

土木現象を対象とした時系列の問題

正貞 工学博士 石原 藤次郎*

1. はしがき

われわれ土木技術者は、力学的な説明がつきにくく実験実測も容易でない一種の波動現象とも云うべきものを対象とする場合が少なくない。毎日の天気、台風の来襲、高潮の記録、河川流量の変化、風による潮流のセイシや構造物の震動と云つた現象は、土木工事の設計施工に特に重大な影響をもつものであるが、多くの不明にして不確実な要素に支配され、特にこうした現象をひき起した外力が全く不規則な場合が多い。しかしこれらの現象がともかくも時間とともに変つてゆくと云う意味で、こうした現象の観測値の数列を時系列(Time series)と云つている。この時系列の変動のなかには、測定器械や観測統計方法に依存する変動因子とともに、一般に偶然に支配される因子が含まれている。従つて実際に観測されている時系列は統計的には一つの標本であつて、その母集団を時系列論では確率過程(Stochastic process)と云う。時系列解析の目的は、時系列をもとにして、その母集団たる確率過程の性質を研究し、また将来の予想を確率論的に行うことである。上述の波動現象的な土木工学上の諸問題について時系列解析を行うことによつて、たとえ現象論的な意味ででも、その固有振動周期とか減衰率と云つたものが見出されるならば、その変動の将来を予想することもできるし、今後の力学的研究のための一段階としても役立つものと思われる。本文はこうした意味において、土木現象を対象とした時系列解析のごく初歩的な問題をわかりやすく説明したものであつて、詳しい理論¹⁾、特に面倒な数学的な裏付け²⁾はすべて専門書にゆずることとした。

2. 定常確率過程

実際に時間の経過とともに観測されている時系列、すなわち標本を x_t 、それに対応する母集団である確率過程を $X(t)$ とすると、時系列解析は前述のように x_t を手がかりとして $X(t)$ の諸性質を究めようとするわ

けである。もちろん $X(t)$ は時刻 t のみの函数ではなくて、多くの他の条件に支配されているはずであるが、時間とともに規則的に変動する現象はこれらの条件が明瞭であつて、充分物理的な説明ができるわけであるから、ここでは論外である。これらの条件が不明であるとき、この条件をいかに統計的に規正するかを問題にしようとするわけである。

そこで頭のなかでいろいろと $X(t)$ の確率的な形を想定してみると、まずある時間 t_1 にて $X(t_1) \leq x_1$ なる値をとる確率法則と、 t_2 にて $X(t_2) \leq x_2$ なる値をとる確率法則と同じである場合、すなわち例えば $X(t)$ は平均が m 、分散が σ^2 なる正規分布 $N(m, \sigma^2)$ に従うと云つた場合と、 t_1 では $N(m_1, \sigma_1^2)$ なる正規分布に従うのに t_2 では $N(m_2, \sigma_2^2)$ なる正規分布 (あるいはもつと別種の分布) に従うと云う場合との2つが考えられる。前者は簡単であるが、後者は各時間の確率法則が t とともにどのように変化しているかがわかれば手も下せるが、全く見当もつかないと云つたものなら非常に面倒なことになる。しかし実際上はそのような問題はあまり起らないし、かりにあつても近似的な取扱いができるわけである。

次に確率過程の定常性を定義しよう³⁾。任意の時間系列 t_1, t_2, \dots, t_n に対応して確率変数 $X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_n)$ がそれぞれ $X(t_1) \leq x_1, X(t_2) \leq x_2, \dots, X(t_n) \leq x_n$ となる確率、すなわち同時分布函数 $F(x_1, t_1; x_2, t_2; \dots; x_n, t_n)$ が時間を任意の t だけずらしたときの同時分布函数 $F(x_1, t_1+t; x_2, t_2+t; \dots; x_n, t_n+t)$ と等しいときに、その確率過程 $X(t)$ は定常であると云う。こうした定常の場合は、任意の時刻 t における $X(t)$ の分布函数は t に無関係となるが、これは上述の前者の場合であつて、その分布函数を主分布函数と云う。この定常確率過程の平均値及び分散は t に無関係であり、また自己相関係数も時間間隔のみによつて定まり、 t には無関係となる。そこで定常確率過程の標本である定常時系列 x_1, x_2, \dots, x_N に対しては、定常確率過程について述べた上の特性量にそれぞれ対

* 京都大学教授、工学部土木工学教室

応する次の統計量を計算して、研究を進めることができる。このことは、これらの統計量とその確率過程の特性量との関係が、統計量の長時間平均が母集団平均にほとんど等しいと云うエルゴード性によつて与えられるからである。

$$\text{平均値: } \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{分散: } s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 - \bar{x}^2 \dots\dots\dots(2)$$

系列相関係数:

$$r_k = \frac{1}{N-k} \sum_{i=1}^{N-k} (x_i - \bar{x}_1)(x_{i+k} - \bar{x}_2) / s_1 s_2$$

$$= \left(\frac{1}{N-k} \sum_{i=1}^{N-k} x_i x_{i+k} - \bar{x}_1 \bar{x}_2 \right) / s_1 s_2 \dots\dots(3)$$

ここに、 $\bar{x}_1 = \sum_{i=1}^{N-k} x_i / (N-k)$, $\bar{x}_2 = \sum_{i=k+1}^N x_i / (N-k)$,
 $s_1^2 = \sum_{i=1}^{N-k} (x_i - \bar{x}_1)^2 / (N-k)$, $s_2^2 = \sum_{i=k+1}^N (x_i - \bar{x}_2)^2 / (N-k)$

特に $N \gg k$ なるときは近似的に、

$$r_k = \left(\frac{1}{N-k} \sum_{i=1}^{N-k} x_i x_{i+k} - \bar{x}^2 \right) / s^2 \dots\dots\dots(4)$$

系列の定常性を吟味するには、系列を数個の群に分けて、平均値、分散及び系列相関係数などが、これらの群の中で有意の差があるかどうかを検定すればよい。有意の差があれば、別な時系列として解析すべきである。

3. 移動平均

定常確率過程 $X(t)$ の確率的な定義は前節のとおりであるが、ここでは $X(t)$ がどんなものから構成されているかを検討しよう。例えば気候の変化について考えると、一説にあるように万年単位の変化曲線を中心として700年くらいの週期の波があり、さらに700年週期の変動を中心として300年週期の波がある。そしてさらに300年週期の変動を中心としてと云つた具合にして35年の Brückner 週期の波となり、その曲線の周囲に11年の黒点週期の波がと云つた具合に細分化されてくる。こうしたことは、時系列の定常性が統計期間の長さに対する概念的な概念であることを示唆するわけであるが、Brückner 週期の波がごく滑らかな曲線で示されるのに対して、黒点週期の波はその存在は認めうるが波形は不規則になつてくる。すなわちこの附近がこう云つた推論の限界であつて、この曲線を平均値曲線 $m(t)$ としよう。そしてこの平均値 $m(t)$ よりの散らばり(偏倚)の中に短い各種の週期の波 $\xi(t)$ があり、最後にどうにもならない全く不規則な偶発的な変動 $\eta(t)$ が残ると考えられる。そうすれば $X(t)$ は

$$X(t) = m(t) + \xi(t) + \eta(t)$$

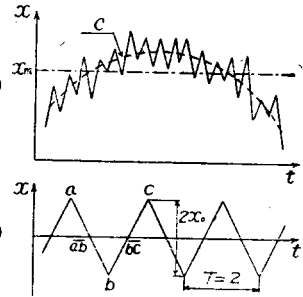
のように構成されているとみてよい。もし $\xi(t)$, $\eta(t)$

が小さいならば $m(t)$ の推定は $X(t)$ の解析上重要であるし、そうでなくとも $\xi(t)$, $\eta(t)$ を消去して $m(t)$ のみをとりださうれば、 $X(t) - m(t) = \xi(t) + \eta(t)$ を求めてそれを解析する方が賢明である。

そこで $m(t)$ の求め方を吟味するに、第一に考えられるのは、ある函数形を仮定して最小自乗法で係数を定める方法である。このことは、直線的な増減とみられるときとか、

図-1

ごく簡単な函数形なら問題はないが、変動が波動的になるとはなはだ厄介である。一般に $m(t)$ についてはさほど厳密でなくおよその値で充分



な場合が多いから、実測点を考慮しながら視察で図-1(a)のように曲線 c を引くわけである。これは人をかえても割合によく一致するが、ただ曲線 c のまわりの変動が大きくなり振巾を増すと、誤差が大きくなるのを避けたい。そこで考えだされたのが、以下に説明する移動平均である⁴⁾。

いま図-1(b)のような振巾 x_0 、週期 $T=2$ なる規則的な変動を考えると、隣りあつた2ヶの値 a, b の平均をとると0となり、これを ab 点にとる。同様にして b, c の平均を bc 点につけてゆくと、 ab, bc, \dots は t 軸に一致し平均値を与えるわけである。これは週期 T の整数倍、すなわち $2, 4, 6, 8, \dots$ の平均を中点に図示しても、同じ結果をうる。これが算術移動平均であつて、各分野で広く用いられるが、一般には次のように表わされる。

$$\bar{x}_{t+(n-1)/2} = (x_t + \dots + x_{t-n+1}) / n \dots\dots\dots(5)$$

これを調和波 $x(t) = \cos(\lambda t + \varphi)$ に適用すると、

$$\bar{x}_{t+(n-1)/2} = \cos \left\{ \lambda \left(t + \frac{n-1}{2} \right) + \varphi \right\}$$

$$\times \sin \frac{n\lambda}{2} / n \sin \frac{\lambda}{2} \dots\dots\dots(6)$$

となり、振巾が $\sin(n\lambda/2) / n \sin(\lambda/2)$ 倍となることがわかる。そして $\sin(n\lambda/2) / n \sin(\lambda/2)$ は n が週期 $T = 2\pi/\lambda$ の整数倍ならば0、そうでなくとも必ず1より小さいし、 λ が π に近い場合はかなり小さくなる。従つて原振動は著しく平滑化されることになり、例えば項数 $n=18$ の移動平均によつて平滑化される波の週期は $18, 9, 6, 3, 2$ であつて、これらに近い週期の波もほとんど平滑化されることがわかる。

次に振巾や位相が不規則に変化する各種の波長の調和波と考えられる $\xi(t)$ 及び偶発的な変動の $\eta(t)$ については、これらをいずれも定常的確率過程とすると、算術移動平均によつて偶発的要素及び移動平均の区間の程度またはそれ以下の週期をもつ波の影響がごく小さくなる⁴⁾。従つて平均する区間を偶発的な波の波長と推定される長さにとればよいわけであるが、波長の長いものがある場合や $m(t)$ 以外の影響をさらに小さくするような場合は、上の移動平均を何回も繰り返すか区間を大きくとらなければならない。この実例は上山氏の論文⁵⁾の図—1~4 に詳しく示されている。

しかし算術移動平均を繰り返すことは手数もかかるし、また $m(t)$ そのものがそのたびに少しずつ変化を受けるので、その困難をさけるためには、次の加重移動平均を行えばよい。

$$\bar{x}_{t+n/2} = a_n x_t + a_{n-1} x_{t+1} + \dots + a_0 x_{t+n},$$

$$(\sum a_i = 1) \dots \dots \dots (7)$$

そうすれば完全に消失する変動は、定差方程式 $a_0 x(t) + a_1 x(t-1) + \dots + a_n x(t-n) = 0 \dots \dots (8)$ の解であつて、一般に $A_{m-1}(t)p^t$ または $A_{m-1}(t)q^{t \cos \lambda t}$ なる形の項の和として表わされる。ここに $A_{m-1}(t)$ は t の $(m-1)$ 次の多項式、 p または $qe^{\pm i\lambda}$ は特性方程式 $a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n = 0 \dots \dots (9)$ の m 重根であるとする。従つて(7)式の移動平均によつて偶発的要素のみが残るので、あとは算術移動平均によつて $\eta(t)$ を消去すればよいことになる。

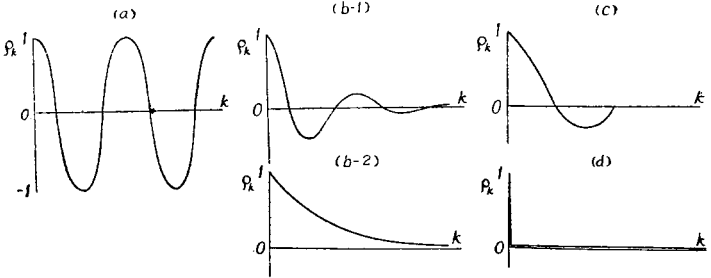
逆に例えば複合調和波 $\sum_{i=1}^s c_i \cos(\lambda_i t + \varphi_i)$ を消そうとすれば、 $e^{\pm i\lambda_i t}$ ($i=1, 2, \dots, s$) を根とする方程式 $\prod_{i=1}^s (z^2 - 2 \cos \lambda_i z + 1) = z^{2s} + a_{s-1}' z^{2s-1} + \dots + a_0' z^s + \dots + a_{s-1}' z + 1 = 0 \dots \dots (10)$ を作つて、次の移動平均を行えばよい。

$$\bar{x}_t = \frac{x_{t-s} + a_{s-1}' x_{t-s+1} + \dots + a_0' x_t + \dots + a_{s-1}' x_{t+s-1} + x_{t+s}}{1 + a_{s-1}' + \dots + a_0' + \dots + a_{s-1}' + 1} \dots \dots (11)$$

4. 系列相関係数による解析

多くの場合自然現象では、ある時間に受けた外力による影響が継続しつつ次第に薄らいでゆくと考えられる。もしこうした影響量が調和波的な変動をするならば(実際問題としては考えがたい)、その系列相関係数も原系列と同じ週期で変化してゆくであろうことは、想像にかたくない。減衰振動を基本振動とする場合

図—2 コレログラムの基本型



も、系列相関係数に同様な変動を生ずるであろうし⁶⁾、また原系列が全くでたらめに起り、かつその時の影響がその場限りであつてあとに残らないときは、系列相関係数はいたるところ 0 になるであろう。こうした観念に基づいて、系列相関係数 r_k の系列、すなわちコレログラムをよい手がかりとして、母集団たる定常確率過程の自己相関係数 ρ_k の系列、ひいては確率過程そのものを推定し、それによつて将来を予想しようとするのが、系列相関係数による時系列解析法のねらいである。

以上の解析のよりどころとなる ρ_k の基本型と定常確率過程との関係を要約すれば次のとおりである⁷⁾。

A. ρ_k が $\sum_{i=1}^{h/2} a_i \cos \lambda_i k$ なる複合調和波であるときは、定常確率過程は次のように確率週期函数となる(図—2 (a))。

$$X(t) = \sum_{i=1}^{h/2} (A_i \cos \lambda_i t + B_i \sin \lambda_i t) \dots \dots (12)$$

ここに係数 A_i, B_i は確率函数であつて、 $X(t)$ は定差方程式

$$X(t) + a_1 X(t-1) + \dots + a_n X(t-h) = 0 \dots (13)$$

を満足し、特異過程と呼ばれる。

B₁. ρ_k が $k=1, 2, \dots$ に対して、定差方程式 $\rho_k + a_1 \rho_{k-1} + \dots + a_h \rho_{k-h} = 0 \dots \dots (14)$ を満足するときは、 $X(t)$ は

$$X(t) + a_1 X(t-1) + \dots + a_h X(t-h) = Y(t) \dots \dots (15)$$

をみます。ここに $Y(t)$ は無自己相関で、 $X(t-1), X(t-2), \dots$ とも相関のない平均値 0 の定常過程である。(14)式の解 ρ_k は p^k 及び $q_k \cos \lambda k$ なる形の項の和からなり、それぞれに対応する確率過程は輪廻的週期性(図—2(b-1))及び第1種持続性をもつという。

B₂. ρ_h は 0 でないが、 $\rho_{h+1}, \rho_{h+2}, \dots$ がすべて 0 であるときは、無自己相関な $Y(t)$ によつて、

$$X(t) = Y(t) + b_1 Y(t-1) + \dots + b_h Y(t-h) \dots (16)$$

と表わされ、第2種の持続性をもつという(図—2(c))。

B_3 , $\rho_0=1, \rho_k=0(k>0)$ のときは、確率過程は純偶発性をもつことになる(図-2(d))。

定常確率過程は以上4つの基本型に限られ、一般には A と B_1, B_2, B_3 のうちどれか一つが混合してあらわれる。そして平均値 0 の定常確率過程 $X(t)$ は、平均値 0 の互いに独立した定常確率過程 $U(t), V(t)$ に一意的に分解され、 $U(t)$ は B 型成分を示し、

$$U(t) = Y(t) + b_1 Y(t-1) + b_2 Y(t-2) + \dots (17)$$

と表わされる。ここに、 $Y(t)$ は無自己相関で、 $X(t-k)$, ($k=1, 2, \dots$)とも相関のない平均値 0 の定常過程である。また $V(t)$ は A 型成分を示し、(13)式と同様の関係が成立する特異過程である。

なお時系列が確率週期函数を含むときの特徴は、コレログラムが $k \rightarrow \infty$ のときに $r_k \rightarrow 0$ とならないことであるが、ペリオドグラムによつて完全に分離され、週期函数の週期と振巾を推定することができる⁶⁾。

われわれが土木現象を対象として考えるときには、観測された標本値の性質をよく考察して、確率過程としての基本型をたしかめることが第一である。このためには系列相関係数を求めてコレログラムをかいてゆけばよいが、現象の性質を考えることによつても、大体の推定がつくはずである。例えば河川流量の変化を考えると、系列相互間の依存関係は、時間間隔が遠ざかるにつれて疎になるのであろうから、 A のごとき複合調和波的な変化は季節的变化を除いては期待しにくく、また B_2 のごとき時間間隔がある値を越すと、系列相関係数が 0 となることも考えにくいので、結局本質的なものは B_1 のような変化とみてよいようである。ただ場合によつては偶発的要素が強く、ほとんど B_3 に近い結果を生ずることも予想される。前報⁹⁾においてはこうした見解のもとに、利根川(栗橋地先)及び淀川(枚方地先)の年最大洪水系列について長期予報を試みたのであつて、従来の純偶発現象としての確率統計論的な取扱いは根本的に異なつた時系列論の導入により、時間の函数としての水文統計的処理を行つたわけである。戦時中及び戦後を通じて放置された国土は著しく荒廢し、河相の変化のはなはだしいわが国河川の処理、特にダム建設時の計画排水量の決定、前年度被災部の復旧工事の緊急性の判定、補修計画の確立、水防、避難態勢の準備、さらに進んでは耐冠水作物の選択その他に役立つことと思われる。しかしさらに精密な予報を行うためには、洪水の発生時期について別途の考慮を払うとともに、偶発過程に近い洪水ほど高相関をうるときき変換法を必要とするが、これらは今後の研究にまかたいと考えている。

一方河川の自然流量は電力、水道、灌漑などの利水

方面に必要であるが、次にその時系列論による長期予報を計算例として具体的に説明し、参考に資したいと思う。

5. 計算例

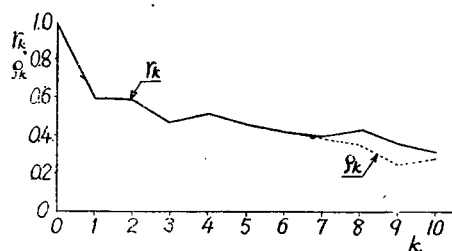
自然流量の記録としては、利根川水系吾妻川箱島測水所の月平均流量(大正12年—昭和25年, 28年間)を用いた。その平均値曲線は明らかに1年週期の変動をしているが、その他には著しい週期性は見受けられないから、平均値曲線と実際値との差を標本に選んでよいのであるが、一方分散 σ^2 の曲線もやはり1年週期で変化しているので、このままでは解析しがたい。それで各月の統計期間に対する平均流量を m , その月の分散を σ^2 として、

$$t = \frac{Q-m}{\sigma} \times 10 \dots \dots \dots (18)$$

なる変換を行つた。このようにして全期間の値が $\sigma^2=1$ なる同程度の振巾をもつた不規則な変動となるようにしたわけである。

いま t に対する系列相関係数 r_k を(3)式から求めると、コレログラムは図-3のように指数函数的な減衰

図-3 コレログラム



曲線となるので、この場合の確率過程としては前節 B_1 の型が想定され、(15)式を採用することができる。従つて前節に従い ρ の代りに r を代入し、係数 a_k を知れば、それから減衰比や週期が求められ、外挿公式も導かれて長期予報ができるのであるが、具体的計算は次のようである。

まず項数 h をきめるには、コレログラムを構成する波の数を推定し、週期が1なら2, 2なら4, ……、さらに持続性を入れた方がよければ項数を1だけ増して3, 5, ……とすればよいが、あまり大きくとると後に述べる因数分解の関係上計算が面倒になる。この場合は図-3 から第1種持続性が大勢を占めることは明らかであるが、いくらかの波動性も見られるので輪廻的週期函数2個を入れることとし、結局 $h=5$ とした。この選択の吟味は、 $\rho_{h+1}, \rho_{h+2}, \dots$ が r_{h+1}, r_{h+2}, \dots に近似的に一致するかどうかを、相関係数の信頼限界を用いて照査すればよい。

以上の方針に従つて、まず(14)式で ρ_k の代りに r_k を用い、 $h=5$ としたから、 $k=1, 2, \dots, 5$ として得られる方程式5個を連立的に解いて係数 a_k を求めると(但し $r_k=r-k$),

$$a_1 = -0.3120, a_2 = -0.2595, a_3 = -0.0418, \\ a_4 = -0.1031, a_5 = -0.1113$$

となる。次にこの a_k を用いて、(14)式から $k=h+1, h+2, \dots$ の場合を逐次計算し、 ρ_6, ρ_7, \dots を求めると、これらは表-1 のようにいずれも 98%信頼限界に入り、 $h=5$ としたことが妥当であつたことがわかる。

表-1

k	r_k	98% 信頼限界		ρ_k
		下 限	上 限	
1	0.596	0.50	0.67	
2	0.582	0.48	0.66	
3	0.463	0.35	0.56	
4	0.514	0.41	0.61	
5	0.457	0.35	0.56	
6	0.415	0.30	0.52	0.421
7	0.394	0.27	0.50	0.384
8	0.427	0.31	0.53	0.353
9	0.358	0.24	0.47	0.242
10	0.315	0.19	0.43	0.279

次に(14)式の特性方程式 $z^h + a_1 z^{h-1} + \dots + a_h = 0$ にて $h=5$ とし、上の a_k を用いて因数分解すれば、

$$(z - 0.925) \{z^2 + 2(-0.193)z + 0.684^2\} \{z^2 + 2 \times 0.499z + 0.516^2\} = 0$$

となる。これから第1種持続性の減衰比は $p=0.925$ であり、輪廻的週期性は減衰比 $q_1=0.684, q_2=0.516$ であつて、週期は

$$\lambda_1 = \cos^{-1} \frac{0.193}{0.684} = 73.6^\circ, \therefore T_1 = \frac{360^\circ}{\lambda_1} = 4.89; \\ \lambda_2 = \cos^{-1} \frac{-0.499}{0.516} = 165.2^\circ, \therefore T_2 = \frac{360^\circ}{\lambda_2} = 2.18$$

となる。従つて所要の確率過程の自己相関係数は、

$$\rho_k = 0.925^k + 0.684^k (\cos \lambda_1 k + \sin \lambda_1 k) \\ + 0.516^k (\cos \lambda_2 k + \sin \lambda_2 k)$$

となり、解析効果、すなわち変動に含まれる規則性の程度は

$$1 - \kappa^2 = a_1 r_1 + a_2 r_2 + \dots + a_h r_h = 0.453$$

となつて、原系列は規則的変動と、しからざる偶発的変動とが大体拮抗なかがはすることがわかる。

次に(15)式より $Y(t)$ の標本値 y_t は、

$$y_k = \omega_k + a_1 \omega_{k-1} + \dots + a_h \omega_{k-h}, \\ (k=h+1, h+2, \dots) \dots \dots \dots (19)$$

また $X(t+k)$ に対し $X(t-i) = \omega_{t-i}, (Y(t-i) =$

$y_{t-i}), (i=0, 1, 2, \dots)$ なる条件を与えたときの条件つき確率変数は、特異過程でない場合を考えているから、(17)式の $U(t)$ を $X(t)$ として、

$$X_c(t+k) = Y(t+k) + b_1 Y(t+k-1) + \dots \\ + b_{k-1} Y(t+1) + b_k y_t + b_{k+1} y_{t-1} + \dots, \\ (k=1, 2, \dots) \dots \dots \dots (20)$$

であり、この平均値を外挿値、従つて予想値とすると、

$$E\{X_c(t+k)\} = b_k y_t + b_{k+1} y_{t-1} + \dots \dots \dots (21)$$

これはまた(15)式から次のようにも表わされる。

$$E\{X_c(t+k)\} = -a_1 E\{X_c(t+k-1)\} - \dots \\ - a_{k-1} E\{X_c(t+1)\} - a_k \omega_t - a_{k+1} \omega_{t-1} - \dots \\ - a_h \omega_{t-h+k} \dots \dots \dots (22)$$

なお(15)式の $X(t)$ が(17)式の $U(t)$ の性質をもつことを用いて、

$$a_k + b_1 a_{k-1} + \dots + b_{k-1} a_1 + b_k = 0, (k=1, 2, \dots), \} \\ \text{ただし } a_0 = b_0 = 1, a_{-k} = b_{-k} = 0, (k > 0) \} \\ \dots \dots \dots (23)$$

となるから、この式に a_k を代入して順次 b_k を求めることができる。いま(22)式で計算した外挿値は本計算例では、

$$E\{X_c(t+1)\} = 0.3120 \omega_t + 0.2595 \omega_{t-1} + 0.0418 \omega_{t-2} \\ + 0.1031 \omega_{t-3} + 0.1113 \omega_{t-4} \dots \dots \dots (23')$$

となる。外挿の精度は一般に分散にて表わされ、

$$E\{[X_c(t+k) - E\{X_c(t+k)\}]^2\} = (1 + b_1^2 + \dots \\ + b_{k-1}^2) \kappa^2 s^2 \dots \dots \dots (24)$$

となり、正規分布の場合は、実現値が

$$E\{X_c(t+k)\} \pm \varepsilon \sqrt{E\{[X_c(t+k) - E\{X_c(t+k)\}]^2\}}$$

の範囲におちる確率は $(1/\sqrt{2\pi}) \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \exp(-x^2/2) dx$ である。この場合 $\varepsilon=1$ (確率約70%) とすると、 $k=1, 2, \dots, 5$ に対してそれぞれ $\pm 7.2, \pm 7.6, \pm 8.0, \pm 8.2, \pm 8.5$ となつた。従つて外挿値及び精度はそれぞれ変換式(18)にて自然流量に還元すればよく、

図-4 は昭和23年11月より24年3月に至る5ヶ月の(23')式による外挿結果であつて、平均値に比して良好な結果を得ている。ところが夏期に対しては適合度があまりよくない。これは夏期の出水が偶発的に生じ、月

図-4 冬期の外挿曲線

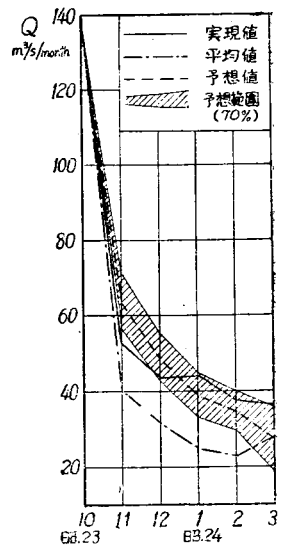
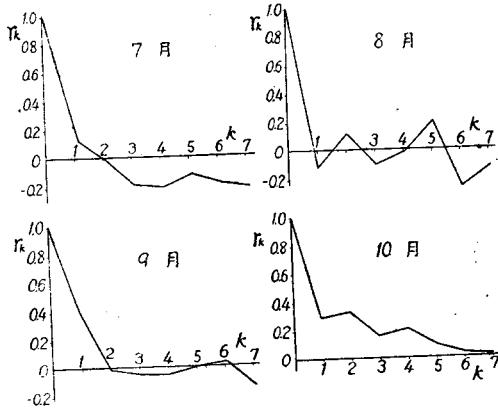


図-5 夏の月別系列相関係数



平均流量に大きい影響を与えるために、分散が冬期に比しはなはだ大きいからである。なお夏期に偶発的要素の強いことは、図-5の月別系列相関係数⁶⁾がきわめて小さいことからもうなずけるはずであつて、雨量による重相関解析などを要するようである。

以上は前節に述べた B_1 型の解析例であるが、土木現象の中には k がある h 以上になつたとき $\rho_k = 0$ になるようなものも考えられる。こうした B_2 型、すなわち第2種持続性をもつ場合の解析法⁷⁾の説明は省略したが、 B_1 の過程を想定し h を適当に大きくとつて計算してもある程度の見通しをつけるはずである。

6. むすび

本文は主として河川流量を対象として時系列論の概略を紹介しただけであつて、さらに論ずべき重要な問題も少なくない。しかし従来より純偶発事象として確率統計論的に取り扱つてきた流量の予報が、時系列論の導入により新たな展開をみつつあることは、本文に

詳しく説明したとおりであつて、最初にあげた多くの土木現象その他を時系列論的に分析吟味することによつて、従来わからなかつたような基本的変動の実態が把握され、そのよつてくる物理的関係を究明する上に、有力な手がかりをうるのでないかと思われる。

本文においては、読者が必要な文献を入手しやすいと云う意味から、主として小河原正巳氏の研究成果に基づいて記述したし、計算例その他に上山惟康君の手数を煩したことが少なくなかつた。これらに対し謝意を表する次第である。

参考文献

- 1) 小河原正巳：応用統計学, 1949, pp. 7: 1—7. 44. H. Wold: A Study in the Analysis of Stationary Time Series, Uppsala 1938.
- 2) 河田龍夫：応用数学概論, 1952, pp. 153—165. N. Wiener: Extrapolation, interpolation and smoothing of stationary time series with engineering applications, 1949.
- 3) 小河原正巳：応用統計学, 1949, pp. 7.02—7.07.
- 4) 小河原正巳, 呉林肇：移動平均に就いて, 中央気象台測候時報, 第14巻第9号, 1943, pp. 119—129.
- 5) 上山惟康：洪水の週期変動について, 土木学会誌, 1952. 11, pp. 1—6.
- 6) 高橋浩一郎：振動体の不規則なる運動よりその週期並に減衰率を求める方法に就きて, 理化学研究所彙報, 第10輯, 1935, pp. 255.
- 7) 小河原正巳：確率論的予報方式について, 中央気象台研究速報, 第24号, 1947, p. 1.
- 8) 高橋浩一郎：長期予報, 1951, pp. 134—136.
- 9) 石原藤次郎, 上山惟康：年最大洪水流量の長期予報について, 土木学会誌, 1952. 11, pp. 7—12.
- 10) たとえば7月に対しては、各年の7月における平均流量を標本と考えている。

日本土質基礎工学委員会のお知らせ

旧ろう 12月23日の常任委員会で協議した事項につき、会員並びに土質関係者にお知らせ致します。

1. アメリカの国際土質学会の Annual Report (1950—1951) は会員に配布いたしました。残部が少々ありますから希望者は御申込み下さい。(送料を含み 400円)
2. 国内委員会の Annual Report (1951—1952) ができ上りました。会員 100円、会員外 200円(送料共)で頒布いたします。希望者は御申込み下さい。
3. 28年度専業として「土質委員会会誌」を発行の計画であります。土質に関する研究報告、工事報告を御投稿下さい。1篇3—4ページ見当(要領は土木学会誌にならう)。同好の士の御協力を願います。