講　座

UDC 519.2

土木推計学 IV

土木工学における実験計画

正員 工学博士　岩井重久*

1. まえがき

土木部門の各種実験を行うに際し，最も能率的で妥当な結論を導きだすには，推計学的にいかに計画すればよいか，を紹介するのが本講の主旨である。もちろん妥当な結論をだしえないような実験計画は非能率的である，と言えるから，妥当性と能率性とは必ずしも別に考える必要はないが，便宜上ここではこの２観点に基づいてまず説明を進めてゆくことにする。

2. 妥当性

実験に当つて妥当な結論をだすために，調査観測している項目以外に，何らかの変動因子をも合わせて考えねばならぬ場合が極めて多い。このような干渉変動因子中のあるものは実験技術の改良によつて解決しうる場合もあるが，その他のものは推計学的に実験計画を立てることにより始めて管理抑制することができるのである。

簡単な例として，X，Y，２種の水道用金属管につき，土中の抗ふしよく性を比べるために，これら２種の試片を土中に一定期間埋めた後，重さの減量，x, y，を測定比較する場合を考えてみよう。これらの試片は，Galvanic Corrosion を避けるために，互いに密着して埋めるわけにゆかない。それで，いまある土地に隣接した２つの等面積正方形区域を設け，その中央に１つづつ試片を埋めたとする。しかし，こうして測定した減量の差から抗ふしよく性の差をただちに推測するのは妥当性を欠く。と言うのは，土質その他の条件(以下では特に土中水分含有量を取上げる)，がこの2分区で著しく異なつているかも知れないからである。そこで妥当性をみたすための２方針，すなわち任意化及び反覆化の２方針を適用してゆかねばならない。この例で言えば，ある区域の土地を $2n$ 個の等面積正方形分区に細分し，そのうちから無作意に n 区選んで X の試片を１つづつ埋め，他の n 区に Y の試片を１つづつ埋める。そうすれば土中水分と言う変動因子もこの２種の金属試片に対してある程度一様に作用することになり，従つて全体としての減量差から，抗ふしよく性の差異をもつと合理的に推測できる。

２分区だけの場合でも，そのどちらにどちらの金属試片を入れるか，をクジ引きなどにより任意化することができる。しかしこれだけでは変動因子の干渉影響を均一化しえない。そこで，１種の金属試片だけが水分の多い場所にかたよつて埋められると言う確率をできるだけ少なくするように，分区の数をある程度増さねばならない。このように実験系列の数を同時に増したり，一系列の実験を繰返したりすることを反覆化すると言うが，上例からも明らかなように，任意化と反覆化とを併用するのが，妥当な結論をうるためには，絶対に必要となる。この２基本方針は実験計画を立てる場合に限らず，任意標本に基づいて組立てられた各種の分布函数を用いて実験結果を整理するためにも，本質的に要請されるのである。

3. 能率性

上の２方針は，かたよつた結論を生ずると言う危険を除去するのに大いに役立つが，当然存在すべき土中水分の差がふしよく度の差に及ぼしている本来の影響まで消去してしまうことはできない。もし土中水分の差が著しければ，ふしよく度の差は当然増えるはずである。従つて，もし Student の t- 分布により母平均の差の検定を行うにしても，t の分母中の分散が大きくなることから，一定の有意差を生ぜしめるためには，水分変化がはなはだしいほど，より大きい標本を用いねばならないことがわかる。この場合，含有水分の分布がもつと一様であるような場所に実験地を移動せしめても能率をよくすることができる。しかし新候補地を精査する手間を考えると，むしろ次の方がよい。すなわち，現在の実験地で，分区総数も変えずに $2n$ 個のままとし，始めに同一程度の水分をもつているような1対の分区をもつて1群とみなして n 個の群にわけ，各群では無作意に X，Y，２種の金属試片を１つづつ埋めてゆく。最後に各群についての n 個の減量差，$x-y=z$，の平均 $\bar{z}$ をとり，これを t-test で検定すれ

* 京都大学教授，工学部土木工学教室

ば，同じ t-test を用いるにしても土中水分の差による影響を推計学的に著しく抑制し，ために能率をよくすることができるわけである。

表—1

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
x	273	184	119	287	113	148	208	216	179	78	186	147	190	653
y	413	189	217	98	168	90	193	111	321	74	683	207	344	762

註：x,y は2種の金属 X, Y についての各試片の重さ減量(単位mg)を示す。

例：

① もし同一程度の水分を有すると思われる2分区をもつて1群とし，(1), (2), ……(14) の14群を作るならば，各群について $x-y=z$ を正負の値で算出の上，その平均につき t−test を次のように行いうる。

$$\bar{z}=\frac{\Sigma z}{n}=\frac{889}{14}=63.5,\quad s^2=\frac{\Sigma(z-\bar{z})^2}{n}$$

$$=\frac{\Sigma z^2}{n}-\bar{z}^2=\frac{388\,975}{14}-(63.5)^2=23\,751.68$$

$$\therefore\quad s=154.1126,$$

$$\therefore\quad \mathrm{t}=(\bar{z}-m)/\sigma_{\bar{z}}=\bar{z}/(\sigma_z/\sqrt{n}),$$

$$(\text{仮説},\ m=0),\ \sigma_z=s\sqrt{n/(n-1)},$$

$$\therefore\quad \mathrm{t}=\bar{z}\sqrt{n-1}/s\cong 1.49$$

前講Ⅱ，表—4 より，自由度，$f=(n-1)=13$，に対し，$0.2>P\{|\mathrm{t}|\geqq 1.49\}>0.1$

② もし (1)～(14) の群にわけないならば，各行中 x, y 値の順序はどうでもかまわない。平均の差の t-test を次のように行いうる。

$$\bar{x}=\frac{\Sigma x}{n_x}=\frac{2\,981}{14}=213,\quad \bar{y}=\frac{\Sigma y}{n_y}=\frac{3\,870}{14}=276,$$

$$s_x^2=\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n_x}=\frac{251\,607}{14}=17\,972,$$

$$s_y^2=\frac{\Sigma(y-\bar{y})^2}{n_y}=\frac{595\,936}{14}=42\,567,$$

$$\mathrm{t}=\frac{(\bar{x}-\bar{y})-(m_x-m_y)}{\sqrt{n_xs_x^2+n_ys_y^2}}\sqrt{\frac{n_xn_y(n_x+n_y-2)}{n_x+n_y}}$$

$$=\frac{213-276}{\sqrt{60\,539}}\sqrt{\frac{26}{2}}$$

$$=-\frac{63}{\sqrt{60\,539/13}}=-0.924,\quad (\text{仮説}\ m_x=m_y),$$

自由度 $f=n_x+n_y-2=26>20$ であるから近似的に正規分布とみなし，前講Ⅱ，表—4 中，$f\to\infty$ を適用して，$0.4>P\{|\mathrm{t}|\geqq 0.924\}>0.3$

註：上のそれぞれの s は，前講Ⅱの t-test の説明中にある s と定義を異にするが，結果は同じとなることに注意，なおこの場合上の方法による方が早く計算できる。

この2つの結果は，慣用の有意水準95％または90％に対してはともに有意ではない。しかし，もし98％水準をかりにとれば，前者では有意，すなわち，$m=0$（差の母平均が0）と言う仮説をすて，2金属の抗ふしよく性が有意的に異なつている，とせねばならないのに反し，後者では有意でない。すなわち，$m_x=m_y$（母平均に差がない）と言う仮説をすてるわけにはゆかず，2金属の抗ふしよく性が有意的には異なつていない，と言うことになる。従つて，前者の方が，土中水分の影響を群別に抑制したために，検定を鋭敏ならしめ，実験能率を向上せしめたことになるのである。

以上は一例にすぎないが，この他いろいろの場合に応じて，実験を能率化するための工夫を凝らさねばならない。その基本方針として，標本の大きさが定まつている場合には，実験の感度を増大せしめるようにし，そうでない場合は，所要の感度がえられる限度内で実験の規模を最小にしてゆくことが好ましい。

4. 分散分析法

実験計画法に利用すべき推計学的手段は少なくない。限られた紙面でそのすべてを述べるわけにゆかないから，まず最有効手段と思われる分散分析法につき説明し，他の2,3を記述するにとどめよう。全変動因子を実験に影響を及ぼすべき各想定要因にわけて解析することにより，実験自体の感度を鋭くせしめ，ひいてはある種の干渉因子が与える影響まで推計学的に消去せしめてゆくのが分散分析法である。

表—2 において x は母平均 m，母分散 σ^2 を有する正規分布から抽出された任意標本値であつて，行，列についての配置も無作意に行われたとする。いま x の標本分散につき次のようにわけて考える。

表—2

x_{11}	x_{12}	$\cdot\ \cdot$	x_{1j}	$\cdot\ \cdot$	x_{1b}		$\bar{x}_{1\cdot}$
x_{21}	x_{22}	$\cdot\ \cdot$	x_{2j}	$\cdot\ \cdot$	x_{2b}		$\bar{x}_{2\cdot}$
$\cdot$	$\cdot$		$\cdot$		$\cdot$		$\cdot$
$\cdot$	$\cdot$		$\cdot$		$\cdot$		$\cdot$
x_{i1}	x_{i2}	$\cdot\ \cdot$	x_{ij}	$\cdot\ \cdot$	x_{ib}		$\bar{x}_{i\cdot}$
$\cdot$	$\cdot$		$\cdot$		$\cdot$		$\cdot$
$\cdot$	$\cdot$		$\cdot$		$\cdot$		$\cdot$
x_{a1}	x_{a2}	$\cdot\ \cdot$	x_{aj}	$\cdot\ \cdot$	x_{ab}		$\bar{x}_{a\cdot}$
$\bar{x}_{\cdot 1}$	$\bar{x}_{\cdot 2}$	$\cdot\ \cdot$	$\bar{x}_{\cdot j}$	$\cdot\ \cdot$	$\bar{x}_{\cdot b}$		$\bar{x}$

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(x_{ij}-\bar{x})^2=\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}[(\bar{x}_{\cdot j}-\bar{x})+(\bar{x}_{i\cdot}-\bar{x})$$

$$+(x_{ij}-\bar{x}_{\cdot j}-\bar{x}_{i\cdot}+\bar{x})]^2$$

$$=\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\bar{x}_{\cdot j}-\bar{x})^2+\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\bar{x}_{i\cdot}-\bar{x})^2$$

$$+\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(x_{ij}-\bar{x}_{\cdot j}-\bar{x}_{i\cdot}+\bar{x})^2$$

$$=a\sum_{j=1}^{b}(\bar{x}_{\cdot j}-\bar{x})^2+b\sum_{i=1}^{a}(\bar{x}_{i\cdot}-\bar{x})^2$$

$$+\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(x_{ij}-\bar{x}_{\cdot j}-\bar{x}_{i\cdot}+\bar{x})^2\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

前式中1行目から2行目に移る場合，乗積項はすべて消え去るし，2行目の第1,2項は表—2のそれぞれ縦列，横行間の変動のみを含んでいるから，ここに式(1)をえる。

表—2における任意性の仮定に基づき，式(1)の右辺の3項を σ^2 で割つたものは，それぞれ自由度を $(b-1)$，$(a-1)$ 及び $(a-1)(b-1)$ とする互いに独立した* χ^2- 分布になる。

ここで，もし縦列の平均値をとり上げるなら，

$$F^{(b-1)}_{(a-1)(b-1)}=\frac{a\sum_{j=1}^{b}(\bar{x}_{\cdot j}-\bar{x})^2}{\sigma^2(b-1)}\div\frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(x_{ij}-\bar{x}_{\cdot j}-\bar{x}_{i\cdot}+\bar{x})^2}{\sigma^2(a-1)(b-1)}\quad\cdots\cdots(1')$$

もし横行の平均値をとり上げるなら，

$$F^{(a-1)}_{(a-1)(b-1)}=\frac{b\sum_{i=1}^{a}(\bar{x}_{i\cdot}-\bar{x})^2}{\sigma^2(a-1)}\div\frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(x_{ij}-\bar{x}_{\cdot j}-\bar{x}_{i\cdot}+\bar{x})^2}{\sigma^2(a-1)(b-1)}\quad\cdots\cdots(1'')$$

のそれぞれを求め，F-test を行いうる。上2式の分母項は対称形を有し，各列，行ごとの変動が消去されているとみられるから，式(1′),(1″)によりそれぞれ縦列間，および横行間の変動の有意性をべつべつに検定できる。(1)式の代りに，次のように縦列の平均のみについてわけてみよう。

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(x_{ij}-\bar{x})^2=\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}[(x_{ij}-\bar{x}_{\cdot j})+(\bar{x}_{\cdot j}-\bar{x})]^2$$
$$=\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(x_{ij}-\bar{x}_{\cdot j})^2+a\sum_{j=1}^{b}(\bar{x}_{\cdot j}-\bar{x})^2\quad\cdots\cdots(2)$$

全く同様に考えて，

$$F^{(b-1)}_{b(a-1)}=\frac{a\sum_{j=1}^{b}(\bar{x}_{\cdot j}-\bar{x})^2}{\sigma^2(b-1)}\div\frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(x_{ij}-\bar{x}_{\cdot j})^2}{\sigma^2 b(a-1)}\quad\cdots\cdots(2')$$

を用いて F-test を行いうる。式(2′)中の分子項は縦列間の変動を表わしているのに対し，分母項は縦列内における変動を表わす。しかし縦列平均が有意的に変動している場合，分子項が大きくなるのに比し分母項はさして影響されないから，この F-test は縦列間のみの変動の有意性検査に利用しうる。

表—3

	a	b	c	d	e
(1)	306	349	442	295	457
(2)	288	297	434	268	415
(3)	307	304	419	310	467
(4)	268	308	404	166	428

註：a,b,c,d,e は5種の金属 A,B,C,D,E の各試片についての重さ減量(単位 mg)を示す。

例：やはり水道用金属管の5種類について土中の抗ふしよく性試験を行うとする。

① もし同一程度の水分を有すると思われる5分区をもつて1群とし，(1),(2),(3),(4) の4群を作るなら，式(1′),(1″)$(a=4, b=5)$ により F-test を次のように行いうる。

実際計算に便利なように変形せしめ，

$$\sum_i\sum_j(x_{ij}-\bar{x})^2=\sum_i\sum_j x_{ij}^2-\frac{1}{ab}(\sum_i\sum_j x_{ij})^2=124\,661$$

$$a\sum_j(\bar{x}_{\cdot j}-\bar{x})^2=\frac{1}{a}\sum_j(\sum_i x_{ij})^2-\frac{1}{ab}(\sum_i\sum_j x_{ij})^2=106\,753$$

$$b\sum_i(\bar{x}_{i\cdot}-\bar{x})^2=\frac{1}{b}\sum_i(\sum_j x_{ij})^2-\frac{1}{ab}(\sum_i\sum_j x_{ij})^2=9\,035$$

最上値と下2値の和との差から，

$$\sum_i\sum_j(x_{ij}-\bar{x}_{\cdot j}-\bar{x}_{i\cdot}+\bar{x})^2=8\,873$$

従つて，

式(1′)；$F_{12}{}^4=\dfrac{12\times 106\,753}{4\times 8\,873}=36$

$\therefore\ P\{F_{12}{}^4\geqq 36>3.26^{**}\}<0.05$

式(1″)；$F_{12}{}^3=\dfrac{12\times 9\,035}{3\times 8\,873}=4.1$

$\therefore\ P\{F_{12}{}^3\geqq 4.1>3.49^{**}\}<0.05$

② もし(1)～(4)の群にわけず，始めから全分区の水分が同じ程度であると考え，すなわちこのような実験誤差を無視するとして，主題の金属の種類だけをとり上げ，縦列間の変動だけを式(2′)で調べてみる。この場合表—3中の1つの縦列内の数値の順序はどうでもかまわない。

$$\sum_i\sum_j(x_{ij}-\bar{x}_{\cdot j})^2=17\,908$$

従つて，

式(2′)；$F_{15}{}^4=\dfrac{15\times 106\,753}{4\times 17\,908}=22$

$\therefore\ P\{F_{15}{}^4\geqq 22>3.06^{**}\}<0.06$

上の結果から，縦列(金属)間の変動を検べると，95%水準において，式(1′)，(2′)はともに有意となり，金属間の抗ふしよく性に変りがないと言う仮定をすてねばならぬことになるが，式(1′)が式(2′)よりも鋭敏な判定を与えるのは当然である。土中水分の変動につき式(1″)によれば，ごくわずかの差ではあるが，有意となつている。これは任意変動以外に有意的な横列(水分)間の変動が存在し，ひいては抗ふしよく性の変

* これらの独立性については，かなり複雑な数学的証明を要するからここでは略す。式(2)の右辺2項についても同様。

** 前講Ⅱ，表—2は自由度10のところまでしかない。ここではさらに詳細な表によつた。

動にまで影響を与えていることを示すから，さらに何らかの方法を考え，この干渉因子を抑制せねばならない。

以上で分散分析法の概念を述べたが，さらに要因の数が増えても同様な方針で進めうるわけである（前講Ⅱ，参照）。

5. 2 種類の過誤

実験結論を導くために推計学的仮説の検定結果を用いる場合には，この仮説の検定法自体にも，実験感度を鋭くするような工夫が加えられねばならない。真なる仮説をすてることを第1種の誤り，真ならざる仮説を受入れることを第2種の誤りと言うが，実験感度を鋭くするには，第1種の誤りをある量でおさえうるような検定過程のうちで，さらに第2種の誤りを最小にとどめうるような方策をとることが望ましい。こうした2種類の誤りをおかすべき確率のそれぞれについて，予め適当であると思われる値を規定しておけば，実験規模の最小必要限度をも合理的に定めうるのである。

例： ある現場のコンクリートプラントで，今まで多数の供試体につき，28日圧縮強度試験の実績を調べた結果，平均値 156(kg/cm^2)，標準偏差 22(kg/cm^2)をえたが，工期短縮のため操作に手を抜き，平均値を146(kg/cm^2)でおさえ(これよりは落さない)，施工能率を上げることにした。もし第1及び第2種の誤りをおかす確率 α, β をそれぞれ $\alpha=0.01$ 及び $\beta=0.05$ と規定すれば，新強度規格に合つているかどうかを調べるために，今後とるべき供試体の最小必要個数を問う。

今までの結果から，圧縮強度 x(kg/cm^2) は一応母平均 $m_0=156$，母分散 $\sigma^2=(22)^2$ の正規分布に従うと仮定すれば，平均値 $\bar{x}$ もまた正規分布に従い，その母平均は m_0，母分散は $\sigma_{\bar{x}}{}^2=(\sigma/\sqrt{n})^2$，ここに n は平均を求めるべき供試体の個数となる。

ここで上の問題を次のように簡易化してみよう。将来 $n=50$ 個の供試体をとつたとき強度平均値が $m_1=146$(kg/cm^2) となつたとする。そのときこのような強度低下が悪影響を与えるか否か，まず正規分布の仮定に基づき，この問題を解く。

$$t=\frac{m_1-m_0}{\sigma_{\bar{x}}}=\frac{146-156}{(22/\sqrt{50})}=-3.55$$

従つて正規分布表から，

$$P\{\bar{x}\leqq 146\}=P\{t\leqq -3.55\}\doteqdot 0.002\ll 0.01=\alpha$$

ゆえに著しく有意，すなわちこの強度低下が悪影響を与えないと言う仮説をすてねばならない。

ところで本題は，始めから強度を m_1 まで低下するのを許し，α, β の規定のもとに，供試体数 n の最少必要値を求めているのである。もし m_1, β が与えられていないならば，

$$P\{|t|=\left|\frac{\bar{x}-m_0}{\sigma_{\bar{x}}}\right|\geqq 2.576\}=0.01$$

（前講Ⅱ，表―4 で $t=2.576$ から逆に $\bar{x}$ の正負の2値を求め，m_0 に対称な位置に m_1 の許容両限界を定めうる。ただし，この場合の有意水準は，問題中の α が分布曲線の片端だけの面積を意味するに反し，その両端面積和としての意味を持ち，定義を異にすることに注意せねばならぬ。

しかし，m_1 が与えられているなら，生じうべき β を最小とするように，また一定の α に対応した$(1-\alpha)$の値をえるように，$\bar{x}$ に関する正規分布の積分両限値を新たに定めねばならない。やや複雑な数理手段により，特に $m_1<m_0$ の場合，このような上限値は $+\infty$ となることが証明される（$m_1>m_0$ なら下限値が $-\infty$ となる)。従つて $\alpha=0.01$ に対して，正規分布表から $t_l=-2.33$ を知り，$t_l(\bar{x}_l-m_0)/\sigma_{\bar{x}}=-2.33$ から下限値を，

$$\bar{x}_l=156-2.33\frac{22}{\sqrt{n}}\quad\cdots\cdots(3)$$

として求めうる。すなわち第1種の誤りをおかさない確率限度 $(1-\alpha)$ に対し，次式を成立せしめるのである。

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_{\bar{x}}}\int_{\bar{x}_l}^{\infty}\exp\left\{-\left(\frac{\bar{x}-m_0}{\sigma_{\bar{x}}}\right)^2\Big/2\right\}d\bar{x}=1-\alpha=0.99\quad\cdots\cdots(4)$$

真の母平均 m_0 の代りに低下強度 $m_1\neq m_0$ をもつて母平均とみなせば，期せずして真ならざる仮説を設けることになるから第1種の誤りをおかさなくても，第2種の誤りが生じうることになる。この場合 $(1-\alpha)$ を一定とするために $\bar{x}$ は当然母平均 m_1，母分散 $\sigma_{\bar{x}}$ の正規分布に従うとするから，式(4)と同じ積分上下限を保ちつつ，第2種の誤りをおかす確率限度 β に対し，次式を成立せしめねばならない。

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_{\bar{x}}}\int_{\bar{x}_l}^{\infty}\exp\left\{-\left(\frac{\bar{x}-m}{\sigma_{\bar{x}}}\right)^2\Big/2\right\}d\bar{x}=\beta=0.05\quad\cdots\cdots(5)$$

ここで，

$$y=\frac{\bar{x}-m}{\sigma_{\bar{x}}}=\sqrt{n}\,(\bar{x}-146)/22$$

とおき，式(5)で積分変数を $\bar{x}$ から y に変えると，積分上限はやはり ∞，下限は式(3)の $\bar{x}_l$ を用い，

$$y_l=\sqrt{n}\,(\bar{x}_l-146)/22=\frac{10}{22}\sqrt{n}=-2.33$$

となり，次式をえる。

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{\frac{\sqrt{n}}{2.2}-2.33}^{\infty} e^{-y^2/2}dy=0.05 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5')$$

この関係を満足せしめるためには，正規分布表より，$\frac{\sqrt{n}}{2.2}-2.33=1.64$ がわかり，これをといて，最小必要供試体の個数は，$n=76$ となることを知る。

6. 標本検査

前節と異なつた意味で，試料の個数を最小ならしめてゆく方法を，抜取検査の例について説明しよう。品質管理法が工場などにおいて，生産者が生産過程の欠点を推計学的に発見是正してゆくに役立つのに対し，抜取検査法は消費者が，生産者から購入した品物全部を検査する（検査により品物を損傷するような場合を除く）手間をはぶいた方が，少しくらい不合格品を受取ることがあつても，採算に合うような場合に，行われる。

実際には，一定ロットの製品全部から一定の大きさの標本を任意に抜取り，その中に含まれている不合格品の比率いかんによつて，そのロットを受取るか否かを決めるが，連続生産を行つているような工場では，この方針を品質管理に利用しうることもある。

消費者側では，それ以内なら許しうると言う，不合格の最大比率が定まつているはずであつて，いまこれを p_t としよう。常に不合格品を1ロット中 p_tN 以内にとどめることは，100% に近い検査を行わない限り不可能である。しかし検査の方法よろしきをうれば，抜取個数を増さなくても，一定の確率をもつて実際不合格個数をこの程度にとどめてゆくことはできる。そのような方式としてはいろいろあるが，ここでは慣用の単一抜取検査法による場合を考えてみよう。これは次の方式に従つてロットごとに順次検査を進めてゆくのである。

(a)：総個数 N を持つ1つのロットから n 個の試料を取出す。

(b)：① もし n 個中の不合格品個数が許容個数 c をこさねば，そのロットの N 個分を受取る。
② もしこせば N 個全部を検べる。

(c)：いずれの場合でも，発見された不合格品は全部合格品と取変えてから受取る（(b)① で検査しない部分は仕方がないが，検査して不合格とわかつたものは一切合格品と取変えてから受取る)。

こうして消費者が受取つた，あるロット全体の中で不合格品が含まれるかも知れないのは，(b)①の場合だけであるから，そう言うことが生ずる確率 P_c は，N から n を取出す総組合せ数，${}_NC_n$ で，(b) ① が生じうる場合の数を割つたものに等しい。いまそのロット中の不合格率がちようど p_t であるとすれば，不合格，合格品の個数はそれぞれ $p_t N$, $(1-p_t)N$ となる。さらに抜出した n 個のうちで x 個だけ不合格であるなら，$(n-x)$ は合格であつて，こうした組合せは乗法定理から，${}_{p_tN}C_x \cdot {}_{(1-p_t)N}C_{(n-x)}$，従つて(b) ① を生ずる組合せ数は加法定理により，この積の項を $x=0$ から $x=c$ までについて加えたものに等しい。ゆえに P_c は次式で表わされる。

$$P_c=\sum_{x=0}^{c}({}_{p_tN}C_x \cdot {}_{(1-p_t)N}C_{(n-x)}/{}_NC_n) \cdots\cdots\cdots (6)$$

この P_c を消費者危険と言い，受入れ側からはなるべく小さい P_c を納入側に要求すれば，それだけ不合格品を受取る危険を避けうるわけである。

ところが納入側から言えば，(b) ② の場合に，不合格率がロット全体としては少ないかも知れないのに，n 個の抜取検査の結果だけでハネられ，ロットの全部 N 個について調べられるのは不利である。こう言う意図から p_t の代りに予め $\bar{p}$ と言う平均不合格率を別に定めて生産しているとすれば，1つのロットにつき，(b) ① のようにしてうまく受取つてもらえる確率は式(6) の右辺で p_t を $\bar{p}$ に変えたものとなり，従つて (b) ② のようにハネられる確率 P_p は1から (b) ① の確率を引き，式 (7) のようになる。

$$P_p=1-\sum_{x=0}^{c}({}_{\bar{p}N}C_x \cdot {}_{(1-\bar{p})N}C_{(n-x)}/{}_NC_n) \cdots\cdots (7)$$

この P_p を生産者危険と言い，ロット自体が満足すべきものであるかも知れないのに不当にハネられるかも知れない確率を示す。生産者側からは，この P_p を引下げればそれだけ有利となり，そのために $\bar{p}$ を小さくせねばならないが，$\bar{p}$ を小にするには生産コストを上げねばならないから，この点に細心な検討を要する。またもし $\bar{p}$ を真の仮説値，p_t を真ならざる仮説値とすれば，P_p, P_c はちようどそれぞれ第 1，第2種の誤りに相当することになる。

いま一定の N に対し，p_t, P_c が予め消費者で定められている場合，$\bar{p}$ をもつて生産している側からみて，最も有利なように n, c を定めるには，どうすればよいかを述べよう。p_t, P_c が一定と言う条件から，この n, c は式 (6) をみたすようなものでなければならぬ。さらにあるロットについて検査さるべき品物の数 I は，常に行わるべき (a)に対する n 個と，その残りについて万一 (b) ② の事態を生じたときに P_p の確率をもつて生ずべき数，$(N-n)P_p$ との和となる。

$$I=n+(N-n)P_p \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

不合格品を合格品ととりかえる回数をも最小とするから生産者側からは，この I を最小にとどめるのが最有

効となる。式 (6) をみたしつつ，この条件をみたすような n, c の値は一義的に定まり，そのような値は，一定の N, p_t，P_c，$\bar{p}$ に対し，すでに数表として発表されている。

これは請負業者が多数の同一種建設資材を用い，その寸法だけについて施主が規定した規格試験を，抜取検査で行いつつ工事を進めてゆくような場合に生ずるが，業者の立場からは上の方針に従うのが有利となる。しかし，もし施主の立場から考えると全く反対の解析を試みねばならぬ。たとえば極端な場合 c, p_t を無視してロット全部を検査して $n=N$ とすれば，当然最大の I をえるが，試験回数を増すための費用の増額を考えると，この点はさらに合理的に定められねばならない。

7. む す び

限られた紙面で実験計画法の全部を広い土木分野の全般に適用しつつ述べることはできない。以上の他に相関分析法や層化標本抽出法についても述べたかつたが，割愛する。土木工学部門では，問題の性質上，実験自体がはなはだ粗雑となりやすく，極めて主観的な結果しか導きえないのが現状である。事業の公共性を思うとき，我々はこのような推計学的な実験計画手段を，今後各方面にわたつて用いてゆかねばならないと思う。

参 考 文 献

P.G. Hoel : Introduction to Mathematical Statistics, J. Wiley and Sons. Inc., London and New York, 1949.

(38ページより)

第34条　塗装は、溶接部の検査をうけた後、鉄桁塗装工事示方書（昭和25年2月18日施土第17号依命通達）によつて行うものとする。工場塗装は、現場溶接を行う部分及びその隣接部分に施してはならない。但し、さびを生ずるおそれのある場合は、ボイル油を塗布することができる。

第5章　検　　査

（検査の準備）

第35条　しゆん功及び既成部分等の検査に必要な労務及び足場等は、請負者が提供しなければならない。

（溶接部の検査）

第36条　溶接部は、少くとも次の各工程において検査をうけなければならない。

(1) 溶接着手前

(2) 溶接作業中

イ　指示された多層溶接の初層溶接終了後

ロ　裏溶接前

(3) 溶接終了後

（X線検査）

第37条　設計図等に指示された場合、溶接部はX線検査をうけなければならない。

（切取検査）

第38条　検査のため必要に応じ溶接部のせん孔又は材料の切取を行うことがある。

（手直し又は取替）

第39条　検査の結果不良な場合は、手直し又は取替を命ずる。

（溶接工の交替）

第40条　溶接工の作業成績に疑のある場合には、溶接工の交替を命ずることがある。

（ネームプレート）

第41条　溶接工事を施工したときは、別図の例により1連ごとにネームプレートを取り付けなければならない（図面省略）。

論文集第14号正誤訂正表

On the Critical Tractive Velocity of a River-Flow

By Tamotsu Kuboo, C.E. Member

P	行	誤	正
1	(4)式	$+U_c(1+\alpha_w)/2g+$…………	$+U_c^2(1+\alpha_w)/2g+$…………
2	(5)式	$T_c=\gamma_w U_c^2/C_w^2$	$T_c=\gamma_w U_c^2/C_w$
〃	6	to J, or	to x, or
〃	(6)式	$J=\dfrac{1+\alpha_w}{2g}$ ……………	$J\fallingdotseq\dfrac{1+\alpha_w}{2g}$ ……………
3	(12)式	………$=0.046(d)^{-1/2}$	………$=0.465$