

# ハリ断面の一樣な3径間連続橋における 径間比について

正員 深谷 俊明\*

## ON THE SPAN RATIO OF A 3 SPAN CONTINUOUS BEAM BRIDGE WITH UNIFORM SECTION

(JSCE Sept. 1953)

Toshiaki Fukaya, C.E. Member

**Synopsis** On designing a 3 span continuous beam bridge with uniform section, the theory of ratio among the length of the spans, generally approved as adequate, can be applied to vast field of designing, but its foundation is not clearly accepted, that which result gives us many uncertainty in its use.

The author discussed the theory under the assumption that the live load is to be equivalent to a uniform load, in order to make the calculation clear and simple, and found that the span ratio which satisfied the economical condition should have a definite relation with the ratio between dead loads and live loads, and succeeded to show some diagrams related to this result for reference of designing.

**要旨** 断面が一樣な3径間連続橋の設計において、従来適当とされている径間比は、その適用範囲が広く、また、これに関する基礎的な資料も明らかでないため設計にあたり不安を感じる場合が多い。筆者は、計算を明確に、かつ、簡単にするため、活荷重を等分布荷重と仮定して、これを検討した。その結果、経済条件を満足する径間比は、死荷重と活荷重との比に関係あることを明らかにし、なお、設計の参考資料として、これに関する図表を作製した。

### 1. 緒言

3径間連続バリには、

- i) 断面が一樣なもの
- ii) 断面を異にするもの
- iii) 断面を異にし、かつ、断面が漸変するもの

の3種類が考えられ、これらの解法や図表等については、すでに発表されているものもあるが<sup>1),2),3),4)</sup>、3径間連続橋の設計にあたり、その経済設計に関する基本的な方針については、未だ明らかにされていないので、筆者は、上記の3種類の連続バリについて、設計上考慮すべき諸点を検討した。本文は、その一部として、断面が一樣な場合における径間比について述べたものである。

### 2. 橋梁と径間割

多径間橋梁の径間割は、橋梁の経済性に大きい影響を持つものであるから、その径間を決定する場合には河川の性状、地質、等を考慮して、経済性を検討の上

これを決定しなければならない。

単純支承の場合は、上部構造、橋台、橋脚、等の各工費を径間  $l$  に関する函数として、それぞれ  $f(l)$ 、 $g(l)$ 、 $h(l)$ 、および一般工費を  $kl$  で表わすことができれば、その経済的な径間割は、これらの函数式、またはグラフから試算でこれを求めることができる。ここに、全工費を  $K$ 、径間数を  $n$  とすれば

$$K = nf(l) + 2g(l) + (n-1)h(l) + nkl$$

となり、その経済的な径間長は、 $n$  を仮定して試算で  $K$  の最小を見出すことによつて求められ、また、解析解として、上式の微分を 0 とおいて、比較的簡単にこれを求めることもできる<sup>5)</sup>。

しかし、不静定構造物においては、設計計算が複雑で、なお、設計資料も少なく、その経済的な径間割を求めることは、一般に困難である。

不静定構造物中、3径間連続橋は、その特性として軽快味と安定感を持ち、設計上興味ある対象とされているが、ハリ断面が一樣であれば、設計計算、施工、製作、等が容易であるため、この型式が比較的多く採用されている。しかし、断面が一樣な連続バリに生ずる曲げモーメントは、径間割によつて、いちじるしくその値を異にし、経済性に及ぼす影響が大きいから、径間割については、特に検討の要があるように考えられる。

### 3. 3径間連続橋において従来用いられている径間比

ハリ断面が一樣な3径間連続橋において、径間比を  $0.5 \sim 0.8 : 1.0 : 0.5 \sim 0.8$  とすることが従来提唱され、

\* 国有鉄道、施設局特殊設計室

一般に 0.7~0.8:1.0:0.7~0.8 とすることが無批判的に習慣化されているが、常に経済条件を満足しているものとは考えられない。なお、活荷重の性格を異にする鉄道橋と道路橋における径間比の異なるらびに鋼橋とコンクリート橋における径間比の区別も明らかにされず、連続橋の設計にあたり、矛盾と不安を感じるのは、筆者一人ではあるまい。例えば、諸大家が発表されている径間比は、表-1 に示すように区々別々であり、また荷重の仮定条件が明らかにされていないため、設計にあたり、その判定は一般に困難である。

表-1 文献に掲載されている径間比

著者名	径間比	備考
吉野太郎一博士 <sup>6)</sup>	7 : 8 : 7	0.87 : 1.0 : 0.87
	4 : 5 : 4	0.80 : 1.0 : 0.80
	2 : 5 : 2	0.40 : 1.0 : 0.40
青木 楠男博士 <sup>7)</sup>	0.7 : 1.0 : 0.7	
三浦 七郎博士 <sup>8)</sup>	0.8 : 1.0 : 0.8	
Adolf Pucher <sup>9)</sup>	0.5~0.8:1.0:0.5~0.8	

次に、横道英雄博士著“鉄筋コンクリート橋”中の「世界長径間鉄筋コンクリート桁橋輯覧」から、世界の主要な鉄筋コンクリート造の3径間連続橋の径間割を挙げれば、表-2 のようになる。

表-2 世界の主要な鉄筋コンクリート造3径間連続橋の径間割ならびに径間比

橋名	国名	径間割(m)	径間比
Oker	ドイツ	8.6+36+8.6	0.24:1.0:0.24
Enz	ドイツ	26.1+32.5+26.1	0.80:1.0:0.80
Murg	ドイツ	21+30+21	0.70:1.0:0.70
New Mckee St.	アメリカ	25.9+36.6+25.9	0.71:1.0:0.71
Pescara	イタリア	31.6+41.6+31.6	0.76:1.0:0.76
Sajó	ハンガリー	26+32.2+26	0.81:1.0:0.81
Sebeskörös	ハンガリー	18.8+31.1+18.8	0.60:1.0:0.60
Gran	ハンガリー	24+30+24	0.80:1.0:0.80
Vág	ハンガリー	24+30+24	0.80:1.0:0.80

従つて、表-1, 2 から従来用いられている径間比は、0.5~0.8 の広範囲にわたり、0.7~0.8 が最も多く使用されていることが推定される。

4. 断面が一樣な3径間連続橋における径間比

ハリ断面が一樣な3径間連続橋の径間比  $m$  は、前節で述べたように、普通 0.7~0.8 が採用されているが、この値については、従来あまり深く検討されず、また、0.7, 0.8 のいずれを使用しても経済的となるような印象を与えている。しかし、これを計算すれば表-3 に示すような差異が認められ、0.7 よりも 0.8 の方が一般に有利である。なお、表-3 は、0.8 が満足できる値ではなく、 $m$  は、死荷重と活荷重との比  $\gamma$  を考慮して、その値を選ばなければならないことを示唆している。

表-3  $m=0.7, m=0.8$  における正の最大曲げモーメントに関する係数  $\alpha$  の値

$m$	$M_{max}^{(1)} = \alpha_1 w_c L^2$		$M_{max}^{(2)} = \alpha_2 w_d L^2$	
	$m=0.7$	$m=0.8$	$m=0.7$	$m=0.8$
死荷重のみの場合	0.0049	0.0067	0.0083	0.0065
$\gamma=2.0$ の場合	0.0093	0.0116	0.0142	0.0117
$\gamma=1.0$ の場合	0.0137	0.0164	0.0201	0.0169
$\gamma=0.5$ の場合	0.0225	0.0262	0.0319	0.0272
$\gamma=0.2$ の場合	0.0491	0.0555	0.0672	0.0582
$\gamma=0.1$ の場合	0.0923	0.1043	0.1261	0.1098

註:  $L=(2m+1)l$ ……全径間長

$\gamma=w_c/w_d$ ……死荷重と活荷重との比

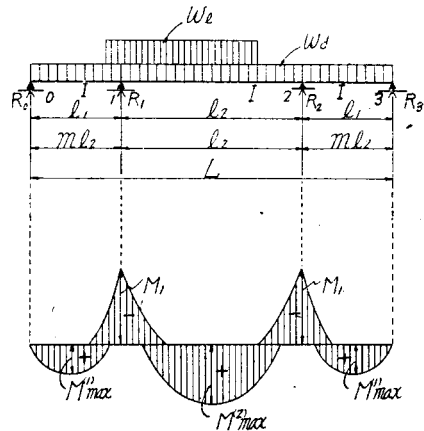
$M_{max}^{(1)}$ ……側径間の正の最大曲げモーメント

$M_{max}^{(2)}$ ……中央径間の正の最大曲げモーメント

$l$ ……中央径間長

図-1 に示すような、断面が一樣な3径間連続橋における曲げモーメントは、 $m$  の函数で表わされ、これをまとめれば表-4 のように示される。

図-1 記号の説明



従つて、死荷重  $w_d$ , 活荷重  $w_l$  によつて生ずる最大曲げモーメントと  $m$  との間には 図-2, また、反力  $R_0, R_1$  と  $m$  との間には、図-3 のような関係がある。

ハリ断面が一樣な場合、これを経済的に設計するためには側径間  $l_1$  に生ずる正の最大曲げモーメント  $M_{max}^{(1)}$  と、中央径間  $l_2$  に生ずる正の最大曲げモーメント  $M_{max}^{(2)}$  との間には

$$M_{max}^{(1)} = M_{max}^{(2)} \dots \dots \dots (1)$$

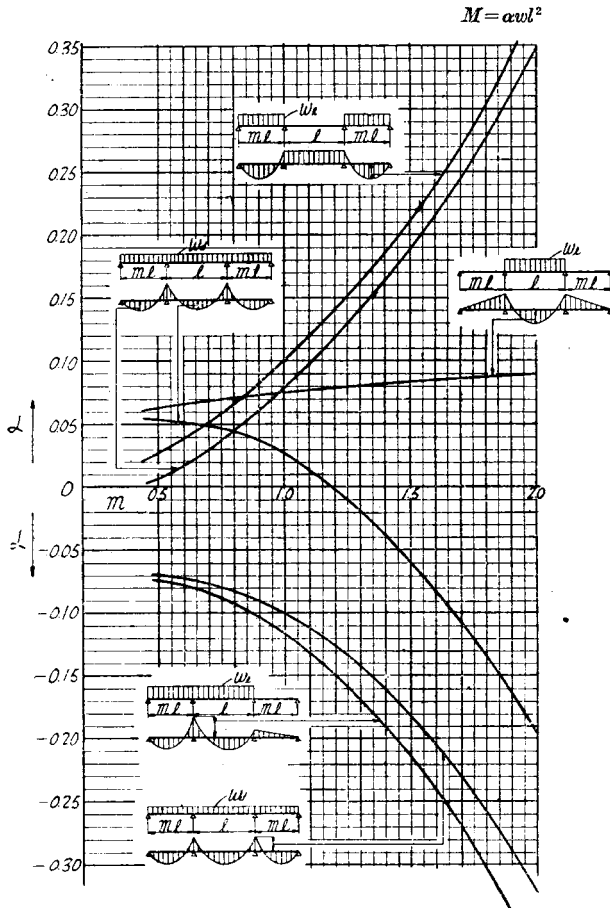
なる関係がなければならない。この条件を満足する  $m$  は、表-4 から次のようにこれを求めることができる。

死荷重  $w_d$  に対し (1) 式を満足するためには

表-4 断面が一樣な3径間連続バりに生ずる曲げモーメントに関する係数

	$\alpha_1 (M_1 = L_1 W l^2)$	$\alpha_2 (M_2 = L_2 W l^2)$	$\alpha_1 (M_{max} = L_1 W l^2)$	$\alpha_2 (M_{max} = L_2 W l^2)$
	$\frac{1+m^3}{4(2m+3)}$	$\frac{1+m^3}{4(2m+3)}$	$\frac{1}{8} \left\{ m^2 \frac{(1+m^3)(7m+12m^2-1)}{(2(2m+3)m)^2} \right\}$	$\frac{1}{8} \left\{ 1 - \frac{2(m^3+1)}{2m+3} \right\}$
	$\frac{2m^2+2m^3+2m+1}{4(4m^2+8m+3)}$	$\frac{-m^2+2m+1}{4(4m^2+8m+3)}$	$\frac{1}{8} \left\{ m^2 \frac{2(2m+1)(m^2+1)-1}{4(m+1)^2-1} \left\{ 1 - \frac{2(2m+1)(m^2+1)-1}{4m^2(4m+1)^2} \right\} \right\}$	$\frac{1}{8} \left\{ 1 + \frac{m^3}{2(2m+3)} - \frac{m^2+2}{2m+3} \right\}$
	$\frac{m^3}{4(2m+3)}$	$\frac{m^3}{4(2m+3)}$	$-\frac{m^2}{8} \left\{ 1 - \frac{(7m+12)}{4(2m+3)^2} \right\}$	
	$\frac{m^3(1+m)}{2(4m^2+8m+3)}$	$\frac{m^3}{4(4m^2+8m+3)}$	$\frac{m^2}{8} \left\{ 1 - \frac{2(m+1)m}{4(m+1)^2-1} \left\{ 1 - \frac{(m+1)m}{4(4m+1)^2} \right\} \right\}$	
	$\frac{1}{4(2m+3)}$	$\frac{1}{4(2m+3)}$		$\frac{1}{8} \left\{ 1 - \frac{2}{2m+3} \right\}$

図-2 径間比が  $m : 1 : m$  で断面が一樣な3径間連続バりにおいて死荷重  $w_d$ , 等分布荷重  $w_l$  によつて生ずる曲げモーメントに関する係数  $\alpha$  の値



$$\frac{1}{8} \left[ m^2 - \frac{(1+m^3)\{7m+12\}m^2-1}{2(2m+3)m^2} \right] w_d l^2 = \frac{1}{8} \left\{ 1 - \frac{2(m^3+1)}{2m+3} \right\} w_d l^2 \dots (2)$$

でなければならない。これを整理すれば  
 $25m^6 + 30m^5 + 20m^4 - 38m^3 - 24m^2 + 1 = 0$   
 $\dots (2')$

これを解けば  
 $m = 0.795 \dots (3)$

また、活荷重  $w_l$  にたいしては  
 $\frac{m^2}{8} \left\{ 1 - \frac{(7m+12)}{4(2m+3)^2} \right\} w_l l^2 = \frac{1}{8} \left\{ 1 - \frac{2}{(2m+3)} \right\} w_l l^2 \dots (4)$

となり、これを整理すれば  
 $9m^4 + 36m^3 + 20m^2 - 32m - 12 = 0 \dots (4')$

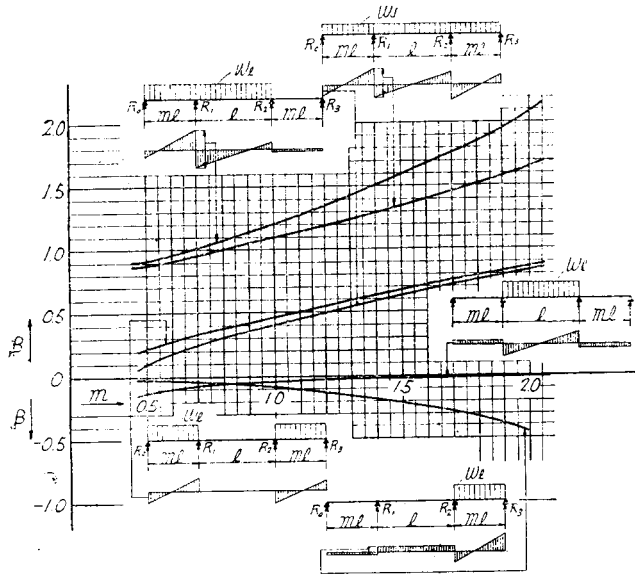
これを解けば  
 $m = 0.829 \dots (5)$

従つて、ハリ断面が一樣な3径間連続バりにおける経済的な径間比  $m$  は、次の範囲内にあることがわかる。

$$m = 0.795 \sim 0.829 \dots (6)$$

なお、 $m$  は、 $\gamma$  の小さい鋼鉄道橋に対しては 0.829 に近く、 $\gamma$  の大きい鋼道橋に対しては 0.795 に近い値が適当のように思われる。すなわち、 $m$  は  $\gamma$  によつてその値を異にすることが考えられ、 $m$  と  $\gamma$  との関係は表-4 から次のように求められる。

図-3 径間比が  $m : 1 : m$  で断面が一樣なる3径間連続バリアにおいて死荷重  $w_d$  活荷重  $w_l$  によつて生ずる反力に関する係数  $\beta$  の値  $R = \beta w l$



$$\left. \begin{aligned} M_1^{(1)} &= -\frac{w_d + m^3(w_d + w_l)}{4(2m + 3)} l^2 \\ M_1^{(2)} &= -\frac{(w_d + w_l) + m^3 w_d}{4(2m + 3)} l^2 \end{aligned} \right\} \dots (7)$$

ここに、 $M_1^{(1)}$ 、 $M_1^{(2)}$  は、 $M_{\max}^{(1)}$ 、 $M_{\max}^{(2)}$  が生ずる場合、支点 1 における負の曲げモーメントを示す。

また  $M_{\max}^{(1)}$ 、 $M_{\max}^{(2)}$  は

$$\left. \begin{aligned} M_{\max}^{(1)} &= \frac{(w_d + w_l)m^2 l^2}{8} \\ &+ \frac{M_1^{(1)}}{2} \left\{ 1 + \frac{M_1^{(1)}}{(w_d + w_l)m^2 l^2} \right\} \\ M_{\max}^{(2)} &= \frac{(w_d + w_l)l^2}{8} + M_1^{(2)} \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

$w_d = \gamma w_l$  とおけば (7)、(8) 式は、

$$\left. \begin{aligned} M_1^{(1)} &= -\frac{\gamma + m^3(\gamma + 1)}{4(2m + 3)} w_l l^2 \\ M_1^{(2)} &= -\frac{(\gamma + 1) + m^3 \gamma}{4(2m + 3)} w_l l^2 \end{aligned} \right\} \dots (7')$$

$$\left. \begin{aligned} M_{\max}^{(1)} &= \left[ \frac{(\gamma + 1)m^2}{8} - \frac{\gamma + m^3(\gamma + 1)}{8(2m + 3)} \left\{ 1 - \frac{8 + m^3(\gamma + 1)}{4(1 + \gamma)m^2(2m + 3)} \right\} \right] w_l l^2 \\ &= \left[ \frac{4(1 + \gamma)^2(2m + 3)^2 m^4 - \{\gamma(1 + m^3) + m^3\} \{\gamma(7m + 12m^2 - 1) + (7m + 12)m^2\}}{32(1 + \gamma)(2m + 3)^2 m^2} \right] w_l l^2 \\ M_{\max}^{(2)} &= \left[ \frac{1 + \gamma}{8} - \frac{(1 + \gamma) + m^3 \gamma}{4(2m + 3)} \right] w_l l^2 \\ &= \left[ \frac{\gamma(2m + 1 - 2m^3) + (2m + 1)}{8(2m + 3)} \right] w_l l^2 \end{aligned} \right\} \dots (8')$$

(1) 式を満足するためには、(8') の両式は等しくなければならない。

従つて

$$\begin{aligned} &4(2m + 3)m^2(1 + \gamma)\{(2m + 1) - (2m^3 - 2m - 1)\gamma\} \\ &- 4(1 + \gamma)^2(2m + 3)^2 m^4 + \{\gamma(1 + m^3) + m^3\} \\ &\{\gamma(7m + 12m^2 - 1) + (7m + 12)m^2\} = 0 \dots (9) \end{aligned}$$

上式を簡単にするため、係数を次のように示せば、

$$\gamma^2 \text{ の係数} \dots a = -25m^5 - 60m^4 - 20m^3 + 38m^2 + 24m - 1$$

$$\gamma \text{ の係数} \dots b = 2(-17m^4 - 48m^3 - 20m^2 + 35m + 18)m^2$$

$$\text{常数項} \dots c = (-9m^4 - 36m^3 - 20m^2 + 32m + 12)m^2$$

(9) 式は次のように書換えられる。

$$a\gamma^2 + b\gamma + c = 0 \dots (10)$$

従つて

$$\gamma = \frac{1}{2a} \left\{ -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac} \right\} \dots (11)$$

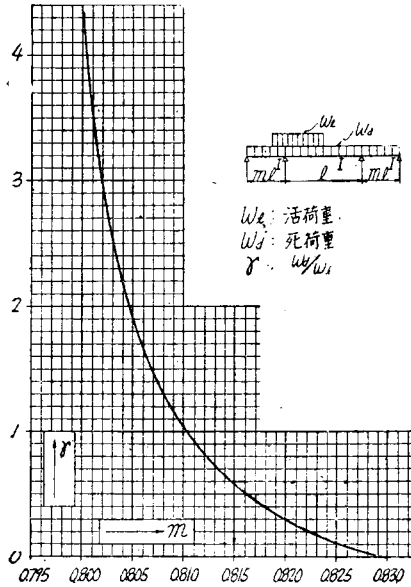
(正の符号をとる)

となり、(6) 式の条件を入れて、これを図表化すれば、図-4 が得られる。

鉄道橋ならびに道路橋における  $\gamma$  値は<sup>(10),(11)</sup>、正の最大曲げモーメントに関する換算等分布活荷重を求めて、これを計算すれば、図-5 のようになり、これを参考資料として、図-4 から適正に近い径間比  $m$  を求めることができる。

この場合、図-5 が連続橋について作製されたものであれば、ただちに適正な  $m$  を求めることができるのであるが、連続橋に関する資料が乏しくて、図表化できないのは遺憾である。従つて、連続橋の  $\gamma$  に関する図表の完成は、将来に待たなければならないが、設計にあつては、図-5 から求められる  $\gamma$  の値を適宜修正するか、あるいは、これを基礎として、数回の試算で適正な径間比  $m$  を求めることができる。

図-4  $M_{max}^{(1)} = M_{max}^{(2)}$  を満足する  $\gamma$  と  $m$  の関係



死荷重のみの場合……… $\epsilon = 1.80 \sim 1.70$   
 活荷重のみの場合……… $\epsilon = 1.30 \sim 1.35$   
 死荷重と活荷重とを考慮する場合……… $\epsilon = 1.40 \sim 1.60$   
 と考えられ、ハリに生ずる、負の最大曲げモーメントと側径間ならびに中央径間に生ずる正の最大曲げモーメントを等しくすることは、不可能である。従つて断面を一樣にするためには、絶対値の大きい負の最大曲げモーメントを対象として、設計しなければならない。しかし、このような設計で、経済的な結果を期待することはできない。

従つて、側径間ならびに中央径間に生ずる正の最大曲げモーメントが等しくなる  $m$  を求め、負の最大曲げモーメントに対しては、必要な断面を算定することが考えられる。しかし、支承部の断面を大きくすることは、厳密な意味で、これを断面が一樣な連続バリとはいいいにくく、一応、断面変化の影響を検討しなければならない。

鉄筋コンクリート矩形バリにおいて、許容応力度を一定にすれば、支承部のハリ高さは、 $\epsilon$  の値に応じて、表-5 のように増加する。

図-5 鉄道橋ならびに道路橋における  $\gamma$  の値

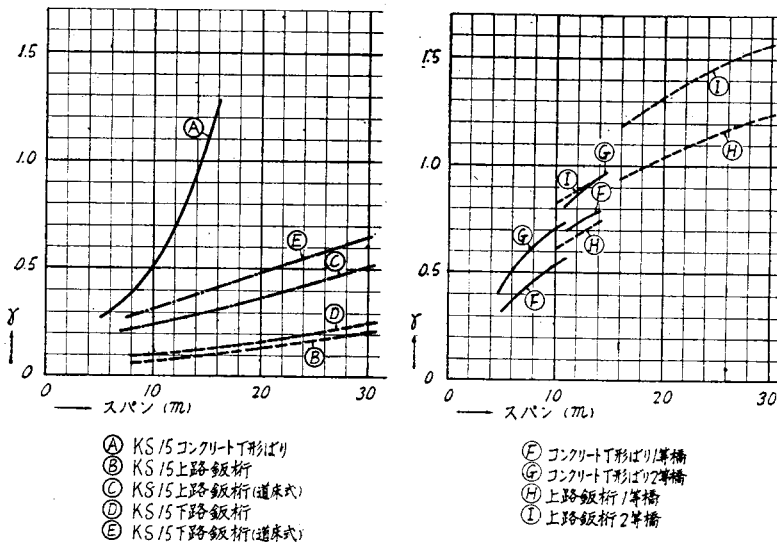
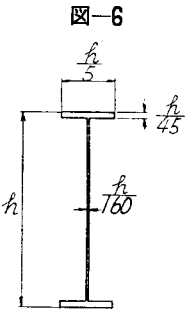


表-5 曲げモーメントの増加にもなう鉄筋コンクリート矩形バリのハリ高さの増加

$\epsilon$	ハリ高さの増加
1.40	18%
1.60	27%

鋼桁において、断面を図-6 のように仮定すれば、



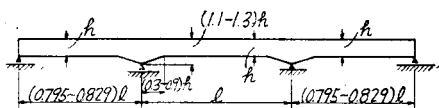
5. 断面が一樣な3径間連続橋におけるハンチ  
 連続橋の設計にあたり、負の最大曲げモーメントは、正の最大曲げモーメントより、一般に大きいことを考慮しなければならない。負の最大曲げモーメントと正の最大曲げモーメントとの比を  $\epsilon$  とすれば、 $\epsilon$  は  $m$ 、 $\gamma$  の値によつて、その値を異にし、 $m = 0.795 \sim 0.829$  の範囲内では、

その桁高さの増加率は、表-6 のようになる。

表-6 曲げモーメントの増加にもなう桁高さの増加

$\epsilon$	桁高さの増加
1.40	12%
1.60	17%

図-7



ハンチが曲げモーメントに及ぼす影響を考慮して、表-5, 6 から最大値と考えられる値をとり、ハリの寸法割合を図-7 に示す程度にして、これを検討したが、曲げモーメントに与える影響は微小であり、この程度であれば、一樣な断面を有する連続バリとして、計算してもよいように考えられる。

例えば、図-8 において、 $\gamma=1$  の場合、ハンチの影響を考慮した (A) と、ハンチの無い (B) との曲げモーメントを比較すれば、表-7 のような結果が得られる。

図-8

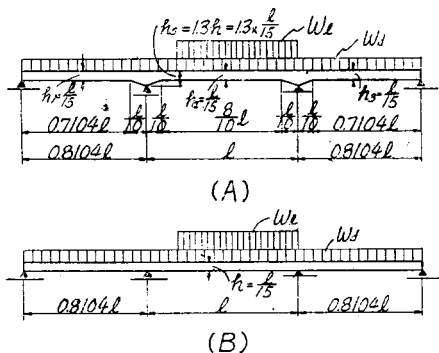


表-7 図-8 における曲げモーメントの比較

	正の最大曲げモーメント		負の最大曲げモーメント
	側径間	中央径間	
(A)	$0.1061 wl^2$	$0.1061 wl^2$	$0.1831 wl^2$
(B)	$0.1140 wl^2$	$0.1140 wl^2$	$0.1736 wl^2$
(A)/(B)	0.93	0.93	1.05

しかし、ハンチがさらに大きくなれば、曲げモーメントに及ぼす影響も増大し、もはや、これを断面が一樣な連続バリとして、取扱うことは不適當となる。

### 6. 結論

本文は、径間上の活荷重を等分布荷重と仮定し、主として、曲げモーメントを対象としてまとめたものであつて、実際の荷重体系ならびにせん断力、等に関しては、さらに検討を加えつつある。本文の結果を要約

すれば、

(1) 断面の一樣な3径間連続橋においては、側径間と中央径間に生ずる正の最大曲げモーメントが等しい場合が、最も経済的であり、この条件を満足する径間比  $m$  は、0.795~0.829 の範囲内にある。

(2) 経済的な径間比  $m$  は、死荷重と活荷重との比  $\gamma$  の値によつて、その値を異にする。

(3) 図-5 に示した  $\gamma$  値は、単純支承橋梁のものであるが、これを適宜修正すれば、図-4 から適正な径間比  $m$  を求めることができる。

(4) 支承上の負の最大曲げモーメントに対し、経済上ハンチをつけることが望ましい。図-7 に示す程度のハンチが、曲げモーメントに及ぼす影響は微小である。従つて、図-7 程度のハンチを有する連続バリは、これを断面が一樣な連続バリと仮定して計算してもよい。

本研究にあたり、当室長友永和夫博士、川口輝夫技師の指導をいただき、計算については、齋藤昇君の協力を得たことを附記する。

### 文 献

- 1) G. Anger: Zerteilige Einflusslinien für durchlaufende Träger, 1935.
- 2) W. Kapferer: Tabellen der Maximalquerkräfte und Maximalmomente durchlaufender Träger mit 2, 3 und Öffnungen verschiedener Weite bei gleichmäßig verteilter Belastung
- 3) Andr. Aas Jakobsen: Zur Berechnung durchlaufender Träger und Rahmen mit Schrägen, Beton u Eisen, Heft 16, 1936.
- 4) Willy Prager: Der Einfluss der Vouten auf die Querkräfte und Biegemomente durchlaufender Balken, Beton u Eisen, Heft 18, 1926
- 5) 例えば、平井敦:「鋼橋」(1), 428
- 6) 吉町太郎:「鋼橋の理論と計算」, 356
- 7) 青木楠男:「橋梁工学」, 322
- 8) 三浦七郎:「鋼橋」, 上巻, 160
- 9) Adrolf Pucher: Lehrbuch des Stahlbetonbaues, 1952, s. 281
- 10) 鉄筋コンクリート桁は国鉄標準図, 鋼橋は橋梁研究会編「鋼鉄橋梁設計資料」による。
- 11) 内務省土木試験所報告, 昭和 16.8, 昭和 18.1 を参照

(昭.28.5.19)