

## 土の突固めに対する特性及び乾燥密度曲線の実験式

正員 渡 辺 隆\*

准員 久 野 悟 郎\*\*

ON THE PROPERTIES OF COMPRESSION OF SOILS BY COMPACTION,  
AND EMPIRICAL FORMULA FOR THE CURVE OF UNIT  
DRY WEIGHT VERSUS WATER CONTENT

(JSCE May 1953)

Takashi Watanabe, C.E. Member, Gorō Kuno, C.E. Assoc. Member

**Synopsis** The relation between air void of soil and compactive effort was obtained by our experiments. Utilizing this relation were able to establish an empirical formula for curve of unit dry weight versus water content.

The soil properties concerning to compaction can be expressed by several constants in the formula. These constants and other simple soil properties are considered that they might be related each other.

This empirical formula and the relation between air void and compactive effort may be applied to the general problems which involve the compression of unsaturated soils.

**要旨** 土の突固め試験はいままで理論的に取扱えなかつたが、水で飽和していない土の圧縮性を問題とする点ではなほだ興味深い。筆者等は土中の空気間隙量と突固めに要したエネルギーとの間にある仮定を設け、これを実験的に確かめて、乾燥密度と含水量との曲線を実験式として表わし得た。

この実験式は標準の試験方法より小さなモールドを用いて行つたものであるが、土の突固めに対する特性を数個の式中の常数によつて表わし得ることが判明した。

これらの土の特性を示す常数と、土の簡単な他の性質たとえば粒度、液性限界、塑性限界等とに何等かの関係が見出されれば、実用的な乾燥密度に関する図表を作つておくことも可能と思われる。

筆者等はこの方法により突固め試験に定量的なよりどころを与え、これをさらに一般的な土の圧縮及び変形の問題への踏石としたいと考えている。

## 1. 実験式

## a) 土の空気間隙率と突固め回数との関係の仮定

土が突固めによつて締固められる際、土の密度は増大することは周知の事実である。いまこのごくあたりまえの現象を考えてみると、土の密度が増大する理由として次のことが考えられる。われわれがいわゆる土と呼ぶものは一般に3つの部分すなわち土粒子、水、空気から成つている。突固めによつて土の容積が小さく

なるためには、この3つの部分のうちいずれかが追出されるわけであるが、われわれの場合には空気以外には追出される可能性のあるものは無いと考えられる。もつとも含水量が非常に多くなつた場合等には、空気以外の部分が追出されることもあり得るが、一般に突固めで問題となる含水量では上述の考えはまづ正しいと云い得るであろう。

それではこの追出される空気と、突固めとはいかなる関係にあるであろうか。われわれはこれに対し、次のごとき仮定を考えてみた。すなわちある一定の含水量の土に関して、単位の空気を追出すに要する外的に与えるべきエネルギーは土中の空気量に逆比例すると考えたのである。これは土中に空気間隙が多ければ多いほど、容易に締まるという仮定である。また空気を表わす量としては空気間隙率（全体の土容積に対する空気容積の割合）をとつた。最初に次の式(1)のごとく仮定した。

$$\frac{dW}{dv_a} = -\frac{\alpha_1}{v_a} \dots \dots \dots (1)$$

ただし  $W$  は外部より単位体積の土に与えるエネルギー、 $v_a$  は空気間隙率（空気間隙容積÷土の全容積）、 $\alpha_1$  は常数である。

しかし式(1)は特殊な場合のほか実験と一致しないため、さらに式(2)のごとき仮定、すなわち空気量の何乗かに逆比例するとした場合に実験と一致した。

$$\frac{dW}{dv_a} = -\frac{\alpha_2}{v_a^m} \dots \dots \dots (2)$$

ただし  $\alpha_2, m$  は常数である。

\* 東京大学助教授、工学部土木教室

\*\* 東京大学大学院特別研究生

式(2)を積分すると(2a)のごとくなり,式中  $\beta_2, k_2$  は常数である。

$$W = \beta_2 v_a^{-k_2} \dots\dots\dots(2a)$$

また外から加えたエネルギー  $W$  は, 突固めが一定重量のハンマーを一定高さから落すことにより与えられることを考えれば, 突固め回数に比例すると考えてよいであろう。それ故式(2a)を式(3)のごとく書き直す。

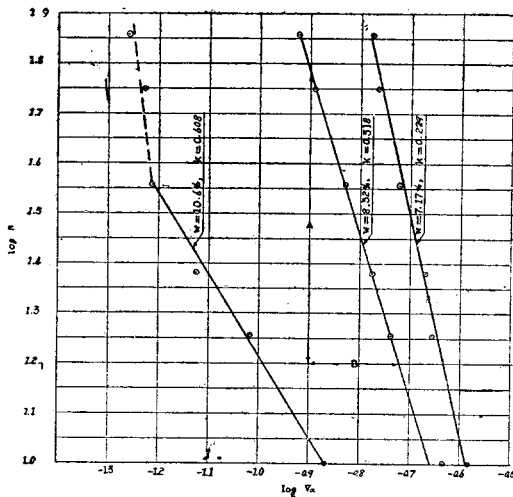
$$N = \beta_3 v_a^{-k_3} \dots\dots\dots(3)$$

ただし  $N$  は突固め回数,  $\beta_3, k_3$  は常数である。

式(3)を実験的に確かめるには, 突固め回数及び空気間隙率の対数の直線性をしらねばよい。図-1 に示すごとくこの関係は直線的であると考えてそれほど間違いはないようである。

図-1 突固め回数及び空気間隙率の対数の関係 (ウイルソンのモールドによる)

Relation between Logarithm of Number of Blows ( $N$ ) and Logarithm of Air Void ( $v_a$ )



われわれは式(3)を後の計算の便宜上次の式(4)のごとく書き直した。

$$v_a = \beta N^{-k} \dots\dots\dots(4)$$

ただし  $\beta, k$  は常数である。

式(4)がわれわれの設けた仮定であるが, この仮定はある一定の含水量に対するもので, 含水量が変れば式中の常数の値は変ってくる。

b)  $k, \beta$  の含水量との関係  $k, \beta$  等式(4)中の常数は含水量によつて変ることは前述したが,  $k$  は含水量に対して対数的な関係が見出され, また  $\beta$  も  $k$  を決定すれば容易に含水量の函数として表わし得ることが判明した。

まづ  $k$  は

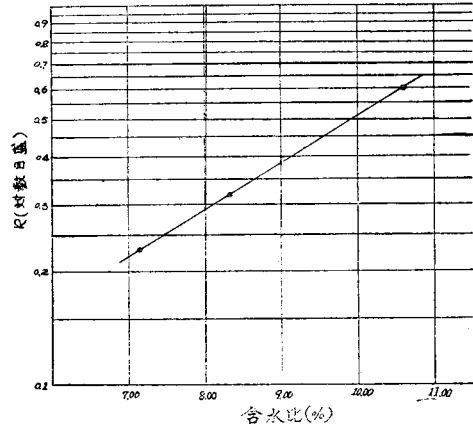
$$\log k = aw + b$$

なる関係が実験的に見出された。式中  $w$  は含水比,  $a, b$  は常数である。これを書き直せば

$$k = (10)^{aw+b} \dots\dots\dots(5)$$

この関係から, 実験を行つた含水量に対し,  $k$  の値を  $\log v_a, \log N$  の直線の勾配より求めれば,  $a$  及び  $b$  は決定できる。図-2 に  $\log k$  と  $w$  の関係の1例を示す。

図-2 含水比と  $k$  の関係 (ウイルソンのモールドによる)  
A Relation between  $k$  in Log. Scale and Water Content.



次に  $\beta$  の含水量との関係であるが,  $\log v_a, \log N$  の関係を各含水量に対して画いて, それらの直線が大体1点に交わることが見出されたので, この性質を利用して求めた。

いま  $\log v_a, \log N$  の関係の直線群の交点を  $v_{a0}, N_0$  で表わすとすれば,

$$v_{a0} = \beta N_0^{-k}$$

なる関係が認められた,  $k$  はすでに含水量の函数として求めたから,  $\beta$  はこの式から各含水量に関して計算できることになる。すなわち

$$\beta = v_{a0} N_0^k \dots\dots\dots(6)$$

より求める。

以上で単位体積中の空気容積を各突固め回数に応じて算出する式(4)に必要な常数を, 含水量に対して計算し得ることとなつた。

c) 乾燥重量 ある含水量の土の単位体積の乾燥重量は次のごとく計算し得る。

$$v_a + v_w + v_s = 1$$

ただし  $v_a, v_w, v_s$  はそれぞれ単位体積中の空気, 水, 土粒子の体積の土全体に対する割合である。

$$\therefore 1 - v_a = v_w + v_s$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{W_w}{\gamma_w} + \frac{\gamma_s}{G \cdot \gamma_w} \\
 &= \frac{\gamma_s}{\gamma_w} \left( \frac{W_w}{\gamma_s} + \frac{1}{G} \right) \\
 &= \frac{\gamma_s}{\gamma_w} \left( w + \frac{1}{G} \right)
 \end{aligned}$$

たゞし  $W_w$  は土の単位体積中の水重量,  $\gamma_w$  は水の単位重量,  $\gamma_s$  は単位体積中の乾燥重量,  $G$  は土粒子の真比重,  $w$  は含水比である。

それ故単位乾燥重量は

$$\gamma_s = \left\{ \frac{1 - v_a}{w + 1/G} \right\} \gamma_w$$

で表わされこれに (4) 式を代入すれば

$$\gamma_s = \left\{ \frac{1 - \beta N^{-k}}{w + 1/G} \right\} \gamma_w \dots\dots (7)$$

(7) 式に (5), (6) 式の含水量との関係を入れれば,

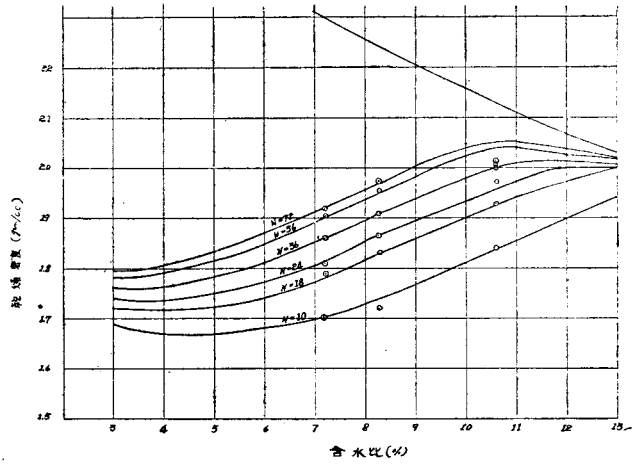
$$\gamma_s = \left\{ \frac{1 - v_{a0} \cdot N_0^{(10)aw+b} \times N^{-(10)aw+b}}{w + 1/G} \right\} \gamma_w \dots\dots (8)$$

のごとき形となる。(8) 式中の  $v_{a0}$ ,  $N_0$ ,  $a$ ,  $b$  等の常数を実験より決定すれば  $\gamma_s$  が算出されることになる。

(8) 式により計算した曲線の一例を図-3 に示す。

図-1 より 図-3 まではマサチューセツ工科大学において、ウイルソンの突固め試験<sup>1)</sup>用モールドを用ひて行つた。それ故実験の項で述べてゐる方法とは違ふから、係数は比較することができぬが、傾向のみ取上げれば同様である。但しウイルソンの突固め方法はエネ

図-3 乾燥密度曲線の計算値及び測定値  
(ウイルソンのモールドによる)  
Computed Unit Dry Weight Curves  
and Experimental Results.



ルギーの算出には都合が悪いので、標準試験方法と同じようにモールドの約半分の直径を持つ丸棒をもつて突固め、1 回の落下によるエネルギーは、標準方法の 1 回当りの compactive effort と等しくなるように行つた。

2. 実験及び実験結果

a) 試料及び実験方法 理工研で行つた実験では、<sup>シラス</sup>白砂、平塚の土、理工研構内の関東ローム (炉乾燥) の 3 試料に関して突固め試験を久野の方法<sup>2)</sup>にて行つた。

試料に関する事項を列記すれば表-1 のごときものである。

図-4 実験に用いた試料の粒径加積曲線  
Experimental Results of Grain Size Analysis

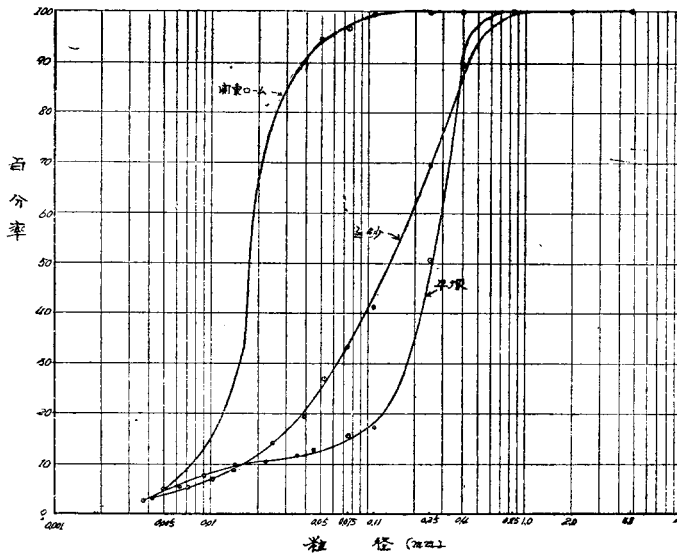


表-1 試料

試料	真比重	塑性限界	液性限界
白砂	2.35	—	—
平塚の土	2.76	—	—
関東ローム	2.88	72%	77%

各試料に関する粒度分析の結果は図-4 に示してある。

実験方法は東大理工研にある突固め試験装置を用ひ、ある含水量の試料を、蒸留水を入れてよく混和し、これをガラス瓶の中に貯えて蓋をする。この試料を用ひある突固め回数をもつて 4 層に突固め、重量を測定すれば、さらに新しい試料をこの瓶の中より取出して前とは別の突固め回数で突固める。この方法である含水量の試料を順次突固め回数を増加

しながら実験を行い、突固めを行った試料は再度の使用を避けた。

実験装置、実験方法等に関しさらに詳細な事項は文献 2) を参照され度い。

b) 実験結果 突固め試験の結果は表-2, 3, 4 に示してある。但し  $\gamma_s$  は gr/cc で与えてある。

表-2 白砂突固め試験結果

N	6	8	12	18	24	36	54
w	0.0368	—	—	—	—	—	—
$\gamma_s$	1.13	1.16	1.20	1.25	1.27	1.31	1.36
$v_a$	0.477	0.463	0.444	0.421	0.412	0.393	0.370
w	0.0645	—	—	—	—	—	—
$\gamma_s$	1.11	1.14	1.18	1.23	1.27	1.31	1.35
$v_a$	0.455	0.440	0.421	0.396	0.376	0.357	0.337
w	0.1256	—	—	—	—	—	—
$\gamma_s$	1.11	1.15	1.19	1.24	1.28	1.32	1.35
$\alpha v$	0.387	0.365	0.341	0.316	0.293	0.271	0.255
w	0.1952	—	—	—	—	—	—
$\gamma_s$	1.11	1.15	1.20	1.24	1.28	1.32	1.36
$v_a$	0.310	0.285	0.255	0.230	0.205	0.180	0.155
w	0.255	—	—	—	—	—	—
$\gamma_s$	1.12	1.15	1.20	1.24	1.29	1.32	1.36
$v_a$	0.271	0.251	0.219	0.192	0.160	0.141	0.115
w	0.282	—	—	—	—	—	—
$\gamma_s$	1.14	1.17	1.21	1.25	1.29	1.31	1.34
$v_a$	0.193	0.172	0.143	0.115	0.087	0.073	0.051
w	0.329	—	—	—	—	—	—
$\gamma_s$	1.14	1.17	1.20	1.22	1.24	—	—
$v_a$	0.141	0.120	0.098	0.083	0.068	—	—

表-3 平塚の土突固め試験結果

N	6	8	12	18	32	48
w	—	0.0874	—	—	—	—
$\gamma_s$	—	1.413	1.479	1.537	1.610	1.672
$v_a$	—	0.366	0.336	0.310	0.277	0.249
w	—	0.1027	—	—	—	—
$\gamma_s$	—	1.402	1.479	1.557	1.612	1.662
$v_a$	—	0.348	0.312	0.276	0.250	0.227
w	0.1234	—	—	—	—	—
$\gamma_s$	1.385	1.452	1.502	1.568	1.625	1.694
$v_a$	0.328	0.296	0.272	0.240	0.212	0.178
w	0.1464	—	—	—	—	—
$\gamma_s$	1.468	1.502	1.550	1.604	1.700	1.749
$v_a$	0.254	0.237	0.213	0.185	0.137	0.112
w	0.1704	—	—	—	—	—
$\gamma_s$	1.513	1.548	1.595	1.644	1.728	1.788
$v_a$	0.195	0.176	0.151	0.125	0.081	0.049
w	0.1902	—	—	—	—	—
$\gamma_s$	1.532	1.568	1.613	1.658	1.738	1.753
$v_a$	0.154	0.134	0.110	0.085	0.041	0.032
w	—	0.2095	—	—	—	—
$\gamma_s$	—	1.7575	1.614	1.674	1.712	—
$v_a$	—	0.098	0.077	0.042	0.021	—

表-4 関東ローム突固め試験結果

N	8	12	16	24	36	48	72	108
w	0.393	—	—	—	—	—	—	—
$\gamma_s$	0.850	0.893	0.919	0.958	0.984	0.995	1.029	1.014
$v_a$	0.371	0.339	0.320	0.291	0.272	0.264	0.239	0.250
w	0.437	—	—	—	—	—	—	—
$\gamma_s$	0.888	0.928	0.946	0.970	0.990	1.028	1.055	1.077
$v_a$	0.304	0.272	0.258	0.240	0.224	0.194	0.173	0.156
w	0.475	—	—	—	—	—	—	—
$\gamma_s$	0.898	0.940	0.973	0.994	1.025	1.045	1.070	1.104
$v_a$	0.262	0.227	0.200	0.183	0.157	0.141	0.120	0.093
w	0.565	—	—	—	—	—	—	—
$\gamma_s$	0.921	0.961	0.978	1.009	1.028	1.034	1.035	—
$v_a$	0.160	0.124	0.108	0.080	0.062	0.057	0.056	—

以上3つの表の測定結果を利用して図-1のごとき  $\log v_a$  と  $\log N$  との関係を描く。これから各含水量に対応する直線群の交点 ( $v_{a0}, N_0$ ) を見出し、また各直線の勾配から  $k$  の値を算出する。

c)  $k, \beta$  の含水量との関係 まづ  $\log v_a, \log N$  の関係において、各含水量に対応する直線群の交点を見出す。この方法として図-1のごとき図上で交点を求めてもよいが、直線の方程式を作って計算により求めることもできる。一般には全部の直線が必ずしも1点に交わることはない。しかし突固めを行つて、含水量の増大とともに乾燥密度が増大する部分の含水量では、大体一点に交わるようである。この交点から  $v_{a0}, N_0$  を見出す (式 (6) 参照)。

$k$  は同一の図上で勾配を測定し、 $\log k$  と含水比との関係 (図-2 参照) を作り、この図の直線によつて常数  $a$  及び  $b$  を決定する (式 (5) 参照)。この決定に当つても計算による方法と図式による方法と2通り行える。また乾燥密度のみを問題とする際は、 $a, b$  を決定しなくても  $\log k$  と含水比との関係の直線より直接に数値を求めてもよい (図-5 参照)。

$\beta$  は  $v_{a0}, N_0$  及び  $k$  が求めれば計算によつて各含水量に対して算出する (図-6 参照)。

なお白砂、平塚の土、関東ロームに対して、 $k, \beta$  を

図-5  $\log k$  と含水比との関係

Relations between  $k$  in log scale and Water Content for Three Samples.

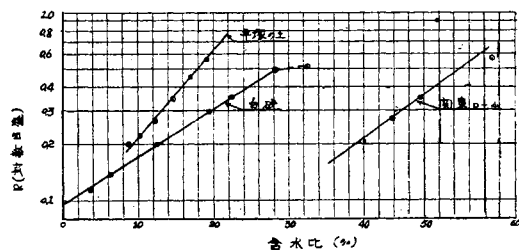
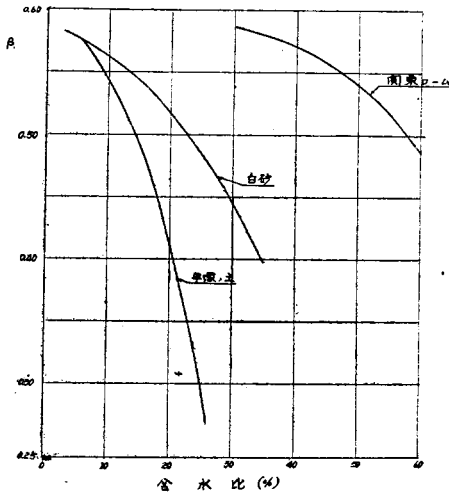


図-6  $\beta$  (計算値) と含水比との関係  
Computed Curve for  $\beta$  against Water Content.



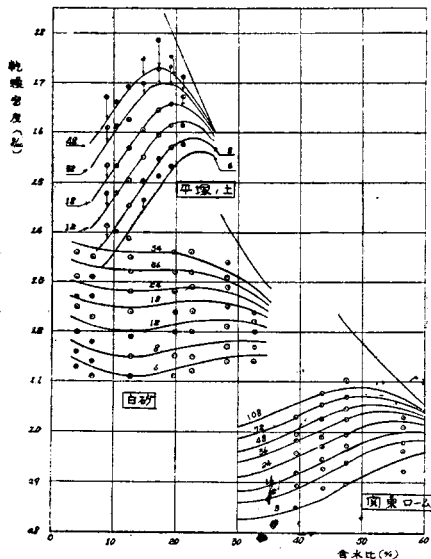
含水比に関し決定する常数は表-5 のとおりである。

表-5 各 常 数 値

試 料	k		$\beta$	
	a	b	$N_0$	$v_{a0}$
白 砂	2.55	-1.021	0.547	0.624
平塚ノ土	4.647	-1.137	0.501	0.631
関東ローム	2.85	-1.8075	0.762	0.604

表-5 に明らかなごとく、 $N_0$ 、 $v_{a0}$  は大体同じ値を示し、 $b$  もそれほど大きな差はない。 $a$  は土の突固めの特性をよく示してはなはだ興味が深い。

図-7 乾燥密度曲線  
Computed Unit Dry Weight Curves and  
Experimental Results for Three Samples.



d) 乾燥密度の計算値及び実測値 (7) 式を利用して計算した結果得られた曲線と、実測値とをまとめて図-7 に示してある。図中線の上にある数字は突固め回数を示している。曲線群の上方の線は Zero Air Void 曲線である。

図-7 に明らかなごとく、計算値と実測値との差は大部分の点において、1~2% 程度である。なお平塚の土では突固め回数が多い場合に相当差の出る点有二、三あるが、これらは特殊な例外的な場合である。概して、かなりの一致が見られると云つてもよいであろう。しかし含水量が多くなり、突固めにより水が滲みでるような場合(大体最大密度の含水量以上)には差が大きくなるようである。

### 3. 考 察

まづ(4)式の仮定すなわち空気間隙と突固め回数とが双曲線的関係にあるという仮定は、むしろ実験的に確かめたと云つた方がよいのであるが、我々の考えた順序をたどつて書いた次第である。しかし突固め回数とエネルギーとの間に比例関係があるか否かは何等かの方法で確かめる必要がある。ともかく突固め回数に比例した量のエネルギーを外から加えたことは事実であると考えられる。しかしこのエネルギーが土の各部分に等しく行きわたるか否かは、突固めを各層に分けて突固めることを考え合わせると疑問になる。それ故(4)式を導き出した仮定(2)式と(4)式との関係にはある程度飛躍があるが、これに対しては別に研究を進めるつもりである。

突固め試験のように、外部からあるエネルギーを与え土を飽和点以下で圧縮変形させる場合に、空気間隙に着目することは、この実験式からも明らかなごとく相当合理性があるのではないかと考える。また水で飽和した土に対する圧密の場合には水が抜け出るといふ考え方である程度理論ができてきている。しかし飽和していない場合に、変形に対する理論は無いと云つてよいであろう。この実験式の考え方はこのような問題に対する一つの手がかりを得たのではないかと思つている。空気間隙で整理する考え方は土を静的に圧縮変形させる場合にも成立するようである(筆者等の研究室における実験による)。

この実験式の適用範囲としては、前述のごとく含水量の増大にともない乾燥密度の増大する範囲であろう。含水量が多くなって突固めによつて水が滲み出したり、空気が土中にとちめられるような状態が起きると最初の仮定が成立しなくなるようであり、ある修正を行うべきであろう。またあまり乾燥して突固めにより土が飛び上るような場合も同様である。しかし実

験式中の含水量によるパラメーター ( $k, \beta$ ) を決定する常数は興味深い傾向を示しており、まづ  $k$  を決める  $a, b$  のうち  $b$  はそれほど大差ないから、土質による変形しやすさの差は含水量がない ( $w=0$ ) の場合には大差ないということを示し、水が増えるに従つて各土としての特性が現われることを示している。

また  $\beta$  に関して  $N_0, v_{a_0}$  のごとき交点があるということは土のある特性を見出したのではないかと思つている。

以上述べたことは突固め現象に対する一つの提案であり、さらに多くの試料を用いて実験を続ければ土の新しい特性を明らかにし得るであろう。また空気間隙の追出される現象に対しては、別な実験を計画してお

り、土の変形機構を幾分なりとも明らかにしたいと考えている。

終りに当り、東京大学最上教授の御懇切な御指導と M. I. T. の Prof. Taylor 及び Prof. Lambe の御好意とに深く感謝するとともに、卒業論文としてこの問題を研究された藤田正年君に御礼を申し上げる次第である。

#### 参考文献

- 1) Stanley D. Wilson: Engineering News Record, Nov. 1950, p. 34~36
- 2) 久野悟郎: 土の突固め試験について (第2報) 東大理工研報告第4巻, 第5~6号(1950, 5~6)

(昭.27.11.27)

## 粘弾性体の圧密\*

UDC 539.214.9  
624.131.439.3

正員 篠田 仁 吉\*\*

### ONE-DIMENSIONAL CONSOLIDATION OF VISCO-ELASTIC BODY

(JSCE May 1953)

Jinkichi Shinoda, C.E. Member

**Synopsis** The secondary compression in the laboratory consolidation test of clay is due to its visco-elastic property. The one-dimensional consolidation equation is solved by the operational calculus, expressing the modulus of visco-elasticity by  $E \frac{p+\beta}{p+\alpha} \frac{p+\delta}{p+\gamma}$  (Fig. 2 (b)), where  $E$  is the modulus of elasticity,  $p$  Heaviside's operator and  $\alpha, \beta, \gamma$  and  $\delta$  are constants having the dimension  $[T^{-1}]$ . The theory has a good agreement with experimental data continuing for about one month (Fig. 3). Compressional visco-elastic constants are the same order as shearing ones obtained from the torsional test.

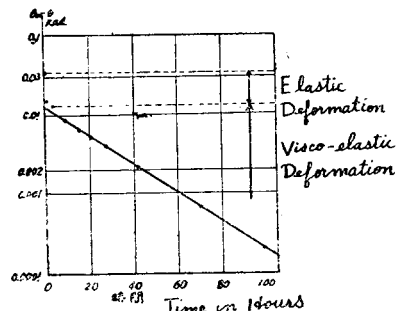
**要旨** 圧密試験における2次圧密量を合理的に決定するために、粘土の粘弾性を時定数が異なる2つの粘弾性の組合せで表わし、これによつて数10日程度の2次圧密量まで正しく求められるようにした。

#### 1. 緒言

粘土の圧密試験を実験室で行うとき2次圧密という現象が現われることは衆知のことである。Terzaghiの圧密理論では粘土を弾性体と仮定しているが、これによつて理論的に求めた圧密曲線と実験値とは次第に差違を生じ、実験値の方が次第に圧密量を増してくる。これが2次圧密と称されるものであつて、この差違は粘土を弾性体と仮定したため生じたものである。しかし筆者が以前発表した<sup>1)</sup>ように粘土は粘弾性体として取扱われなければならない。例えば石本、飯田両

氏の実験<sup>2)</sup>に見られるごとく(図-1)、粘土に振りモー

図-1 Torsional Test of Clay



メントを与えるると瞬間的に一定の変位が起りその後徐々に変位が増す。これを最終変位と各時間における変位との差の対数を縦軸にとり時間を横軸にとると、変位の徐々に増加する部分は直線になる。この関係を模型的に弾性を表わすスプリングと、粘性を表わすダ

\* 昭.27.12.1. 第2回応用力学連合講演会で講演

\*\* 鉄道技術研究所