

- のついている。
- 10) 小西, 畑中, 後藤, 西村: 舟橋橋脚の振動試験と耐震性に関する考察, 第3回関西工学連合講演会で講演, 昭.25.10.14
- 11) K_0 は K が地表面 B から根入最下端 A まで全

- 区間 *const.* であることを示し, K_0-T 曲線は上掲文献2)式(8)で計算した。
- 12) 松平 精: 基礎振動学, p. 60, 昭.25.12. (昭.27.12.17)

udc 624.137.5 : 624.131.6

降雨時擁壁の附加圧力算定について

准員 赤井 浩 一*

ON THE COMPUTATION OF NEUTRAL PRESSURE ACTING ON THE RETAINING WALLS DURING RAINFALL

(JSCE April 1953)

Kōichi Akai, C.E. Assoc. Member

Synopsis In order to investigate the influence of seepage water pressure respecting the structural type of drainage in the retaining wall backfill, the distribution of water pressure is obtained for the simplest case when the steady seepage flow exists in the backfill during long-continued rainfall. Namely, the numerical calculation for the flow net in the backfill is performed for the case of some types of backfill face or drainage structure, mainly using the "Relaxation Method" which has been introduced by Southwell. As the results, it has become clear that the neutral pressure the influence of which has never been considered so serious has considerable defect to the stability of the retaining wall if the structural type of drainage is not suitable.

要旨 擁壁裏込めの排水工の構造によつて擁壁に加わる水圧が影響される模様を検討するため, 長期降雨により裏込め内に定常流が生じているような最も単純な場合を仮定して水圧分布を求めた。すなわち地表面及び排水工の種々な場合について, おもに Relaxation 法を用いて裏込め内に生ずる流線網の数値計算を行い, それらの結果について若干の考察を試みた。

1. はしがき

擁壁の安定計算には主働土圧のほか裏込め内の水圧も附加されるが, この水圧分布については従来きわめて限られた境界条件の下に 1, 2 の理論解が見出されたに過ぎない。しかしながら降雨によつて生ずる裏込め内の滲透水流は, 擁壁の安定に無視できない影響を及ぼすものと考えられる。たとえば Steinbrenner¹⁾ が行つた理論的研究によれば, 水平な地表面を有する背部の排水が完全な鉛直擁壁の場合, 連続降雨による土圧は, 滲透水流を考えないものより約 50% も大きくなることあり得ることを示しており, また

Terzaghi²⁾ の与えた計算例では 33% の増加がある場合を取り扱つている。

いままで擁壁の土圧計算には降雨の影響を考えに入れなかつたのが普通であるが, 上に述べたようなことを考えると擁壁の破壊が強い降雨の際に生ずることに不思議はない。従来はこれらの破壊は擁壁背後の排水が不完全なために起る滞水が原因のようにいわれてきたが, これは不十分な考えであることがわかる。

一般に滲透問題を取り扱う場合, 媒質内部の滲透の状態を知るために図上に画いた等ポテンシャル線をそれに直交する流線とで形成される流線網を利用すると都合がよい。この流線網により媒質内各点における速度ポテンシャル, 圧力ポテンシャル, 水頭分配, 滲透流速, 流量及び附加水圧 (neutral pressure) などが計算できるから, 土構造物の滲透作用に対する安定解析の大半がなされる。

流線網作製的手段には, 種々の方法が提案されて³⁾, その優劣についても論議されている⁴⁾。ここでは一般的な境界条件に対しても相当高い精度で数値を得る

* 京都大学講師, 工学部土木工学教室

ことができる。Relaxation 法によるものを重点として述べることにする。この方法は Southwell¹⁰⁾の展開した 2次元線型偏微分方程式の境界値問題を解く一種の逐次近似法であつて、これをポテンシャル理論に従つた滲透水流の解析に応用する時は、媒質が均一材料よりなる場合とそうでない場合とのいずれを問わず、またアースダム内滲透水のように自由流線を生じ、従つて境界の一部が形の上で未知である場合においてさえも、数%以内の誤差で媒質内各点の滲透水の速度ポテンシャルまたは圧力ポテンシャルを算出することができる。しかし本文は長期の連続降雨により均一な裏込め内に定常流を生じている場合を一例として採り上げたもので、自由流線の現われない仮想状態について演算した。

2. Fourier の級数または積分による解法

不滲透水平基礎上の鉛直擁壁が水平な裏込めを有する場合は、滲透水流は 2次元定常熱伝導の簡単な境界条件の場合に相似であるから、解析的には Fourier の級数または Fourier の積分を用いて解くことができる。たとえば擁壁の高さ H に比して裏込めの奥行き L が非常に大きく、ほとんど無限大とみなされる場合について最初に考える。これは速度ポテンシャルを φ とすると、Laplace の方程式

$$\nabla^2 \varphi = 0 \dots\dots\dots (1)$$

に対して境界条件は 図-1 のごとく、

$$(\varphi)_{y=H} = f(x), \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)_{y=0} = 0, (\varphi)_{x=0} = f(y)$$

となるが、これを 2 分して 図-1(a), 図-1(b) のようにわける。

すなわち、

図-1 (a): $(\varphi_1)_{y=H} = 0, \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial y}\right)_{y=0} = 0, (\varphi_1)_{x=0} = f(y)$

図-1 (b): $(\varphi_2)_{y=H} = f(x), \left(\frac{\partial \varphi_2}{\partial y}\right)_{y=0} = 0, (\varphi_2)_{x=0} = 0$

とする。擁壁背面の排水が完全でかつ降雨強度が均一な場合において、裏込めの透水係数を k として、

$$f(y) = ky, f(x) = kH = \text{const.}$$

図-1 式(1)の境界条件 (<が無限大のとき)

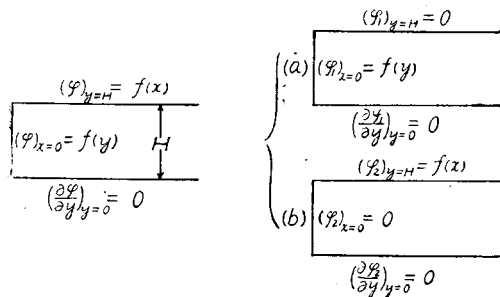
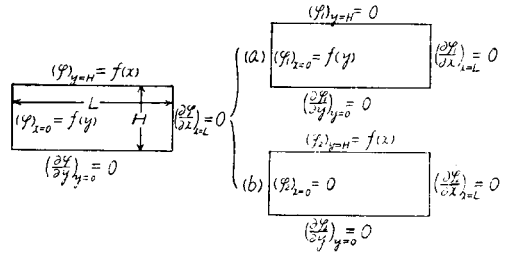


図-2 式(1)の境界条件 (<が有限のとき)



を適用すると式(1)の解として次式を得る。

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_1 + \varphi_2 \\ &= k \left[4 H \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{m\pi} \left(\sin \frac{m\pi}{2} - \frac{2}{m\pi} \right) e^{-\frac{m\pi x}{2H}} \cos \frac{m\pi y}{2H} \right. \\ &\quad + \cos \frac{\pi y}{2H} \int_0^{\infty} \left\{ \frac{\cosh \frac{\pi(\lambda-x)}{2H}}{\cosh \frac{\pi(\lambda-x)}{H} + \cos \frac{\pi y}{H}} \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{\cosh \frac{\pi(\lambda+x)}{2H}}{\cosh \frac{\pi(\lambda+x)}{H} + \cos \frac{\pi y}{H}} \right\} d\lambda \right] \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

次に裏込めの奥行きが L なる有限値を有する場合には、 $x=L$ のところでその面に垂直な方向の水流がないという条件、

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)_{x=L} = 0$$

を上記条件のほかにつけ加える。この場合の式(1)の解は前と同様に 図-2 を 図-2(a) と 図-2(b) とにわけると、

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_1 + \varphi_2 \\ &= 4 k H \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{m\pi} \left\{ \sin \left(\frac{m\pi}{2} - \frac{2}{m\pi} \right) \frac{\text{chsh} \frac{m\pi}{2H}(L-x)}{\cosh \frac{m\pi L}{2H}} \right. \\ &\quad \left. \times \cos \frac{m\pi y}{2H} + \frac{\cosh \frac{m\pi y}{2L}}{\cosh \frac{m\pi H}{2L}} \sin \frac{m\pi x}{2L} \right\} \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

なる Fourier の級数で与えられる。

Steinbrenner は上と同じ境界条件を満足する式(1)の解を少し異なつた級数の形で与えているが¹⁾、いずれにしても十分な精度を得るためには相当多くの項数をとる手数が必要となる。

3. Relaxation 法による解法と附加圧力線

2. で述べた滲透水流を 2次元熱伝導の現象に相似させる方法は境界の形が多少複雑になつて、たとえば壁面が鉛直でなくなつたり、基礎や裏込め表面が水平でなくなつたりすると解くことができない。ところが Relaxation の逐次近似法によれば、このような境界

の複雑さは何の困難も感ぜずに除去することができ、しかも必要に応じた精度を得ることができる。

Relaxation 法によつて数値解を得るためにはおもな操作が2つある。第一は格子の節点における偏微分方程式(1)を定差近似で置き換えること、第二は領域全体にわたつて設けられた格子の各節点に対してこの定差方程式の解を求めることである。しかしこの方程式の数は普通100~200の程度になるから代数的方法は使われず、これを Relaxation 演算法で解くのである。

まずさきに 図-2 で与えた擁壁裏込め内の滲透水流に対してこの方法を適用する。境界条件は前と同様にとるが、いま $L=2.5H$ としてこの矩形の範囲で演算を行う。演算には格子の正方形の1辺を500にとり、各節点で定差方程式

$$\varphi_I + \varphi_{II} + \varphi_{III} + \varphi_{IV} - 4\varphi_0 = R_0 \dots\dots(4)$$

を用いて残差 R_0 を決定した。ただし $\varphi_{I,II,III,IV}$ は φ_0 を有する自己の節点のすぐ隣りの上下左右4つの節点における φ の値を示す。裏込め表面の φ の値2000に対して各節点における R_0 が充分小さく、すべて2以下を与えるようになったときの演算の最終結果として採用すると 図-3 が得られる。この図で φ_0 の値は各節点の左上に、 R_0 はその右上に書いた。なおいくつかの点の括弧内の φ の値は2.で述べた Steinbrenner の理論解によるものである。

次に 図-4 は 図-3 のように擁壁全高に完全排水設備がなされていなくて、擁壁の最下部から1/4の高さまでしか排水溝のない場合について演算を行つた結果を示しており、擁壁の近くでは φ の分布が相当異なつてくる。

図-5 は擁壁近くの裏込めの表面が2割の傾斜をしているような場合である。この場合問題になるのは斜面近傍の節点では4本の腕の長さが等しくないから、定差方程式(4)を修正して 図-6 のような場合に対しては

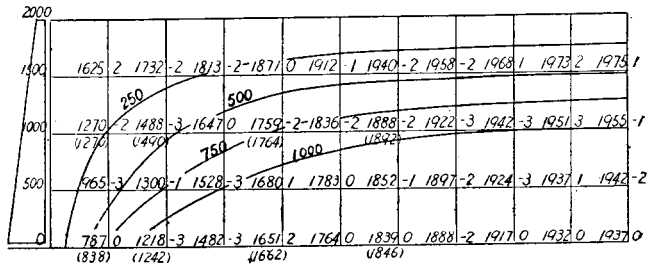
$$\left. \begin{aligned} &\frac{2}{a_1(1+a_1)}\varphi_I + \frac{2}{1+a_1}\varphi_{III} + \frac{2}{a_2(1+a_2)}\varphi_{IV} \\ &\varphi_{II} + \frac{2}{1+a_2}\varphi_{IV} - \left(\frac{2}{a_1} + \frac{2}{a_2}\right)\varphi_0 = R_0 \end{aligned} \right\} (5)$$

$$a_1 = h_1/h, \quad a_2 = h_2/h$$

を用いて R_0 をきめなければならないことである。

図-3~5の各節点の速度ポテンシャルの値からそれぞれ位置のポテンシャルの値を差し引くと圧力ポテ

図-3 鉛直擁壁裏込め内の附加水圧分布 (完全排水の場合)



【図-4 鉛直擁壁裏込め内の附加水圧分布 (不完全排水の場合)

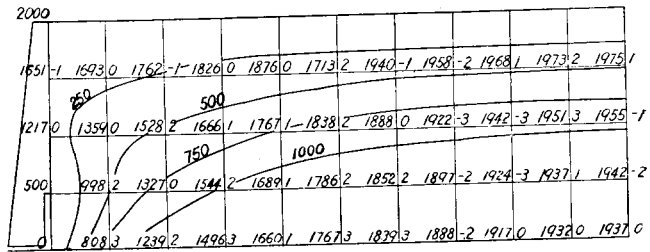


図-5 鉛直擁壁裏込め内の附加水圧分布 (地表が水平でない場合)

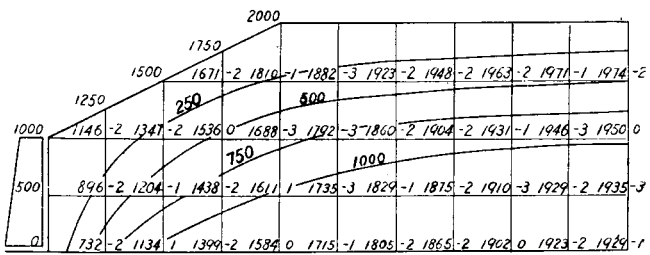
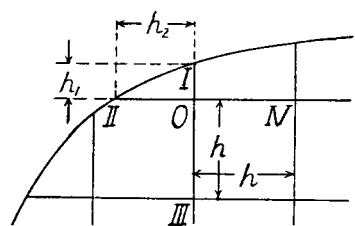


図-6 腕の長さが異なる場合の Relaxation Operators



ンシヤルの分布が得られるから、この等ポテンシャル線を図中に記入した。これは降雨によつて増加した圧力の分布を示している。これらの図のように附加圧力が擁壁の滑り面に沿つて生ずるような場合には、土圧を助長して滑り面における滑動を促進する傾向を増すから、このような排水工はたとえ排水が完全に行われても好ましくない。ことに 図-4 のような不完全排水の場合には附加圧力が擁壁に接近して生ずる結果、擁壁に加わる圧力が増大して破壊の危険が大きいがわかる。さらにこれらの図では降雨の滲透流線と滑り面の方向とが一致する傾向があり、この点からも擁壁の安定に悪影響があるものと考えられる。

このような附加水压を除くには、たとえば
 図-7のように擁壁の下端から傾斜した排水
 溝を裏込めの中に設けるとよい⁷⁾。すなわ
 ち降雨による滲透流は擁壁の方に向わずに鉛
 直下方に落ちてゆき、また附加圧力は擁壁に
 影響を及ぼさない遠方に後退して滑り面のと
 ころで余分な圧力増加を生じないからである

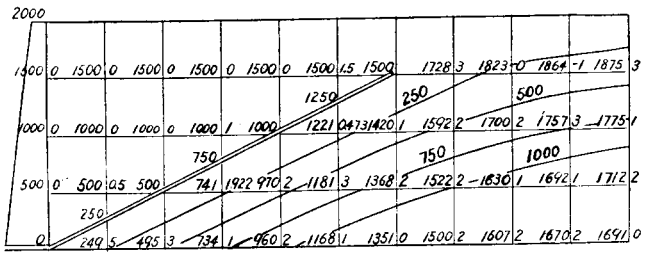
4. むすび

本文では一例として降雨強度 i_r が擁壁裏込
 め材料の透水係数 k より大きいような連続降
 雨によつて生ずる滲透水の定常流を解析する
 ために、おもに Relaxation 法を用いて数値計
 算を行つた結果を報告した。これによつて従
 来あまり影響が考えられていなかった降
 雨時の附加圧力が、排水工の構造いかん
 によつては擁壁の安定に相当重大な悪影響
 を与えるものであることを明らかにするこ
 とができた。この方法において演算の精度
 をさらに高めるには、定差方程式(4)ま
 たは(5)に高次の項を取り入れるよりも
 格子の目をもつと細かくする方がよいこ
 とが知られている。また透水係数の異な
 つた数種の材料からなる場合あるいは基
 礎にある程度の透水性を持たせる場合な
 どに対しては、それに応じて格子の目を
 変えれば演算が容易にできる。また擁壁
 の構造によつて裏込め内に自由流線が生
 ずる場合にも境界条件に応じた適当な技
 巧によつて、その境界を見出しながらか
 速度ポテンシャルの分布を求めることが
 できるので今後の研究に待ちたいと思
 う。

なお本文では単に滲透水流による附加
 圧力が擁壁の安定に及ぼす影響について
 述べたが、擁壁の安定にはさらに水分
 による土性の変化をもあわせて考慮せ
 ねばならない。

終りに、京大教授村山博士の御指導
 にお礼を申し上げます

図-7 鉛直擁壁裏込め内の附加水压分布
 (裏込め内に傾斜排水溝を設けた場合)



げるとともに、計算の労をわずらわせた長沢
 研究生にも謝意を表する。

参考文献

- 1) W. Steinbrenner: Der Einfluss einer durch starke Regen verursachten Grundwasserströmung auf die Standfestigkeit von Erdkörpern, Bauing., Vol. 18, pp. 164-168, 1938
- 2) K. Terzaghi: Theoretical Soil Mechanics, pp. 247-251, 1948
- 3) たとえば福岡正己: 最近土質工学, 8. 河川堤防, pp. 64-66, 1950
- 4) たとえば嶋祐之: 滲透水流に対する Hele-Shaw の実験の応用, 土木学会誌36巻5号, pp.231-234, 1951
- 5) R.V. Southwell: Relaxation Methods in Engineering Science, 1940
- 6) R.V. Southwell: Relaxation Methods in Theoretical Physics, 1946
- 7) K. Terzaghi: Effect of the Type of Drainage of Retaining Walls on the Earth Pressure, Proc. Intern. Conf. Soil Mechanics, Cambridge, Mass., Vol. 1, pp. 215-218, 1936

(昭.27.11.14)

第 38 卷第 2 号 "トラクタの履帯に関する研究" 正誤表

ページ	場 所	誤	正
56 左欄	図-5(b)説明	($\dot{\cdot}$ 湿潤自然土)	($\dot{\cdot}$ 乾燥自然土)
"	図-5(c)説明	($\dot{\cdot}$ 乾燥自然土)	($\dot{\cdot}$ 湿潤自然土)
56 右欄	上から3行目	粘着係数 μ_{max}	粘着係数の中の最大の係数値 μ_{max}