m' の値が $\vartheta=30°$ のときの極大値にほかならない。

さてかくのごとき図を ϑ の種々の値に対して作図し C_m' の極大値をそれぞれ求めれば ϑ を変数とせるとき C_m' の極大値のみを連らねる曲線群を得る（**図—5**）。

図—5



かくして得た曲線群において C_m' の極大値を判読すれば（**図—5** 中破線をもつて連らねた点）ϑ，α 両者ともに変動せしめた場合における C_m' の極大値を与えるものである。只今の例では**図—5** 中の破線で連らねた点における C_m' の値は $\tan\theta=0.3$, $i=40°$ の場合における C_m' の極大値にほかならない。

3. 傾斜重力の働らく法面の Stability number の図表

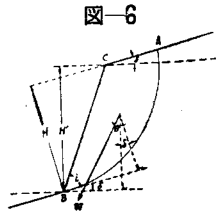
前節に概説せるごとき作図を $\tan\theta=0$, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6 の7通りの場合につき，種々の i について行い，i を変数とせる場合の C_m'，すなわち Stability number の図表を作製した。ただし $\tan\theta=0$ の時は地震力の働らかない場合であつて Taylor の与えた図表に一致するものとなつたことは云うまでもない（D. P. Krynine "Soil Mechanics" Fig. 174)。**附図—1** ないし **附図—7** は求めた結果である。

4. 図表の応用

土楔に傾斜方向の重力が働らく場合の図表を得たので，これ等の図表を用いて，もしくは補間法を適用して法肩上面が水平でなく，ある傾斜角 δ をもつ場合の法面安定を検することができる。すなわち**図—6** に示すごとく**図—1** の図をそのまま δ だけ廻転せしめれば只今の場合に該当するわけである。ただしこの場合算出法高 H も傾斜することになるから，この場合の法高 H' は次式で計算しなくてはならない。

$$H'=H\frac{\sin(i+\delta)}{\sin i} \qquad \cdots\cdots (4)$$

図—6



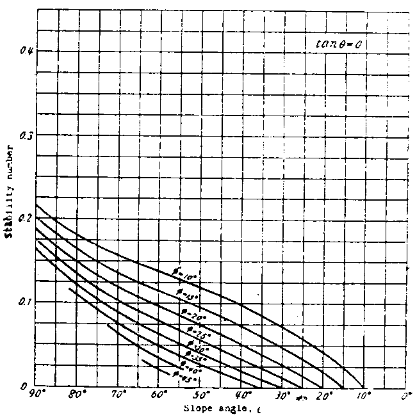
しかもこの場合の法面傾斜角 i'，重力傾斜 $\tan\theta'$ はそれぞれ，

$$\left.\begin{aligned} i'&=i+\delta,\\ \tan\theta'&=\tan(\theta-\delta)\end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots (5)$$

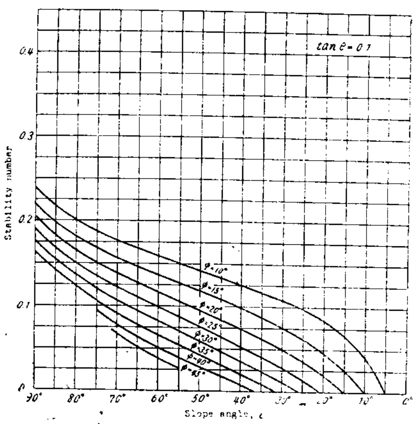
であることを考慮せねばならぬ。

例えば法面傾斜角 i，法肩上面の傾斜角 δ が与えられ，合震度 $K=\tan\theta'\dfrac{k_h}{1\pm k_v}$ なる地震力を考えて鉛直法高 H' を求めるには，まず図を廻転して法肩上面を水平にまで持つてくると，そのときの法面傾斜角 i，及び重力傾斜 $\tan\theta$ は (5) 式によりそれぞれ $i=i'-\delta$，$\tan\theta=\tan(\theta'+\delta)$ で計算される。よつて $\tan\theta$ に該当する附図を用い，あるいはこの値を挾む2枚の附図を用いて補間することとし，前記法面傾斜角 i，及びかかる地震時に対して適当に評価された内部摩擦角 ϕ に該当する Stability number C_m' を読み取る。あるいは補間値を求める。しかる時は，土の重量 γ，及び最大粘着力 C が与えられれば，k は水平，鉛直の両震度より定まる値であり，S は適当な安全率であるから (3) 式により H が求まる。従つて (4) 式により求める鉛直法高 H' が計算されることとなるのであ

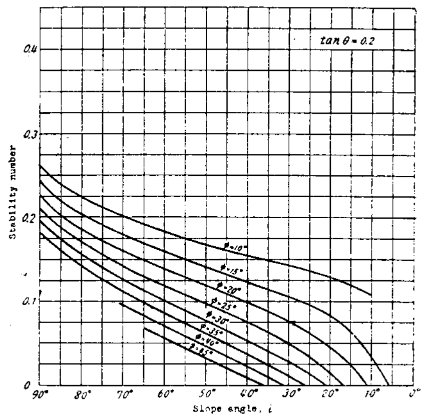
附図—1



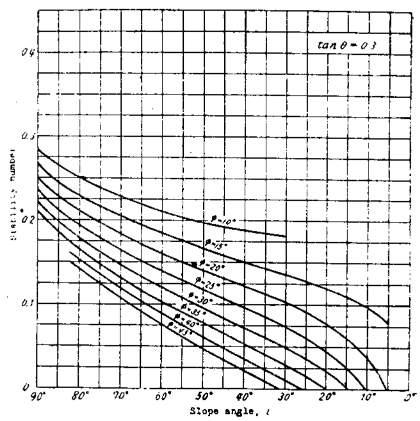
附図—2



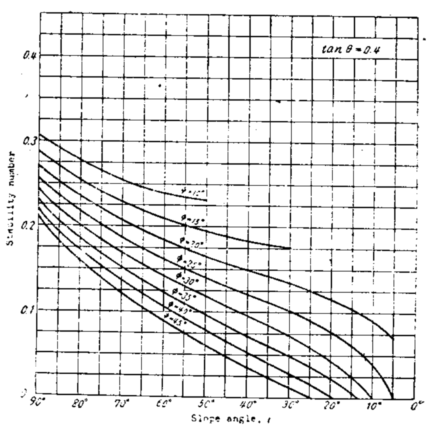
附図—3



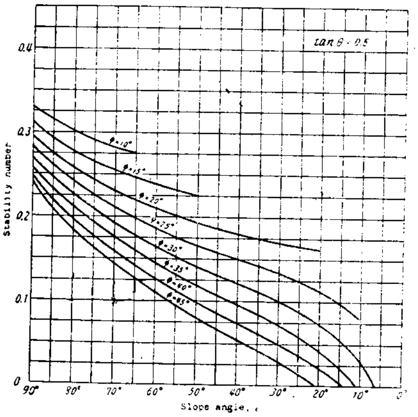
附図—4



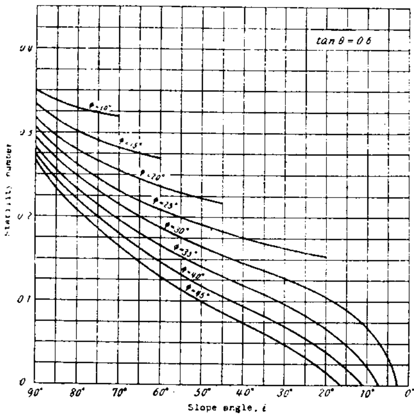
附図—5



附図—6



附図—7



る。この方法により地震力を考えず，法肩上面傾斜のみを考える場合の計算も可能なことは，云うまでもない。実際計算してみると附図の利用できる範囲内では $\pm\delta$ の変化に対して H' は僅少の差異を示すに過ぎないようである。

(昭.28.6.26)

余水路における衝撃波の実験的研究*

准員　石原安雄**

EXPERIMENTAL STUDY OF THE SHOCK WAVE ON OVERFLOW SPILLWAY

(JSCE Nov. 1953)

Yasuo Ishihara, C.E. Assoc. Member

Synopsis Applying the theory of shock wave used in supersonic flow, the author proposed a method to analyse the shock wave on overflow spillway and discussed this method, in comparison with his experemental results.

要旨　超音速流に用いられる衝撃波の理論を応用して，余水路における衝撃波の解析法を提案し，実験結果と比較検討したものである。

1. まえがき

余水路における流れは，一般に超限界流，すなわち射流をなし，導流壁などの境界面の変化によつて衝撃波を生ずることは，低限界流，すなわち常流では見られない大きい特徴である。ところが従来余水路の水理計算では，この衝撃波をほとんど考えずに，普通の水面形の計算法をそのまま用いていたようである。こうした本質的な過誤のために，ときには導流壁の高さが不足した越流し，附近の構造物の基礎や河岸を洗掘崩壊せしめたり，その他種々の不都合を生ずる場合がある。本研究はこの現象を水理学的に解明し，余水路の合理的設計や災害の防止に役立てようとしたものである。

一般に超音速気流と開水路の射流との間には類似性が成立するから，従来前者の研究に際して開水路における実験が利用されてきたわけであるが，逆に前者の理論を後者に利用できることは云うまでもない[1]。この点については，1938 年 von Kármán[2] が指針を与えて以来，特に米国で A.T.Ippen, R.T. Knapp[3),4)] などによつて研究が進められ，相当の成果をあげているようであるが，余水路におけるような不等流の場合はほとんど取り扱われていないようである。ここではこうした不等流における衝撃波について考察を進めたい。

2. 基礎理論

衝撃波の性質はよく知られているが，ここでは説明

*昭.28.5.24，土木学会第9回年次学術講演会にて講演

**京都大学講師，工学部土木工学教室