

表-8

α=700

η	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>5</sub>	Θ	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	U <sub>1</sub>	U <sub>2</sub>	U <sub>3</sub>	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	V <sub>3</sub>	W <sub>1</sub>	W <sub>2</sub>	W <sub>3</sub>	
1	0.5	120.5	301.9	378.6	112.3	32.65	36.08	23.69	2277	48.87	257.0	2035	4822	13226	4572.0	6476	4328.10	2122.00	8237.00
	1.0	138.7	347.8	348.1	132.3	42.24	27.08	23.60	2210	31.75	121.0	1577	4266	10273	10274	6186	4724.10	5483.00	15670.00
	1.5	152.2	425.0	421.3	170.5	34.10	19.04	23.91	2295	17.77	127.7	1337.7	2567	3222	6045	2191	4184.10	3635.00	45000.00
	1.8	204.4	492.4	422.0	128.3	35.47	13.33	23.27	2302	15.32	204.6	773.4	171.8	3203	4136	1375	3127.10	2619.00	45650.00
	1.2	229.8	562.9	564.9	122.6	10.84	10.897	23.24	2302	13.65	444.9	417.6	1204	2277	3004	3475	2628.10	2442.00	23710.00
	1.7	221.1	526.0	577.2	144.5	12.87	9.023	23.22	2304	12.50	538.7	513.5	538.7	1071	2379	424.6	2142.10	2573.00	25130.00
	1.6	220.7	624.6	625.1	144.6	14.94	7.132	23.21	2305	11.96	447.8	433.9	324.3	1274	1977	530.6	1825.10	1222.00	22220.00
	1.4	238.9	672.2	625.8	120.9	12.09	6.765	23.20	2305	11.55	406.0	332.9	425.1	1271	2379	424.6	2142.10	2573.00	25130.00
	1.2	306.1	736.0	731.8	130.7	14.23	6.025	23.19	2307	11.27	361.9	337.6	572.6	1078	3126	336.1	1412.10	521.8	12240.00
	2.0	317.0	723.6	771.5	117.3	21.57	5.412	23.19	2308	11.66	326.6	260.5	506.7	1071	2379	235.0	1225.10	2407	12240.00
2	0.5	122.0	425.0	421.3	170.5	34.10	18.06	23.91	2295	17.77	127.7	1337.7	2567	3222	6045	2191	4184.10	3635.00	45000.00
	1.0	201.6	451.4	427.0	198.3	35.47	15.53	23.27	2302	15.32	204.6	773.4	171.8	3203	4136	1375	3127.10	2619.00	45650.00
	1.5	221.1	624.6	577.2	144.5	12.87	9.023	23.22	2304	12.50	538.7	513.5	538.7	1071	2379	424.6	2142.10	2573.00	25130.00
	1.8	229.8	672.2	625.8	120.9	12.09	6.765	23.20	2305	11.55	406.0	332.9	425.1	1271	2379	424.6	2142.10	2573.00	25130.00
	1.2	323.7	723.6	771.5	117.3	21.57	5.412	23.19	2308	11.66	326.6	260.5	506.7	1071	2379	235.0	1225.10	2407	12240.00
	1.7	327.7	847.2	845.2	146.0	25.64	4.511	23.18	2309	11.06	273.8	252.2	401.5	1071	2379	121.9	1221.10	2407	12240.00
	1.6	330.0	814.7	913.1	137.2	22.71	3.860	23.17	2309	10.442	236.0	216.8	326.3	1071	2379	121.9	1221.10	2407	12240.00
	1.4	404.5	726.0	726.3	142.5	34.19	3.383	23.17	2310	10.537	227.8	184.7	285.3	1071	2379	121.9	1221.10	2407	12240.00
	1.2	431.0	1032.2	1035.0	127.2	34.64	3.007	23.16	2310	10.667	185.8	164.5	268.7	1071	2379	121.9	1221.10	2407	12240.00
	2.0	458.1	1032.2	1035.0	127.2	43.76	2.206	23.16	2311	10.817	168.7	142.4	226.7	1071	2379	121.9	1221.10	2407	12240.00
3	0.5	213.4	520.0	516.8	110.8	16.15	23.23	2301	14.85	71.5	65.4	146.0	127.9	321.6	110.8	272.0	272.0	3204.10	3204.10
	1.0	251.1	620.0	577.2	144.5	12.87	9.023	23.22	2304	12.50	538.7	513.5	538.7	1071	2379	424.6	2142.10	2573.00	25130.00
	1.5	304.1	724.0	731.8	130.7	14.23	6.025	23.19	2307	11.27	361.9	337.6	572.6	1078	3126	336.1	1412.10	521.8	12240.00
	1.8	327.7	847.2	845.2	146.0	25.64	4.511	23.18	2309	11.06	273.8	252.2	401.5	1071	2379	121.9	1221.10	2407	12240.00
	1.2	338.0	747.0	745.0	144.6	14.94	7.132	23.21	2305	11.96	447.8	433.9	324.3	1274	1977	530.6	1825.10	1222.00	22220.00
	1.7	339.0	1032.2	1035.0	127.2	34.64	3.007	23.16	2310	10.667	185.8	164.5	268.7	1071	2379	121.9	1221.10	2407	12240.00
	1.6	415.3	1128	1113.9	141.8	40.87	2.577	23.16	2311	10.978	167.7	142.9	201.0	1071	2379	121.9	1221.10	2407	12240.00
	1.4	477.1	1128	1113.9	141.8	42.8	2.355	23.15	2311	10.557	181.8	161.1	201.0	1071	2379	121.9	1221.10	2407	12240.00
	1.2	577.1	1276	1246.7	127.2	37.67	2.164	23.15	2311	10.821	172.7	146.8	171.1	1071	2379	121.9	1221.10	2407	12240.00
	2.0	585.4	1276	1246.7	127.2	44.0	1.846	23.15	2311	10.721	164.8	142.7	154.8	1071	2379	121.9	1221.10	2407	12240.00

### 開水路不等流の相似理論的考察とその応用<sup>1)</sup>

正 貞 粟 津 清 蔵\*

#### SIMILARITY THEORETICAL CONSIDERATION ABOUT NON-UNIFORM FLOW IN OPEN CHANNELS, AND ITS APPLICATION

(JSCS July 1953)

Seizō Awazu, C. E. Member.

**Synopsis** The surface profile of non-uniform flow in open channel can be calculated by the Bernoulli's equation indicated as eq. (1).

This process can be treated mechanically for any boundary conditions.

The author call them "Mechanical Analysis" for this method.

But it is used only in simple boundary case so the author presents here a new consideration to complement the weak point of it, that is found when we plan the experiment or analyse the data.

Then all variables containing in eq. (1), the author write in a dimensionless form. Thus eq. (1) is rewritten as eq. (2).

And, surface profile can be calculated by eq. (2), the author call them "Similarity Theoretical Analysis" for this process.

As it's application, in this paper the author treated the surface profile in the open channels, that wide is given by sine function.

**要旨** 開水路不等流の水面形は(1)式で示される Bernoulli の式を計算することによつて求められる。この過程は与えられた環境に対して機械的に行われるもので著者はこの解析法を機械的解析と呼ぶ。しかしこの方法は単一な環境のもつて起る現象を説明するに

は好都合であるが、さまざまな環境のもつて起る現象の類似性を見出すための実験計画あるいは資料の解析にはよい解析法ではない。これ等の欠点を補うために著者は新しい考えを提案する。

そこで(1)式に含まれるすべての変数を無次元の形に書き、(2)式のように書きかえる。そしてこの式

\* 日本大学工学部土木教室

を解くことによつて (1) 式の場合と同様水面形は求められる。著者はこの解析過程を相似理論的解析と呼ぶ。その応用として水路巾が Sine 函数で与えられる水路の水面形について述べる。

1. 緒言

いままで、開水路不等流の現象を説明する場合、Bernoulli の式より境界条件に適合する解を求めそれによつて説明していた。これ等の方法は細部の事項をのぞいて総体的に考えると単に環境そのものを考えて機械的に直接 Bernoulli の式を解いている。その解が厳密解である限り理論としての必然性から現象の根底にある類似性が現われている。例えば背水函数はそれを意味している。この解析過程は現象の類似性そのものを考えて出発しなくとも一般解が得られる限り現象の類似性がただちに得られる。このような解析を著者は Mechanical Analysis と名づける。

一方我々は現象の解析に当つて二、三の仮定を行つてまでも現象の一般解、言い換えれば現象の根底にある類似性あるいは普遍性がほしいのである。在来の考え方で一般解が得られない時には現象をどうして解析するか、その方法として実験を行うのも一つの手段である。しかし解析の出発点において現象の類似性を考え、すなわち相似理論的考察をほどこしその解を求めるのも一つの考え方と思う。この考えに従つて現象を解析する全過程を Similarity Theoretical Analysis と名づける。

その利点は前述の事項から推論せられるように、容易に一般解が得られない時にもさまざまな現象の根底にある類似性並びに、逆に実験計画あるいは資料の整理にはこの解析法が便利であることが容易に理解せられる。なおこれ等の事項については 3. を参照せられたい。

2. 相似理論的解析の基本式

矩形断面開水路を対称としての基本式について述べる。一般に不等流の Bernoulli の式は次の式で与えられる。

$$\frac{dh}{dx} - i + \alpha \frac{d}{dx} \left( \frac{v^2}{2g} \right) + \frac{v^2}{C^2 R} = 0 \dots \dots \dots (1)^2)$$

いま等流時の水深、平均流速、水路巾を各  $h_0, v_0, b_0$  とし、基本式である無次元運動方程式を誘導するにあつて次の仮定を行ふ。

1) 水路巾は非常に大きい、2) 不等流の所の Chézy の係数は等流時のそれに等しい。

次に (1) 式に含まれる変数を次に示される無次元項  $H, V, B, X$  をもつて水深、平均流速、水路巾、距離を表わすものとする。

$$H = h/h_0, V = v/v_0, B = b/b_0, X = \alpha x/l$$

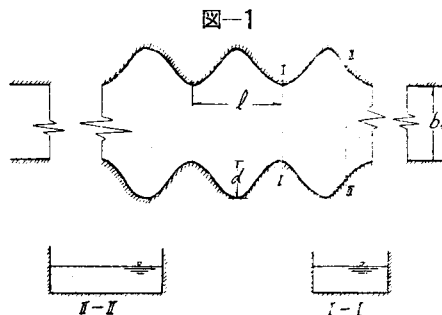
ただし  $l$  はある特定の長さで実際問題としては水路あるいは水流を特徴づける長さを取る。連続の式は  $HVB = 1$  で与えられ、(1) 式に相当する無次元運動方程式を変形すると矩形断面開水路の相似理論的解析の基本式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dH}{dX} &= \frac{iK_1(1-1/H^3B^2) + (\alpha F_0/H^2B^3)dB/dX}{1 - \alpha F_0/H^3B^2} \\ K_1 &= l/h_0, F_0 = v_0^2/gh_0 \end{aligned} \right\} (2)$$

このような式の変形をしても変数の組合せは何等簡易化せられていない、そして一般解を求めるには同じ程度の複雑性がある。しかし (2) の解を求めなくともそれ自身から現象の類似性がただちに理解せられる。逆に我々は実験計画、資料の整理には一つの合理的方針が暗示せられる。そのことについては次節を参照せられたい。

3. 水路巾が Sine function で与えられる水路についての基本式

図-1 に示されるような上流直線部、中流曲線部、下流直線部の底勾配一定な開水路の曲線部の流れについて考える。



さて水路を特徴づける長さ  $l$  を水路巾の最小の所から最小になる所までの距離に取る。以下

$l$  に相当する部分を 1 区間と呼ぶ。1 区間の水路側壁は図-2 に示される Sine curve で次の式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{d}{2} \left\{ 1 - \sin \left( \frac{2\pi x}{l} - \frac{3\pi}{2} \right) \right\} \\ B &= 1 + \frac{d}{b_0} \left\{ 1 - \sin \left( 2\pi X - \frac{3\pi}{2} \right) \right\} \\ \frac{dB}{dX} &= -\frac{2\pi d}{b_0} \cos \left( 2\pi X - \frac{3\pi}{2} \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots (3)$$

(3) を (2) に代入すると基本式が得られる。

$$\frac{dH}{dX} = \frac{iK_1 - iK_1C_1/H^3 + \alpha F_0C_2/H^2}{1 - \alpha F_0C_1/H^3}$$

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= 1/B^2 = f(K_2, X) \\ C_2 &= (1/B^3)(dB/dX) = f(K_2, X) \\ K_2 &= d/b_0 \end{aligned} \right\} \dots(4)$$

$$\therefore H = f(i, K_1, K_2, F_0, X) \dots\dots\dots(5)$$

なお  $i$  は  $F_0$  と関係づけられ、いま Manning の公式を用いると

$$i = NF_0, \quad N = n^2 g / h_0^{3/2}$$

この関係を用いると (5) は

$$H = f(N, K_1, K_2, F_0, X) \dots\dots\dots(6)$$

(5) または (6) から直接理解できるようにもし変数が全く等しいならば同一の  $H$  を与えることは明らかで、すなわちこれは現象の類似性あるいは相似性を意味している。

次に  $N$  は 1 種の壁面粗度を表わす項と解せられる。一般に粗度係数は理論的には相対粗度が最も合理的であり<sup>3)</sup>、かつ一般に水深が変ると粗度係数が変わると言われる。これ等のことから在来壁面粗度を  $n$  で表わした欠点を補正する意味において  $N$  をもつて粗度と解し、 $n$  と相対粗度との関係があるいは  $N$  によって表示せられるのではないかと思われる。

さて相似理論的解析によると一般解が得られなくとも (5), (6) から現象の類似性が推論せられる。実験を行うにはどの変数がどのように効いてくるかを見出すように計画すべきである。資料の整理には変数を対称として整理すべきであり、このように実験計画、資料の整理への合理的手段が得られる利点がある。

前に  $l$  を水路または水流を特徴づける距離にとると述べ、いまの場合は前者を取つたが、もし水路巾の変化がない場合には後者を取つた方が便利である。すなわち (5) より次のことが述べられる。

$$X = f(i, K_1, F_0, H) \dots\dots\dots(7)$$

いま Bresse, Tolkmitt, Mononobe の諸公式において堰上, 低下背水の場合  $l$  を次のように選ぶと (7) と同一結果が得られる。

$$l = H_b - H_0, \quad l = H_0 - H_s^4)$$

しかしすでに諸公式が出ているので相似理論的解析よりも便利であることはもちろんである。要は不等流の原因と関係づけて  $l$  を適当に選ぶべきである。

4. 水路巾が Sine function で与えられる水路の水面形について

水面形を求めるに当つて 1) dead water がない, 2)  $F_0 > 1$  の場合波が発生しないと言う仮定を行う, しかし実際問題として無理な仮定であるが<sup>5)</sup>、一応仮定してその結果を述べる。ただし 1) 自由に水が流下する, 2) 水路巾が最小部で堰上げた場合 ( $F_0 < 1$ ) の 2 つについて述べる。一般に水面形は基本式を数値積

分によつて計算を行い、計算値を plot して水面形を求める。

1) 自由に水が落下する場合 曲線部がかなり長くと、上下流部との接合部の近くを除いて 1 区間の流れは同一部分の他の区間の流れと同一であると解せられる。なお水路巾最小部は等流部の巾と等しく、かつこの部分では水深は最大または最小であると推論せられる。さて (4) を変形すると

$$\frac{dH}{dX} = \frac{NF_0 K_1 (1 - C_1/H^3) + \alpha F_0 C_2/H^2}{1 - \alpha F_0 C_1/H^3} \dots(8)$$

上述の推論から  $X=0, 1$  で  $H=1$  の境界条件で (8) 式を解く。なお数値積分は Simpson の 1/3 法則による Kutter の第 3 近似法<sup>6)</sup> を用い、その計算値を  $N, K_1, K_2, F_0$  のいずれか一つを parameter として plot したのが 図-3~9 である。1 区間の最大, 最小の  $H$  を  $H_{max}, H_{min}$  とすると次のことが言われる。

a)  $F_0 < 1$  (sub-critical flow):  $H_{max} \propto N$  ただしあまり効いてこない。  $H_{max} \propto F_0, K_1$  は  $H_{max}$  にはほとんど効いてこない。むしろ無関係と考えて差支えない、  $H_{max} \propto K_2$ 。

図-3

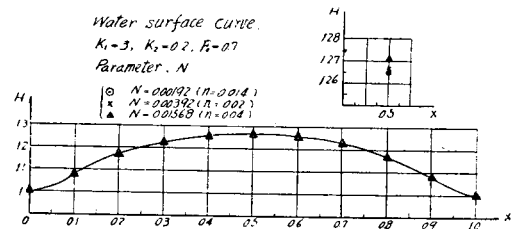


図-4

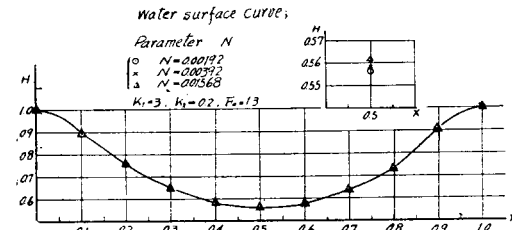


図-5

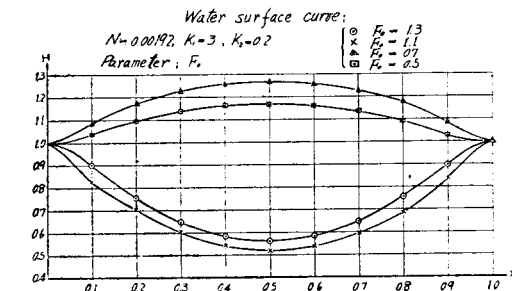


図-6

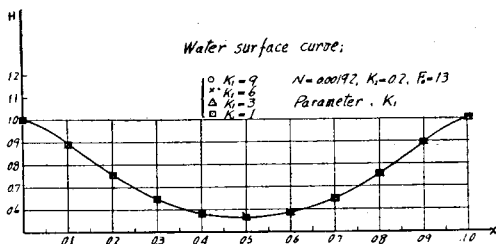


図-7

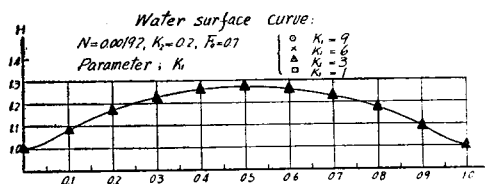


図-8

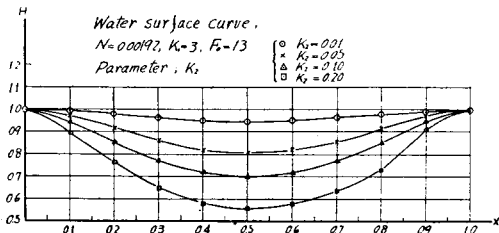


図-9

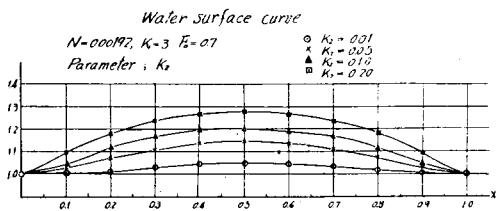
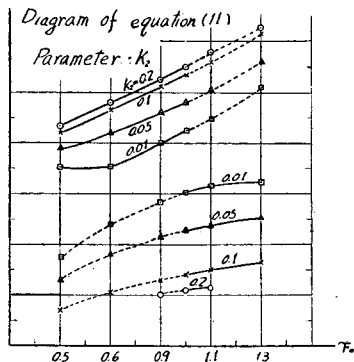


図-10



b)  $F_0 > 1$  (super-critical flow) :  $H_{min} \propto N$  だが a) と同様,  $H_{min} \propto F_0$ ,  $K_1$  は a) と同様,  $H_{min}$

$\propto 1/K_2$ .

上述の結果から近似的に次のように考えられる。

$$H = f(K_2, F_0, X) \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{d}{dX} \left[ H + \frac{\alpha F_0}{2 H^2 B^2} \right] = 0 \dots\dots\dots (10)$$

1 区間において  $B=1$  で  $H=1$  の境界条件で (10) を解くと

$$H + \frac{\alpha F_0}{2 H^2 B^2} = 1 + \frac{\alpha F_0}{2}$$

$B=1+2K_2$  で  $X=0.5$ , そこで  $H$  の値を  $H_{0.5}$  とすると

$$H_{0.5}^2 - \left( 1 + \frac{\alpha F_0}{2} \right) H_{0.5} + \frac{\alpha F_0}{2(1+2K_2)^2} = 0 \dots\dots (11)$$

(11) から  $H_{max}$ ,  $H_{min}$  の限界が求められる。

$$H_{max} < 1 + \frac{\alpha F_0}{2} \quad \text{ただし } F_0 < 1$$

$$H_{min} < \frac{1}{1+2K_2} \quad \text{ただし } F_0 > 1$$

この関係は数値計算と比較しても満足する。かつ (11) から a), b) の諸性質が誘導せられる。

2) 堰上げた場合 前の場合と同様 parameter を種々取つて計算を行うべきであるが 1) の結果から推論せられるから  $N=0.00192$ ,  $K_1=3$ ,  $K_2=0.2$ ,  $F_0=0.7$  の場合について述べる。

1 区間の水面形を便宜上波形と呼び区間最下流端の  $H$  を  $H_h$  とし, これを堰上げ高として 1 区間下流側半分の部分について計算値を plot したのが図-11, 図-12 である。  $H_h$  の大小によつて波形が変つてくることが知られる。

1 区間の  $H_{max}$  と  $H_h$  との関係は次の式で示される。

$$H_{max} = H_h + e^{-(5+C)B_h} \quad C: \text{ 常数}$$

図-11

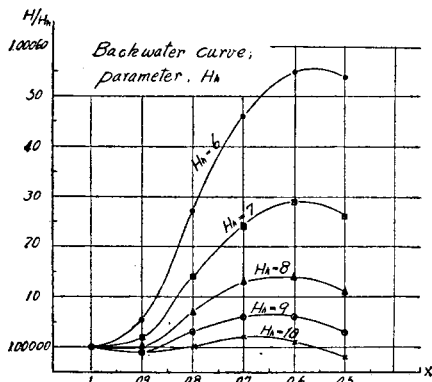


図-12

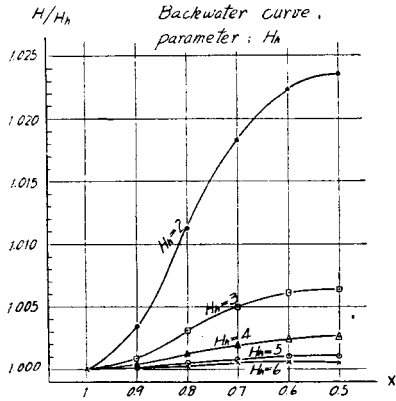
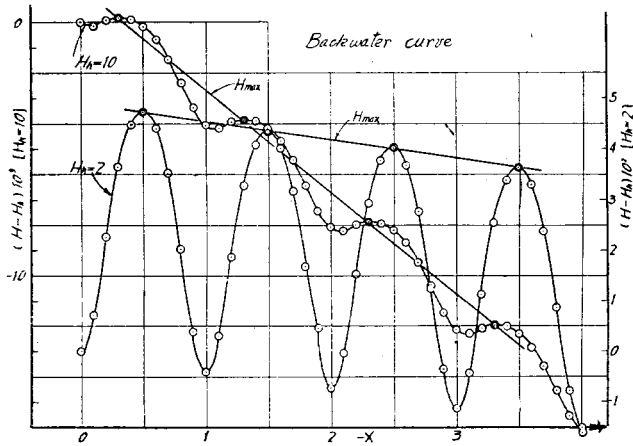


図-13



次に波形が上流側に進むにつれての変化を  $H_h=10$ , 2 の場合について計算値を plot したのが図-13である。

なお各区間の  $H_{max}$  は上流側に直線的に減少する。

1) の場合と同様近似的考察が許されるならば次の条件式が得られる。

$$H_{max} - H_h < \frac{\alpha F_0^2}{2 H_h^3}, \quad H_{max} \propto F_0$$

$$H_{max} \propto K_2$$

本研究は職務の余暇を見て行いました。ここに日本大学工学部並びに土木工学科の諸先生に厚く感謝致します。なお種々御指導を賜わった東京大学教授本間仁博士に心から御礼申上るとともに Tracing に協力下さった工学部学生浅川君に感謝致します。

参考文献

- 1) 例えば  
本間：「開水路不等流の統系的計算法」土木学会誌 35 卷 12 号, 井部「河巾拡大部及び狭窄部の水面形」土木学会誌 34 卷 2 号
- 2) 本間：「高等水理学」p. 89
- 3) 拙著：「開水路の等流に対する理論的考察」日大専工, 昭和 25 年 11 月
- 4) 土木学会「水理公式集」
- 5) 嶋：「巾の拡がる水路に関する実験」土木学会誌 37 卷 2 号  
Proc. A.S.C.E. 1942: "High-vel. flow in open channels"
- 6) 本間：「流量計算法」

(昭.28.2.3)

## 洪水時流速計の作製

正員 工学博士 永井 莊七郎\*

### THE CURRENT-METER FOR FLOOD FLOWS

(JSCE July 1953)

Dr. Eng., Shōshitirō Nagai, C.E. Member

**Synopsis** It is very hard to use those types of current-meters as Hiroi, Price, etc., which have been used to measure the velocities of the flows of the rivers in Japan and in foreign countries, for the flows of over about 1.5 m/sec and below about 2 m depth. The discharges of flood flows, therefore, have been approximately estimated from the primitive and very rough float-measurement of velocities. The author devised a new type of current-meter, with which the velocities of the flood could easily, safely and precisely be measured at any depth, by just throwing it into the

\* 大阪市立大学教授, 理工学部