

## 2 インチ管による砂輸送の抵抗に関する実験

正員 小川 元\*

### TRANSPORTATION OF SAND IN A TWO-INCH PIPE

(JSCE April 1953)

Hajime Ogawa, C.E. Member

**Synopsis** About loss of head of the flow of sand and water mixtures, there are some tests by Mr. P.O'Brien, G.W. Howard and some others, The results of these experiments consist of two types generally. One is Fig.7 and the other is Fig.8. In this paper the writer, by two-inch pipe transporting five sorts of sand, investigated the flow characteristics of the mixtures. And attempted to prove that the types of head loss are both correct, showing a particular case of the flow each other.

#### I. 緒言

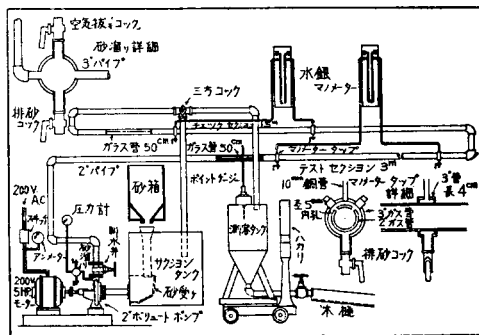
2 インチ管に砂を混じた水を流した場合の摩擦抵抗に関して行つた実験の報告である。この種の実験は、日本においては三雲<sup>1)</sup>、堀田<sup>2)</sup>、アメリカにおいては Blatch<sup>3)</sup>、Howard<sup>4)</sup>、O'Brien<sup>5)</sup>、フランスにおいて Siegfried<sup>6)</sup> があるが、それぞれ実験の方法や目的が異なっており従つて結果の取上げ方、精粗、結論とも多少の差異がある。本稿はかなり多くの実験によつて、この装置に関する限りその性質を明らかにし、多少の未提出の事項をも加えたものである。

#### II. 実験

1. 装置 図-1 のごとくである。ただしこの設備は実験の第1回分だけで、第2回以後は多少改造した。写真-1 のごとくで、管を往路だけの1本とし、先にレザーバータンクをとりつけて帰路は、開樋を通つてサクシジョンタンクにはいる。測容タンクに水を入れる時には、樋の操作により、水流に変化を及ぼさないで切換えるようにした。

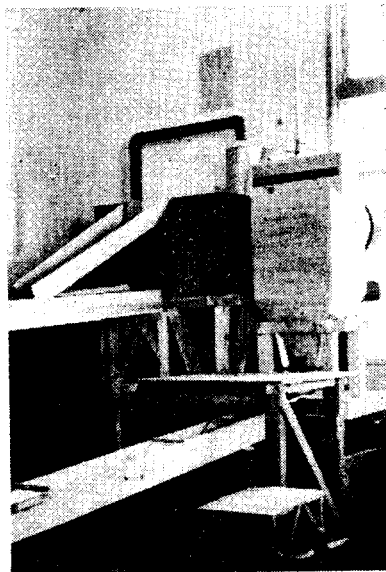
2 インチ 鑄鉄管 (内面亜鉛渡) 管径 5.29 cm (8 ケ

図-1 実験設置



\* 山口大学講師，工学部土木教室

写真-1 測容タンク



所の平均)抵抗測定区間 3.014 m, マノメーターは水銀差圧計, マノメータータップは図のごとく斜上方 2 ケ所に直径 5 mm の孔をあけ, これからとる。砂がつかまるので円周一様には孔を開けない。測容タンクは自動合秤の上に乗っており, その容積はフックゲージで測る。サクシジョンタンクは 0.8 m<sup>3</sup>, 測容タンクは 110 l これが満水する時間は 35~13 sec であつた。測定時期ならびに回数には表-1 のごとくである。

2. 測定法 砂箱から一定量の砂を落し, ポンプの制水弁を加減して流速を変え, 種々の組合わせを行う。各回についてガラス管から視察し, 損失水頭を測り, 測容タンクによつて平均流速, 及び重量と容積とから濃度を求める。別に砂箱の蓋の開きとその時の流速とから濃度を計算し, 実測濃度と比較する。

表-1 実験群並びに回数

実験群	期 間	回 数	
		水	砂水混合物
I	昭. 25.11.21-12.19	36	29
II	昭. 27. 4.15- 5. 6	39	37
III	" 6.25- 7.28	65	80
IV	" 9.24-10. 4	86	79
V	" 10.20-10.23	30	25
計		256	250

実験流速の範囲は 3.50 m/sec 以下、濃度は 20% 以下であった。ただし濃度は混合物中の砂の見かけ容積で表わす。表-2 に砂の比重、空隙が示してあるから、これによれば他の表わしかたの濃度に自由に換算できる。他の実験でも見かけ容積によつては多く、砂の種類は表-2 の 5 種で、表中粒径とは大体その篩で選別したことを意味し、実際の組成は 図-2 に示す。比重は 2 l 枠に砂を満たして注水する方法と、メスシリンダーにより、試料 300 g に 100cc の水を加える方法とが混用してある (各 2 回の平均)。

表-2 砂の性質

No.	種 類	粒 径	中間径	比 重	空隙率	飽水した単重	最大沈降速度
1	海 岸 砂	0.3 mm 以下	1.6 mm	2.49	41 %	1.88 kg/l	4.9 cm/sec
2	"	0.3~0.6	3.1	2.53	38	1.95	7.6
3	"	0.6~1.2	7.2	2.55	40	1.93	13.3
4	相馬標準砂	1.2 以下	9.1	2.62	39	1.98	13.2
5	海 岸 砂	1.2 以下	4.9	2.52	37	1.96	10.4

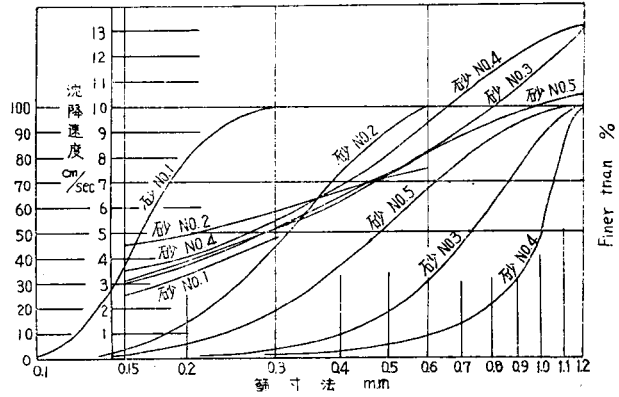
飽水した単重とは、水中で 2 l 枠に砂を満たし、その重量を測つたもので、静かに入れた場合と標準方法で突き込んだ場合との平均をとつた。空隙率はそれに対するものである。濃度計算には次式を用いた。

$$\text{濃度} = \frac{\text{砂每秒投入重量}}{\text{流速} \times \text{砂比重} \times (1 - \text{空隙率}) \times \text{管断面積}}$$

砂堆積の仕方によつて濃度が変わるわけであるが、単位重量のとり方を一定にしておけば、相対的差異はない。またもし空隙率に 2% の誤差があつたとしても、これが濃度に及ぼす影響は実験の精度から許容できる。沈降速度は、篩分け試験によつて篩分けた各段階ごとに測定したのであるが表-2 には全部を同時に落した場合は値を示してある。測定は内径 7 cm、高さ 1.20 m の硝子管で 1 m の区間について行い、3 回の平均をとつた。特に速いものはとらず、先頭から僅かおくれで多少集合した部分をとつてある。篩分け曲線及びそれに対応する沈降速度曲線は 図-2 に示すごとくである。

3. 実験の精度 秤: 150 kg 自動台秤, 0.5 kg 読み、感度上 ±0.5 kg くらいの誤差がある。また固有誤差も同量くらいある。フックゲージ: 1/10 mm 読

図-2 篩分け及び沈降速度曲線



み、計量タンク内の水容積はタンクの傾きに最も大きく影響される。実験の後期にこれを固定した。水容積と重量とは流速及び濃度計算に用いられるのであるが、これによつて求めた結果は、実験の初期には流速で ±5 cm、後期には ±1 cm の誤差であり、濃度は 10% 程度の場合で 2% 以内であつた。

水銀柱は良好な時で 25 mm につき最大 2 mm の振動をする。すなわち ±4% である。以上の精度は大体において釣合つている。

III. 結 果

1. 水の抵抗 実験の前半は一群の実験の初めと終りとに水の試験をし、後半は 1 回ごとに水と砂水と交互に試験をした。図-3 はそのうちの水の損失水頭を示す。点が多く重なるので図にはその傾向を示してある。これらの傾向は、砂水の抵抗と比較する場合に必要である。

水の試験は表-3 に示すごとく 7 つの群にわけて行い、その各について対数紙による直線を求めてみると表-3 のごとくであつた。

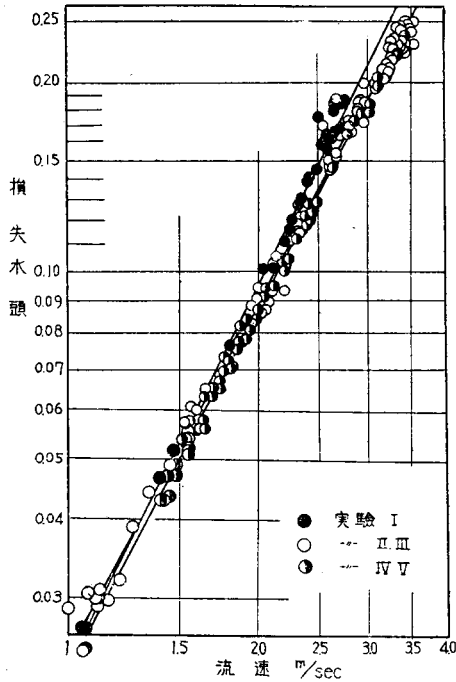
表-3 水の損失水頭

実 験 群	I		II		III	IV	V
	の初め	の終り	の初め	の終り			
$m (V=1m/sec \text{ における } h_f)$	0.0229	0.0248	0.0254	0.0253	0.0251	0.0234	0.0227
$x (\text{直線の } tg)$	2.074	1.915	1.783	1.823	1.819	1.885	1.903

$$h_f = mV^x \quad V : \text{in m}$$

変化の原因としては流砂による管壁の摩擦、期間経過のための銹、水温などが考えられるが、7 本の直線の間にはそれらに対して相関性が見出されない。I の実験だけは測定区間は変わらないが、他の部分にその後改造が加えられたので、他の直線とかなり違うものと思われる。しかし 7 本の直線のうち I の初めと終り II と III、IV と V はかなり接近しているので、改めてこれらに対して各 1 本の直線を引き、3 本に要約したものが 図-3 である。この 3 本の直線を砂水の抵抗を判

図-3 水の損失水頭



断する基準に用いる。これらの変化の原因は不明であるが、現在は比較の正確な基準が求められればよい。

試みに直線 (IV, V) の値をとつてみると次のごとくである。

$$h_f = 0.023 V^{1.9}$$

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \text{ における } f = 0.024 V^{-0.1}$$

(但し  $\nu = 0.01$  と仮定)

これに対して Nikuradse の滑管の場合

$$f = 0.0032 + 0.05 V^{-0.237}$$

なお実験を行つた水温は 11~26°C であつて、これはレーノルズ数に対して50%近い差を与える。しかし現在のところレーノルズ数が砂水の抵抗にいかなる影響を及ぼすか明確でなく、かつ相対応する水と砂水との実験は同様の水温で行つたのであるから、ここには観察上の便宜のため  $h_f - Vel$  の関係を示す。

2. 砂水の抵抗 図-4, 5, 6 である。図-4 は実験群別、図-5 は砂別、図-6 は全部を混合して濃度別に示したものである。

水の場合の3本の直線に対応する群ごとに点を集めて、さらにそれらの  $h_f$  を、砂水混合物の水頭で表わす(比重で割る)と、図-4 となる。これによるとある流速以上では点の配置は水の直線に平行になるものと思われる。水と一致するか否かは断定できないが、この場合は、僅かながら砂水の方が上位にある。もち

図-4 砂水の損失水頭 (実験別)

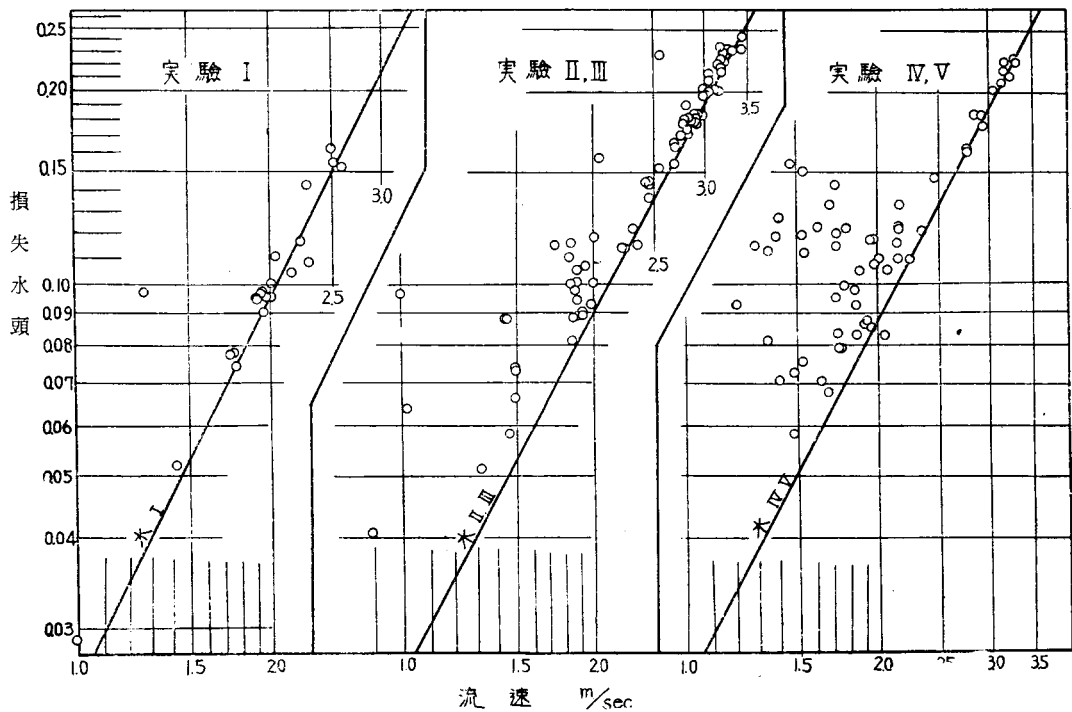


図-5 砂水の損失水頭 (砂別)

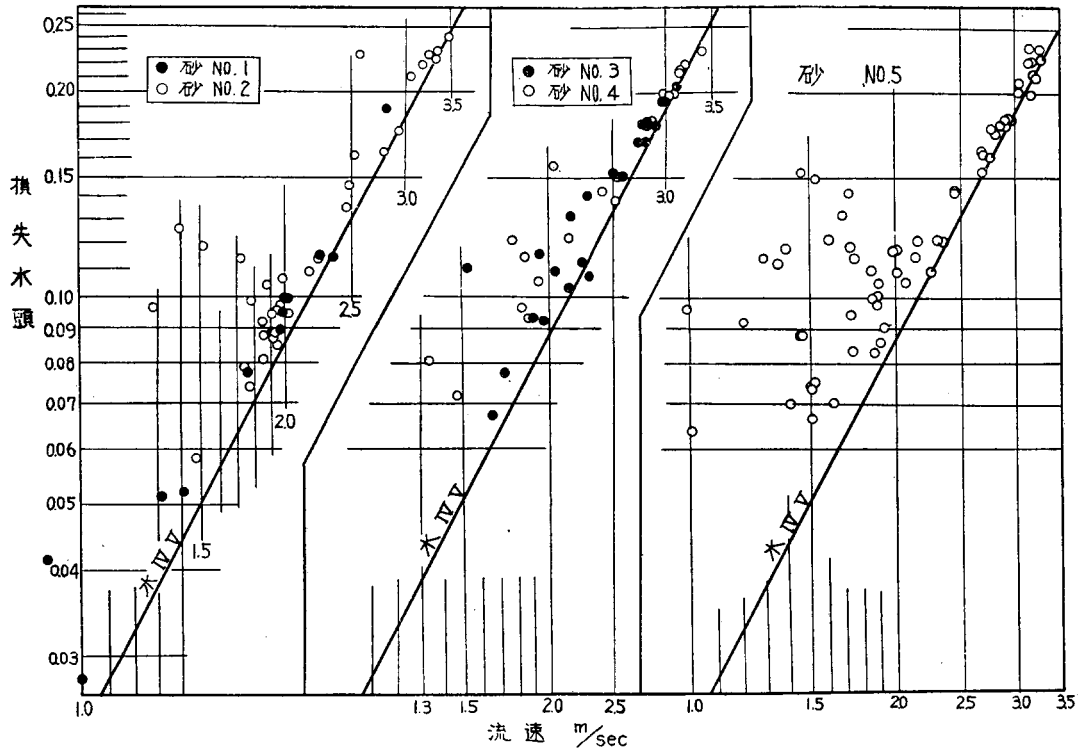
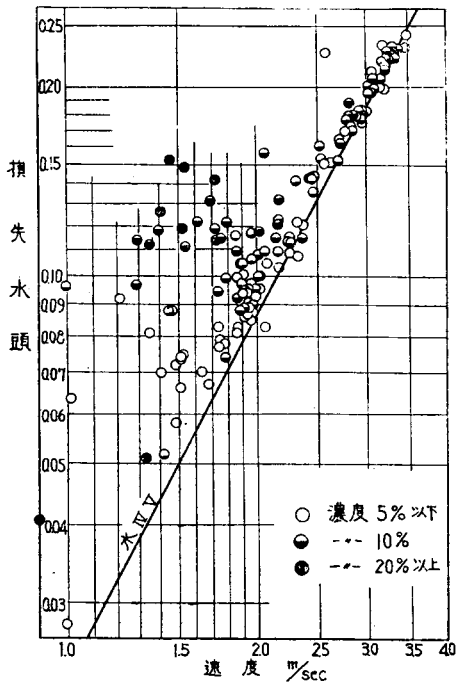


図-6 砂水の損失水頭 (濃度別)



ろん比重で表わした場合であつて、絶対値は濃度ごとに、その比重分だけ高くなる。

次に砂ごとの分類 (図-5) では No.1 の砂だけはかなり低速まで水の直線に近いが、他の砂では大体皆同じような分布をしている。すなわち、沈降速度のある範囲で差異が大きく、他の範囲では大した変化がないことがわかる。大体点が分散を始める流速は、砂 No.1 : 1.25 m/sec, No.2, 3, 4 はいずれも 2.50 m/sec. No.5 : 2.60 m/sec である。これらの流速と砂の沈降速度との関係は後に 図-8 に示す。図-5 の砂ごとの点は、各実験群の点が混合しているから、1本の水の直線と比較することはできないが、参考のために各砂とも水(IV, V)の直線を入れてある。これによつて見ると、ある流速以上では、沈降速度はほとんど関係ないように見える。

図-6 は各砂の点を全部混合して濃度別に符合化して示したものである。図-5 によつて沈降速度の差が大きな影響がないことがわかり、さらに各砂の濃度を検すると、点の散らばりは濃度によることが最も大きいことがわかつた。しかし砂ごとの点群全体としてはもちろん沈降速度の影響を受けるので、砂 No.1 だけはかなりの濃度でも点が下位にあり、図-6 における下位の黒点は砂 No.1 によるものである。他の砂は大体高濃度の点が上位にある。限界流速以上ではこの場合もやはり濃度に関係なく点は水の直線に近い分布を

している。

以上、図-4 によつて限界流速以上では点の配置はほとんど水の直線と一致し、図-5 によつて砂 No.1 以外は沈降速度はあまり関係がなく、図-6 によつて点の分散は最も大きく濃度に影響せられることがわかつた。

IV. 考 察

限界流速以上で、水と一致することは Blatch, Siegfried のほか O'Brien, Howard, 三雲博士等も認めている。Howard の図において水と離れた曲線を図示してあるのは水頭を水で表わしたものと混合物で表わしたものとを混用してあるからで、実際は水と一致することを認めている。

筆者の図-6 を見ると、同濃度の点を結び合わせると図-7 (平行型)の型になるごとく思われる。ここに注意することは、同濃度の点は一つの実験によつて得られたものではないことである。すなわちいまある割合で砂を落しながら水を流している場合、砂をそのままにして流速を落せば、濃度は前より大となり抵抗が上る。さらに流速を落せばさらに濃度は大となり、やがて沈澱が増えて管はつまるに至る。すなわち Siegfried の型になるのであるが、この場合曲線上の各点は上にゆくほど濃度が高くなつている。この実験結果のごとく一定濃度で抵抗が無限に高くなるはずはないのであつて、例えば濃度10%ということは、砂が完全に沈澱してしまつても管断面の濃度が10%であるべきであつて、ある程度以上に抵抗が無限に高くなることはあり得ない。同濃度の線は、異なる曲線上の各点を結び合わせるることによつて得られるものである。

以上によつて砂が一定割合で投入される時には曲線型となり、もし流速低下とともに砂投入割合も低下されて、濃度が一定に保たれるならば、抵抗は平行型となるといえる。一定の管においては、平行型の図形が得られれば、任意の砂投入割合に対して、曲線型の図を画くことができる。実際の場合には曲線型の方が多く起る。

しかし濃度一定であつても水平部分が流速 0 まで続くのではなく、ある範囲がある。濃度一定ということ、管断面内の砂量が常に一定でなければならぬから、砂が全部沈澱してしまつた後においては、流水断面面積は一定になる。故にそれから後は抵抗は水と等しくなり、流速 0 で 0 になる。すなわち抵抗の傾向は図-7のごとくなる。A 点は砂が完全に沈澱する流速であり、この時流水断面面積は最小となるので抵抗は最も平均流速で表わしたのものから離れる。A-B間は砂が逐次浮遊してゆく段階であり、平均流速は増加するが

水流断面積もそれにつれて増大するので抵抗は増加しない。B 点に至ると砂が全部浮遊して、混合物の水頭で表わした抵抗は水と一致する。以上は濃度一定の場合であつて、砂の投入量が一定ならば流速低下とともに濃度が高まり A 点に達する前まで管がつかまつて、抵抗は無限大になる。曲線型の曲点は砂が転動あるいは滑動から、沈澱に移る段階である。図-7 の点 A, B は実際には点線のごとくなるであろう。

次に沈降速

度の影響を見るために、図-5 において、各砂ごとに点分散し始める流速をとり、これと図-2 篩分け曲線70%に当る点の沈降速度をいまその砂の代表的沈降速度として、その両者の関係を求めてみると、図-10のごとくなる。これによると沈降速度 6 cm/sec 以下では沈降速度が限界流速にかなりの影響をもつけれど 6 cm/sec 以上では大した影響がないことがわかる。

V. 結 語

以上を要約すると次のごとくなる。

1. 砂水の損失水頭は、これをその混合物の水頭で表わせば、砂が完全に浮遊する流速ではほとんど水の損失水頭と一致する。その場合砂の沈降速度及び濃度は関係しない。

図-7 砂水損失水頭の一般形

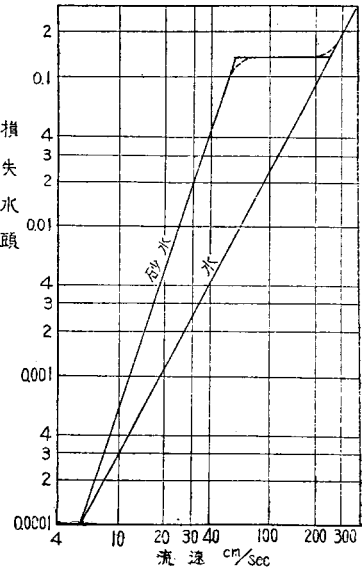
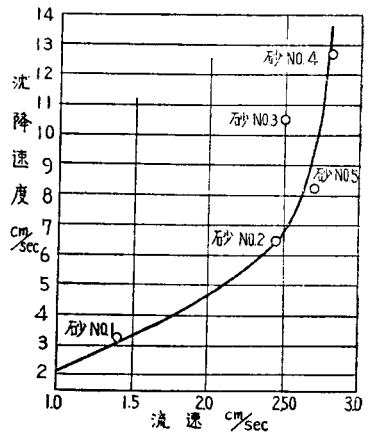


図-8 沈降速度と限界流速の関係



2. 砂が管底部に多くなる段階では、砂水の抵抗は水の抵抗より大になる。その場合砂の濃度が一定に保たれるならば、砂が完全に沈澱してしまう流速に下るまで抵抗は平均流速に関係なく一定であり、また砂の投入割合が一定であれば流速が沈澱流速に達する前に管はつまる。

3. 抵抗が平均流速に無関係になる段階では、最も大きく影響するものは濃度である。

4. 沈降速度は2インチ管においては、篩分け曲線上の70%の点における沈降速度が6 cm/sec 以下ではかなりの影響があるが、6~13 cm/sec の間ではあまり影響ない。

## VI. 附 記

この実験は文部省科学研究費を主体とし、さらに運輸省宇部港工事事務所、宇部市役所及び宇部興産株式会社 の援助によつて行つたものである。また京大石原教授、九大篠原教授の御指導を得、実験設備に関しては本学磯部助教授の御援助にまつところが多い。測定については延谷、久保、金口、河野、作村の各学生諸君の助力を得た。各位に対して厚く感謝を表したい。

## 参 考 文 献

- 1), 2), 4), 5)は土木学会誌36-11(昭.26-11)管路における砂水流れの抵抗について(筆者)に記載
- 3) Blatch: Trans. A.S.C.E., 1906(II) p. 400
- 6) Siegfried, Ann. d. Ponts et Chaussées, 1939. (昭.27.11.26)

UDC 517.941.7 : 534.01

# 固有値問題の数値解法\*

正員 工学博士 村山 朔 郎\*\*  
准員 谷 本 喜 一\*\*\*

## A NUMERICAL SOLUTION OF EIGENVALUE PROBLEM

(JSCE April 1953)

Dr. Eng., Sakurō Murayama, C.E. Member, Kiichi Tanimoto, C.E. Assoc. Member

**Synopsis** In order to solve eigenvalue problems which are difficult to be solved analytically a numerical method is introduced. This method is based on the stationary property of eigenvalue and the difference equation which is replaced approximately from the differential equation of the eigenvalue type and represented by a set of linear algebraic equations. To evaluate roughly the error in the results, solution obtained by this method is compared with the strict solution using some simple examples which have analytical solutions.

**要旨** 解析的に解けない固有値問題を数値的に解くことを試みた。要点は微分方程式を階差式で近似して代数式とし、固有値の停留性を利用したことにある。簡単な問題の厳密解と比較することによつて誤差の程度をほぼ判定した。

### 1. 緒 言

振動系の固有振動に関して、従来種々の解法が示され、厳密に解けない問題に対しても近似的に充分な解が求められたものが少なくない。ここに述べようとする方法は Kimball 及び Shortley の方法<sup>1)</sup>を拡張し

たものであつて、弾性体の固有振動のみならず一般固有問題に応用され得るものと考えて。原理は固有振動の微分方程式を階差法によつて代数方程式に変換し、固有値の停留性を利用することにある。

### 2. 一般的考察

取扱いの対象を2階及び4階固有値問題に限ることにする。これらには例えば剪断振動系及び曲げ振動系が対応する。

#### A) 2階固有値問題

絃の振動、棒の縦振動などの基礎方程式

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \quad (0 \leq x \leq l) \quad \dots\dots (1)$$

について考えよう。但し、 $x, t$  はそれぞれ座標及び時間て  $c$  は常数である。いま変数  $t, x$  を適当に変換すれ

\* 昭.27.6.28, 土木学会関西支部春季学術講演会にて発表

\*\* 京都大学教授, 工学部土木工学教室

\*\*\* 同 助手, " "