

固定砂利層上の水流の平均流速について

正 負 久 宝 保*

ON THE MEAN VELOCITY OF WATER FLOW ON A FIXED GRAVELS BED

(JSCE March 1953)

Tamotsu Kubō, C.E. Member

Synopsis There are some differences of velocity of water flow, of course, by its roughness of bed. Therefore, if we don't know the accurate values of roughness, the estimation of velocity or discharge includes considerable errors. The author experiments water flow on the bed which is consisted from screened gravels, and from his energy-equation of flow, he requires the value of roughness. But the Reynolds' number of its is so large, that the Chezy's formula of velocity is fitted in the case of which the bed is fixed. And he thought that,

$$u = \frac{k}{\sqrt{d}} \sqrt{Ri} \quad k=1.050 \quad (486 \sim 1334)$$

when u ; mean velocity (cm/sec), d ; grain size (mm), R ; hydraulic radius (cm), and i ; bed slope.

要旨 水流の流速はもちろんその床の粗度によつて相異なる。従つてもしも粗度の正確な値を知らなければ、流速あるいは流量の推定にかなりの誤差を含む。従つて著者は篩分けた砂利よりなる床上的水流について実験し、彼の流れのエネルギー方程式から、その粗度の値を求めた。しかし、その Reynolds 数が大きければもちろん Chézy の平均流速公式が、固定砂利床の場合によく合う。また、砂利の粗度はその粒径によるが、その値は砂利の撻固め及び形状によつて異なるので、かなりの拡りを示す。これらより、

$$u = \frac{k}{\sqrt{d}} \sqrt{Ri}, \quad k=1.050 \quad (486 \sim 1334)$$

とせられると思われた。但し、 u : 平均流速 (cm/sec), d : 粒径 (mm), R : 径深 (cm), i : 床勾配である。

I. 平均流速に関する考察¹⁾

水流の定流の場合の連続条件式は、

$$\partial Q / \partial x = 0$$

但し、 Q は流量、 x は流れの方向とせられる。

また、水流の位置において有するエネルギーは、単位時間に、 $\gamma Q(y_1 - y_1' + y_0)$ で表わされる。但し、 γ は水の単位重、 y_1 は最大水深、 y_1' は流積の重心の水面よりの深さ、 y_0 は底床の水平基準面よりの高さである。次に、その水流の圧力に関するエネルギーは、単位時間に、 $\gamma Q y_1'$ とせられる。次に、流速 u に関するエネルギーは、 $\gamma Q u^2 / 2g$ である。次に、流れの内部で失われるエネルギーを、その流速によるエネルギーに比例するとして、 $\alpha \gamma Q u^2 / 2g$ とおく。さて、周辺における摩擦抵抗力 τ は、 $\tau = C \gamma u^2$ とし、 C を摩擦係数と

いうこととする。これによつて流れがその摩擦によつて失われるはずのエネルギーは、単位時間に、 $C \gamma u^4 U$ (但し U は潤辺、とすることが出来る。このような方法は Vitols によつて示されたが、ここに C は dimension を有し、前の内部の流れの摩擦 α にも関連するはずである。

定流では以上のエネルギーの総和が流れの方向に関して不変であると考えられるので、

$$\gamma Q \frac{\partial}{\partial x} [(y_1 + y_0) + (1 + \alpha) u^2 / 2g + C u^4 U / Q] = 0$$

となる。

直線的な等流では、流れの方向と鉛直方向とが直角に近いので、

$$\frac{\partial}{\partial x} (y_1 + y_0) = -i = -J$$

とせられ、水面勾配 J 、及び床勾配 i で示されるから前式は、

$$i = \frac{u^2}{2g} \frac{\partial \alpha}{\partial x} + \frac{u^4 U}{Q} \frac{\partial C}{\partial x} > 0$$

とせられ、径深 $R (= U / U)$ を用いると、

$$i = \frac{u^2}{2g} \frac{\partial \alpha}{\partial x} + u^3 R \frac{\partial C}{\partial x} > 0 \quad \dots \dots (1)$$

さて、(1) 式において、(i) $\partial \alpha / \partial x = \partial C / \partial x = 0$ $\therefore i = 0$ となり不合理となり、(ii) $\partial \alpha / \partial x \neq 0$, $\partial C / \partial x = 0$ とすると Chézy の平均流速公式に似た結果を与え、(iii) $\partial \alpha / \partial x = 0$, $\partial C / \partial x \neq 0$ とすると、Manning 系の特殊な平均流速公式を与える。しかるに、 $\partial \alpha / \partial x \neq 0$, $\partial C / \partial x \neq 0$ とすると、次のようなことがいえる。

すなわち、 $\partial \alpha / \partial x > 0$, $\partial C / \partial x < 0$ で i が一定という場合には、漏れの内部摩擦が流れの方向に増大する

* 徳島大学助教授、工学部土木教室

が、周辺摩擦は減少する。しかも等流であつて、両者の摩擦の変換が行われることになる。また、逆に、 $\partial\alpha/\partial x < 0, \partial C/\partial x > 0$ なる場合も考えられ、内部摩擦が周辺摩擦に変わることを示す。しかしそれらの極限を考えると、内部摩擦または周辺摩擦がいちじるしく小さくなる等流が成立することとなるので、恐らく、

$$\partial\alpha/\partial x \geq 0, \partial C/\partial x \leq 0$$

が平衡を保ち、等流を保持するようになり、きわめて局部的に行われているに違いない。ここにその α と C との関連があるものと思われる。

いま、 $\partial\alpha/\partial x$ も $\partial C/\partial x$ も一定である短区間で、 i が u のみの函数と考えられる場合には、

$$\begin{aligned} \partial i/\partial u = 0 \therefore \partial C/\partial x \\ = -\partial\alpha/\partial x / (3u_0 R g) \end{aligned}$$

となり、 $i > 0$ であるためには、

$$\frac{1}{g} \frac{\partial\alpha}{\partial x} + 2uR \frac{\partial C}{\partial x} > 0$$

故に、 $k' = 2$ または 3 とすると、

$$\frac{1}{g} \frac{\partial\alpha}{\partial x} + k'uR \frac{\partial C}{\partial x} \geq 0$$

となる。ここに、

$$-\frac{1}{g} \frac{\partial\alpha}{\partial x} = k''uR \frac{\partial C}{\partial x} \dots\dots\dots(2)$$

として、 $\partial\alpha/\partial x$ と $\partial C/\partial x$ との関係を与えるものとする。ここで、 $k'' = k'$ で前記の条件を満足する。このような値 k'' は主として床の粗度に関連するものと思われる。

故に (1) 式より、

$$i = \frac{u^2}{gR} \frac{R}{2} \frac{\partial\alpha}{\partial x} \left(1 - \frac{1}{k''}\right)$$

となり、 i はまず Froude 数の自乗によることが示される。従つて一般に、

$$i = (F_r)^2 \cdot (R_c)^m \cdot X \dots\dots\dots(3)$$

とし、 F_r を Froude 数、 R_c を Reynolds 数、 X を粗度による値として、前式を一般化することとする。ここに m は前式より 0 に近いことが予想されるが、その場合には、

$$u = \sqrt{gRi} (X)^{-\frac{1}{2}} \dots\dots\dots(4)$$

となり、Chézy の平均流速公式が成立することになる。

II. 砂利層上の水流の実験

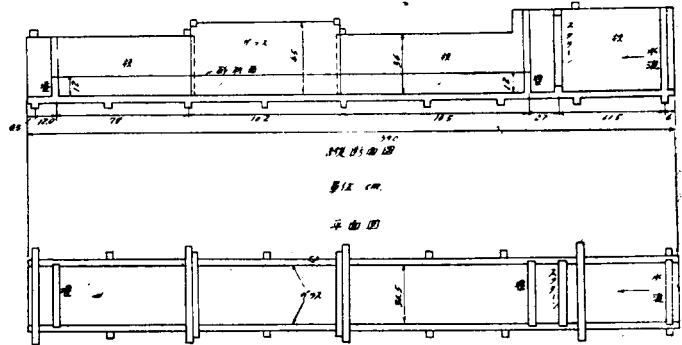
砂利層上の水流の実験に当つて 2, 3 の小水路での土砂の予備実験を試みたが、これは省略する。ただそれによつて、短区間を等流としてよいこと、勾配 (i) は $i^{\frac{1}{2}}$ で整理すれば、わざわざ勾配を変化させて実験

するに及ばないことを知つたが、念のために次の実験では緩急両勾配に関して行うこととした。

さて本実験要項を示すと、

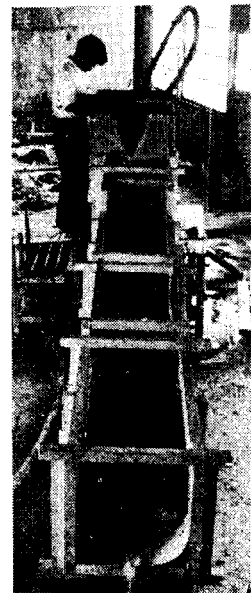
- (i) 吉野川産の砂利を篩分けて使用する。
- (ii) 水路は木製、ペンキ塗、一部ガラス使用 (写真-1 参照)。

図-1 実験水路
The Water Channel of the Experiment



- (iii) 流量測定には桁及び三角堰使用 (写真-1 参照)。
- (iv) 水深の測定にはマノメーター及びポイント・ゲージを使用する。
- (v) マノメーターのガラス管は 1 本のみとし、コックを用い、これにより水面勾配を測定する。
- (vi) 平均流速等は計算による。

写真-1 実験水路
The Water Channel of the Experiment



本実験中特に感ぜられたことは、小さい粒径の砂利は流送されやすく、搦固め及び敷均しによつて、数回の測定結果に差異を生じやすい。やや大きい粒径の砂利はその水深の測定が困難である。きわめて大きいものはその並べ方によつての相異があるが、結果は比較的一様に得られる。ただし、水路の能力が小さくなる。一般に砂利の形状の不規則性が比較的大きく作用して、その結果を不同ならしめ

ることが感ぜられた。

以上の結果より, Reynolds 数と Chézy 及び Manning の平均流速による粗度係数 C 及び $1/n$ を求めることとした。その例として, 図-2 に Reynolds 数と Chézy の係数との実測例を示しておいた。

この結果より, Reynolds 数が小さければ, Chézy の粗度係数も, Manning のそれも, 決して一定ではないが, Reynolds 数が大きければ, Manning の粗度係数が一定に近ずき, Chézy のそれも一定になるうとすることが明白となつた。

次に実験結果の概略を示すと 表-1 のとおりである。

図-2 Reynolds 数と Chézy の係数との関係の例

An Example of a Relation between Reynolds' Number and Chézy's Coefficient

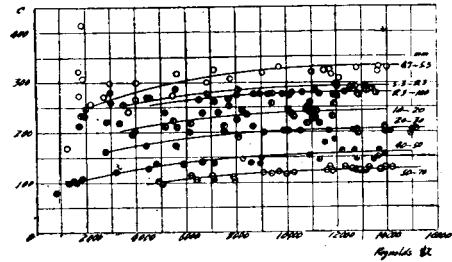


表-1 実験結果の概略

番号	粒 径	水 深	平均流速	勾 配	Re	C	$1/n^*$	水 温	摘 要
1	0.47-0.53	0.54-3.28	9-49	0.0021-41	360-11300	205-542	49-113	17°C	単位は cm-sec. 1 回につき 25度づつ測定 する。 $1/n^*$ は m-sec に よる値。
2	"	1.04-3.48	16-44	0.0016-44	1700-14000	190-331	47-90	"	
3	"	0.91-1.83	21-51	0.009-222	1900-8300	124-234	28-46	19.5	
4	0.53-0.83	1.19-3.11	19-43	0.0070-93	2100-12000	190-272	41-50	17°C	
5	"	1.17-3.41	18-42	0.0047-83	2800-13100	213-296	44-52	"	
6	"	1.76-2.09	31-56	0.0189-217	1500-11400	181-298	41-60	20	
7	0.83-1.0	1.24-3.99	13-41	0.0039-133	1600-15000	155-359	38-61	16	
8	"	1.15-3.35	18-44	0.052-72	1800-13500	231-289	46-53	17	
9	"	0.89-2.58	17-59	0.0200-222	1500-15100	114-257	27-48	21	
10	1.0-2.0	0.82-3.93	7-43	0.0029-224	600-15200	130-309	29-51	16.5	
11	"	1.77-3.50	21-38	0.0053-68	3400-11900	196-255	37-45	17	
12	"	0.97-2.77	21-55	0.0225-237	2100-14900	143-223	31-41	20.8	
13	2.0-3.0	1.64-4.29	15-41	0.0021-92	2300-16300	161-224	31-36	17	
14	"	1.57-3.85	14-38	0.0057-76	1900-13400	141-225	28-39	"	
15	"	0.85-3.09	11-40	0.0154-209	1000-12000	93-178	19-32	21	
16	3.0-4.0	0.94-4.31	10-38	0.0051-82	800-15000	118-229	21-40	17	
17	"	0.45-3.10	16-47	0.0192-221	1800-14600	96-180	21-33	21	
18	4.0-5.0	1.28-4.71	9-33	0.0051-97	800-13900	80-162	17-27	17	
19	"	0.99-3.10	22-46	0.0236-269	2500-14500	122-169	23-29	21	
20	5.0-7.0	3.15-5.01	17-31	0.0087-117	4900-13900	96-130	18-31	17	
21	"	1.31-3.73	15-40	0.0213-237	2000-15000	76-145	14-26	21.8	

III. 粗度係数

以上の結果より Reynolds 数が大であれば, Chézy の平均流速公式が成立するように思われたので,

$$C = u/\sqrt{Ri}$$

を用いて, (3) 式を書きかえ,

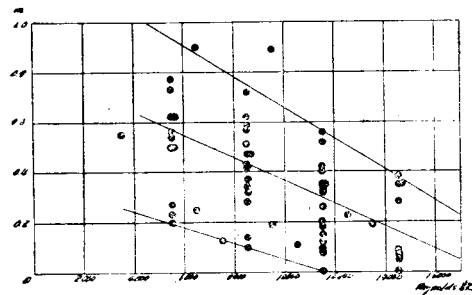
$$1 = C(uD/\nu)^m X^{1/2}$$

として, 実験結果より, m を推定することとした。すなわち 図-3 がそれであつて, D は深さである ($D=R$)。その結果かなりの揺りを生ずるが, Reynolds 数が大きければ $m \rightarrow 0$ ということは明白である。

従つて, Chézy の平均流速公式が, 大きい実際の河川等では成立すると考えてよいと思われた。従つて, Chézy の平均流速公式の C をもつて粗度係数という

図-3 Reynolds 数と m との関係

Relation between Reynolds' Number and m .



こととする。しかし, 前述の粗度に関する値 X は, いまその砂利の大きさ d によるものと考えらるので,

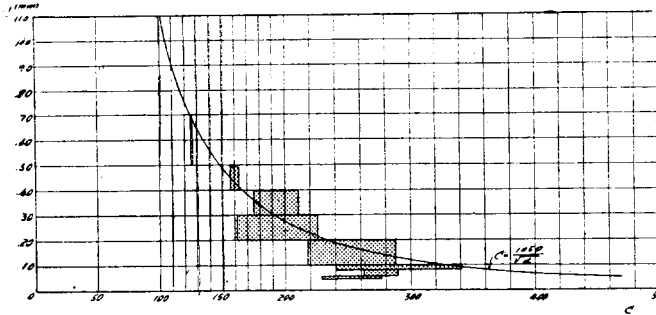
X の d

と仮定した。従つて、

$$u = (k/\sqrt{d})\sqrt{Ri} \quad \dots\dots\dots(5)$$

とし、前述の実験結果より、図-4 のような値を得た。

図-4 粗度係数と粒径との関係
Relation of Coeff. of Roughness and Grain Size.



但し、その k/\sqrt{d} に関しては、ある節目と次の節目の間に一様に分布する d の値を用いて、ある線分で示した。なお、そのような k についてもかなりの拡りがあるので、その最大と最小により矩形で示すこととした。また、Reynolds 数のきわめて大なる場合の粗度係数を推定して示すこととした。従つて、

$$u = (1050/\sqrt{d})\sqrt{Ri}$$

u : cm/sec, d : mm, R : cm

という傾向が明白となつた。但し、種々の条件により $k=486\sim 1334$ の範囲にあることは、実験の比較的困難なことを示しているようである。

なおこのような浅い流れの実験では Manning の公式による粗度係数の逆数 ($1/n$) は大体本結果の倍に近く、物部博士の書にある Schocklitsch の結果²⁾より小さい値を示している。すなわち、流れにくいということがいえるが、ここに Schocklitsch のものは推定値であり、また、きわめて深い流れでは河床の影響が流れ全体にいちじるしく作用するものか否かが疑問である。ただ、Schocklitsch の示した粗度係数と著者の結果とか比較的よく似ていることを述べておこう。

最後に本研究は文部省の科学研究費の一部により、田中要三君及び学生大野勇記君の援助により実験を行つたことを附記しておく。

引用文献

- 1) 久宝 保：“沖積地における河川流について”，土木学会誌，36巻，5号，p. 9
- 2) 物部長穂：“水理学”，p. 99 (昭.27.11.24)

学会備付雑誌 (国内) 一覧 (3)

昭.27 年中寄贈または交換により受領した分 (1. 官公庁関係の分は第 38 巻第 2 号 41 ページに、2. 学校関係の分は同号 29 ページに掲載)

3. 官公庁、学校関係以外の分

IOS ニュース 1—2 号 (日本規格協会)，衛生工業協会誌 26 巻 1—12 号，応用力学 4 巻 25 号・5 巻 26—28 号 (日本応用力学会)，化学工業時報 714—747 号 (化学工業時報社)，化学と工業 5 巻 1—12 号 (日本化学会)，河川 26 年 2—12 月号・27 年 1—11 月号 (日本河川協会)，管工事工業 5 巻 11—12 合併号・6 巻 1—12 号 (日本管工事工業協会)，関西電力建設部技術研究資料 2—7 号，建設 64—85 号 (全日本建設技術協会)，建設技術研究所所報 9 号，建設経済速報 43—77 号 (建設経済研究会)，建設の機械化 22—34 号 (建設機械化協会)，建築雑誌 67 巻 782—793 号 (日本建築学会)，公園緑地 14 巻 1—2 号 (公園緑地協会)，交通技術 65—76 号 (交通協力会)，神戸製鋼 2 巻 1—4 号，港湾 29 巻 1—12 号 (港湾協会)，国立公園 26—35 号 (国立公園協会)，資源科学研究所彙報 23—

27 号，新砂防 5—9 号 (砂防学会)，新都市 6 巻 3—12 号 (都市計画協会)，JIS 5 巻 1—12 号 (日本規格協会)，JREA ニュース 55—66 号 (日本鉄道技術協会)，水道協会雑誌 207—218 号，住友機械技報 3 巻 10—11 号・4 巻 12—13 号 (住友機械工業)，セメント・コンクリート 59—70 号 (日本セメント技術協会)，製鉄研究 200 号 (八幡製鉄)，石膏 4 号以後受領停止 (石膏研究会)，全建ニュース 102—127 号 (全国建設業協会)，測量 2 巻 1—12 号・1 巻合本 (日本測量協会)，造園雑誌 15 巻 1—4 号・16 巻 1—2 号 (日本造園学会)，造船協会誌 295—300 号，地質工学 1 輯 (日本物理探鉱 KK 地質工学研究所)，鉄と鋼 38 年 1—11 号 (日本鉄鋼協会)，鉄道電化文献集 3 号 (鉄道電化協会)，電気学会雑誌 72 巻 759—771 号，電気協会雑誌 340—351 号 (日本電気協会)，電研月報 2 巻 1—3 号 (電力中央研究所)，電力技術研究所土木科輯報 1 輯，土地改良 1 巻 1—2 号・2 巻 1—12 号 (土木雑誌社)，都市計画 1—2 号 (日本都市計画学会)，都市不燃化 34—44 号 (都市不燃化同盟)，都市問題 43 巻 1—4 号 (東京市政調査会)，都市連盟 5 巻 1—6 号終刊 (日本都市連盟事務局)，(36 ページへ)