

の表面電導であるから毛管径には無関係で液と土の性質により定まるものである。それ故含水比 w_1 の土を圧密して含水比 w_2 にした場合は液と土の性質に変化がなく λ_{s0} は同一であるので次式が成立する。この場合 w_1, w_2 とも飽水状態の場合に限る。

$$w_1: \lambda_{s1} - \lambda_0 = \lambda_{s0} 2/r_1 \dots \dots \dots (18)$$

$$w_2: \lambda_{s2} - \lambda_0 = \lambda_{s0} 2/r_2 \dots \dots \dots (19)$$

ここに λ_{s1}, r_1 は含水比 w_1 の場合の毛管電導率 λ_s と毛管半径であり、 λ_{s2}, r_2 は w_2 の場合のものである。(18), (19) 式から次式が成立する。

$$r_1/r_2 = (\lambda_{s2} - \lambda_0) / (\lambda_{s1} - \lambda_0) \dots \dots \dots (20)$$

(20) 式から含水比 w_1 及び w_2 の場合の表面電導量 $\lambda_{s1} - \lambda_0, \lambda_{s2} - \lambda_0$ を測定すれば含水比が w_1 から w_2 に変化した場合の毛管半径の比を求めることができる。

表—8

試料番号	w_1/w_2	r_1/r_2	$\frac{r_1/r_2}{w_1/w_2}$
1	830/620=1.35	1.77	1.31
2	38/23 = 1.65	1.53	0.93
2の粘土分	57/83 = 1.47	1.63	1.11
2のシルト分	48/34 = 1.41	1.82	1.29
3	62/38 = 1.63	2.54	1.55
4	97/78 = 1.24	1.73	1.39
5	71/46 = 1.54	2.03	1.32
6	78/53 = 1.47	2.41	1.64
8	176/121=1.46	2.63	1.80
9	160/115=1.39	2.50	1.80

この測定結果を表—8 に示す。

表—8 中の $\frac{r_1}{r_2} / \frac{w_1}{w_2}$ は含水比の変化に対する毛管径の変化する割合を示すものであるが土により相当の差がある。これは土の毛管特性を示しているものと考えられる。

附記 この報告は飽水状態土の電導現象を少し基礎的に調査したのであるが未飽水状態の場合には更に毛管内の電導路が複雑になり解析困難なことが予想される。

本研究は絶大な協力をして下さった九州電力の坂東宏君及び早大大学院の松本博君に負うところが多い。ここに深く謝意を表する。

参考文献その他

- 1) Freundlich: Colloid and Capillary Chemistry p. 249, 後藤廉平: 膠質化学 p. 196 (至文堂), 金丸競, 祖父江寛: 高分子構造論, p. 605
- 2) 後藤廉平: 膠質化学, p. 197, 金丸競, 祖父江寛: 高分子構造論, p. 610
- 3) Freundlich: Colloid and Capillary Chemistry, p. 244, 後藤廉平: 膠質化学, p. 194
- 4) 本報文 1. (b) (iii) 参照
- 5) 金丸競, 祖父江寛: 高分子構造論, p. 611
- 6) 後藤廉平: 膠質化学, p. 199
- 7) Freundlich: Colloid and Capillary Chemistry, p. 249
- 8) 後藤廉平: 膠質化学, p. 194 (8.7)
- 9), 10) 理化学辞典 (岩波書店)

(昭. 27. 6. 13)

UDC 624.131.6 : 624.136

上下流の水位差に比し巾の狭い矩形断面堤体の滲透

正・貞 田 中 茂*

SEEPAGE THROUGH RECTANGULAR DAMS HAVING NARROWER WIDTHS AS COMPARED WITH UPPER AND LOWER WATER LEVEL DIFFERENCES

(JSCE Nov. 1952)

Shigeru Tanaka, C. E. Member

Synopsis The problems of seepage through rectangular dams which have narrower widths as compared with water level differences between the upper and the lower streams, can not be treated just in the same manner as the ordinary problems through dams with rectangular sections. And yet, up to the present such important problems have hardly been clarified. The writer picked up these problems and clarified the boundary positions of water levels between the zone in which the seepage was governed by the Dupuit-Forchheimer theory and the zone to which the theory was not applicable. He solved the seepage problems within the latter zone by using the writer's approximate theory, and checked whether or not the values obtained by the theory showed good agreement with the experimental results.

* 神戸大学助教授, 工学部土木教室

要旨 上下流の水位差に比し狭い巾をもつた矩形断面の堤体の透水問題は普通の矩形断面堤体のそれと同じように取り扱うことはできない。ところがこの問題に関して今日まで明らかにしたものを見ない状態である。そこで著者は Dupuit-Forchheimer 理論を適用する滲透領域とこれを適用し得ない領域との間の限界水位を明らかにし、さらに後者の領域に対する滲透問題を著者の近似理論を用いて解き、理論値と実験値とがよく合うか否かを確かめた。

1. 緒言

心壁に用いるような巾に比べて高さが大きい矩形断面の堤体においては、上下流の水位差がある値以上に大きくなるのがしばしばある。このような場合の滲透については従来ほとんど明らかにされていない。星 莖博士¹⁾、久保田敬一氏²⁾等が指摘されているように Dupuit-Forchheimer の理論³⁾は矩形断面の堤体の滲透に関しては、ある領域以外では成立しないことは明らかで、このような在来の理論のうまくあてはまらない領域における滲透問題をとりあげて近似解法を試み、実験値とよく合う流量公式を示した。

2. 下流水位 $H_2=0$ の時の滲透

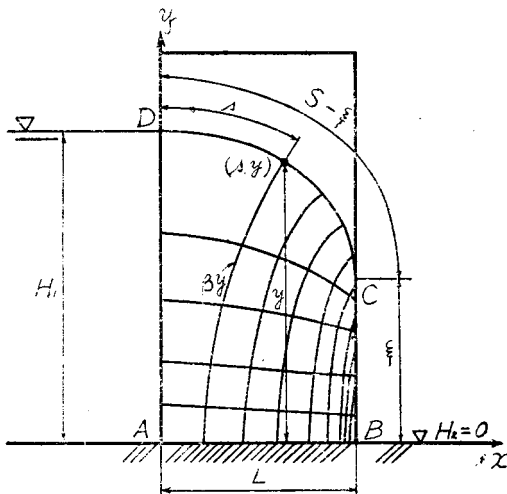
この場合は自由流線が近似的に動水勾配線となつてゐる。自由流線の勾配を $-\frac{dy}{ds}$ で表わすと、 $\left|\frac{dy}{ds}\right|$ の最大値は流出点のところの勾配であるが、上下流の水位差が非常に大きくなつても、この最大値は1を超えない。

従つて、この場合は次式が近似的に成立する。

$$v = -k \frac{dy}{ds} \dots\dots\dots(1)$$

但し、 v は図-1 に示す自由流線上の1点 (s, y) を通る等ポテンシャル線上の平均流速、 k は透水係数で

図-1



ある。

等ポテンシャル線の長さを近似的に $\beta \cdot y$ で表わすと、単位巾あたりの滲透流量 q は次のようになる。

$$q = -k\beta \cdot y \frac{dy}{ds} \dots\dots\dots(2)$$

これを $s=0$ では $y=H_1$ 、という条件を用いて解くと

$$y = \sqrt{H_1^2 - \frac{2q}{k} \int_0^s ds/\beta} \dots\dots\dots(3)$$

積分の上限を $s=S-\xi$ とし、 $y=\xi$ とおくと、

$$q = k \frac{H_1^2 - \xi^2}{2 \int_0^{S-\xi} ds/\beta} \dots\dots\dots(4)$$

いま $\int_0^{S-\xi} ds/\beta = (S-\xi)/\bar{\beta}$ とおくと

$$q = k \frac{H_1^2 - \xi^2}{2(S-\xi)\bar{\beta}} \dots\dots\dots(4)'$$

式(3)は式(4)'を用いて次のように書き直しうる。

$$y = \sqrt{H_1^2 - \frac{(H_1^2 - \xi^2) \int_0^s ds/\beta}{(S-\xi)\bar{\beta}}} \dots\dots\dots(5)$$

これより $\frac{dy}{ds} = -\frac{(H_1^2 - \xi^2) \cdot \bar{\beta}}{2y(S-\xi) \cdot (\beta)}$ $\dots\dots\dots(6)$

但し $\frac{1}{(\beta)} = \frac{\int_0^s ds/\beta}{s}$ とする。

流出点 c 、すなわち $s=S-\xi$ では、 $y=\xi$ 、 $\frac{dy}{ds} = -1$ 、また、 $\bar{\beta} = (\beta)$ という諸関係を用いると、

$$\left(\frac{dy}{ds}\right)_{s=S-\xi} = -\frac{H_1^2 - \xi^2}{2\xi(S-\xi)} = -1$$

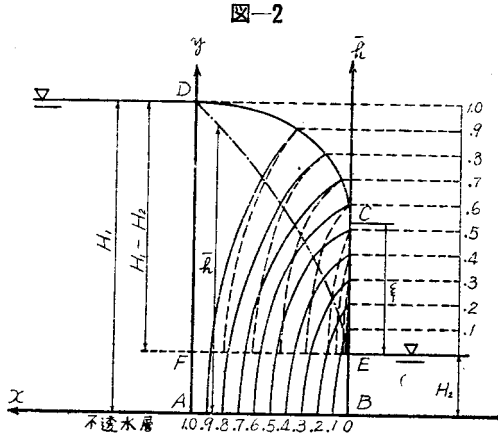
これより $\xi = S - \sqrt{S^2 - H_1^2}$ $\dots\dots\dots(7)$

3. $H_2 > 0$ の時の滲透

一般にこの場合は自由流線上の1点の勾配はもはやその点を通る等ポテンシャル線上の平均流速を直接支配していない。この点がさきの場合と大いに異なる。また、 H_1 が H_2 より大きくなると流出点 (Austrittspunkt) が現われる。

a. 自由水面 自由水面を求めるために次のような考え方をする。いま図-2 の面 EF に沿うて不透水性の薄板をおき、面 EF より上の流れと下の流れとに分け、上の流れについて新しく等ポテンシャル線を描くと図-2 の破線のようになる。このようにして面 EF より上の流れは自由流線 DC の勾配に直接支配されたものになる。従つて、自由流線は 2. で述べたと同じ方法を面 EF より上の流れに適用することによつて求めることができる。すなわち自由流線は式(5)と同様な次式で求めることができる。

$$y = H_2 + \sqrt{(H_1 - H_2)^2 - \frac{(H_1 - H_2)^2 - \xi^2}{(S-\xi)\bar{\beta}} \int_0^s ds/\beta} \dots\dots\dots(8)$$



また、流出点 C の面 EF よりの高さを ξ とすると、

$$\xi = S - \sqrt{S^2 - (H_1 - H_2)^2} \quad \dots\dots\dots (8)'$$

b. 流量

(i) Dupuit-Forchheimer 理論の成立する範囲：
 $H_2 > 0$ の場合の浸透流量を表わすのに、図-2 に鎖線で示したような動水勾配線を考え、その不透水層よりの高さを \bar{h} とすると、Dupuit-Forchheimer 理論によると単位巾当りの流量 q は衆知のように次式で示される。

$$q = k \frac{\bar{h}^2 - H_2^2}{2x} \quad \dots\dots\dots (9)$$

特に $x=L$ では $q = k \frac{H_1^2 - H_2^2}{2L} \quad \dots\dots\dots (9)'$

従つて、 $\bar{h}^2 = -\frac{x}{L} (H_1^2 - H_2^2) + H_2^2 \quad \dots\dots\dots (10)$

これより $\frac{d\bar{h}}{dx} = \frac{H_1^2 - H_2^2}{2L\sqrt{H_2^2 + \frac{x}{L}(H_1^2 - H_2^2)}} \quad \dots\dots\dots (11)$

$\left(\frac{d\bar{h}}{dx}\right)_{x=0} = \frac{H_1^2 - H_2^2}{2LH_2} \quad \dots\dots\dots (12)$

この値は $\frac{d\bar{h}}{dx}$ の最大値であるが、この値として許し得る極大値はおよそ 0.5 くらいの値とみなされる。何故なら、曲線 \bar{h} の勾配として $\frac{d\bar{h}}{dx}$ を用いることが許されるのは勾配がゆるやかな範囲に限られ、勾配 $\frac{d\bar{h}}{ds}$ (s は曲線 \bar{h} に沿うて測つた長さ) の代りに $\frac{d\bar{h}}{dx}$ を用いることが許される勾配の極大は約 0.5 とみられるからである。いま、この極大値を 0.5 とすると、与えられた H_2 に対応するこの時の H_1 の限界値 $(H_{1.0})_1$ は次のようになる。

$$(H_{1.0})_1 = \sqrt{H_2(H_2 + L)} \quad \dots\dots\dots (13)$$

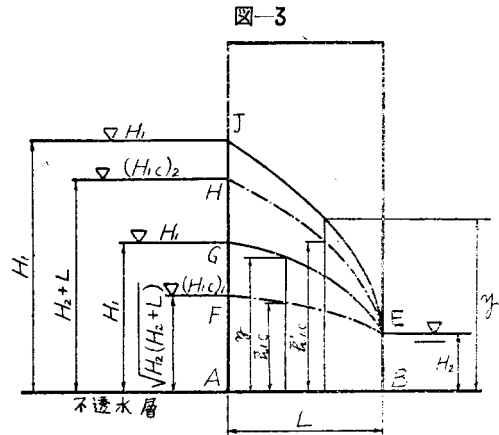
従つて、与えられた H_2 に対して $H_1 = (H_{1.0})_1$ になつた時の流量を $q_{1.0}$ とすれば次のように表わしうる。

$$q_{1.0} = k \frac{(H_{1.0})_1^2 - H_2^2}{2L} = k \frac{H_2}{2} \quad \dots\dots\dots (14)$$

(ii) $(H_{1.0})_2 \geq H_1 \geq (H_{1.0})_1$ の範囲：たとえば図-3 に示す点 G の位置に上流水面がきて、下流水位が H_2 である場合を考える。この時、点 G と点 E とを結び、次式でその縦距が与えられる曲線を考える。

$$y = H_2 + \frac{H_1 - H_2}{(H_{1.0})_1 - H_2} (\bar{h}_{1.0} - H_2) \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 $\bar{h}_{1.0}$ は前述の限界時の動水勾配線の縦距である。



式(15) で表わされる曲線は曲線 \bar{h} と同線、次の関係を満足するものとする。

$$q = yv = (y - H_2)v' \quad \dots\dots\dots (16)$$

同様に $q_{1.0} = \bar{h}_{1.0} v_{1.0} = (\bar{h}_{1.0} - H_2)v_{1.0}' \quad \dots\dots\dots (17)$

添字 1.0 は前述の限界状態の時の値を示す。

式 (16), (17) より

$$q = q_{1.0} \frac{v'(y - H_2)}{v_{1.0}'(\bar{h}_{1.0} - H_2)} \quad \dots\dots\dots (18)$$

式 (15) を用いると、

$$q = q_{1.0} \frac{v'(H_1 - H_2)}{v_{1.0}'[(H_{1.0})_1 - H_2]} \quad \dots\dots\dots (18)'$$

ところで、 v' 及び $v_{1.0}'$ はそれぞれ曲線 y 及び曲線 $\bar{h}_{1.0}$ の勾配に比例しているものと考え、式 (15) より次の関係があるから、

$$\frac{d(y - H_2)}{dx} = \frac{H_1 - H_2}{(H_{1.0})_1 - H_2} \frac{d(\bar{h}_{1.0} - H_2)}{dx}$$

従つて $\frac{v'}{v_{1.0}'} = \frac{d(y - H_2)}{dx} / \frac{d(\bar{h}_{1.0} - H_2)}{dx} = \frac{H_1 - H_2}{(H_{1.0})_1 - H_2} \quad \dots\dots\dots (19)$

式 (19) を用いて式 (18)' を書き直すと

$$q = q_{1.0} \frac{(H_1 - H_2)^2}{[(H_{1.0})_1 - H_2]^2} \quad \dots\dots\dots (20)$$

ところで、 $v', v_{1.0}'$ がそれぞれ曲線 y 及び曲線 $\bar{h}_{1.0}$ の勾配の 1 乗に比例すると考えられるのは曲線の勾配

がある限界値以下の場合に限られる。不透水層 AB 上では速度ポテンシャルは直線的に変化しており、その勾配は $(H_1 - H_2)/L$ になっている。もし $(H_1 - H_2) > L$ になると AB 上でのポテンシャル勾配は 1 より大きくなる。そこで与えられた H_2 に対して

$$(H_{1.c})_2 = H_2 + L \dots\dots\dots (21)$$

で示される値を H_1 がとる時が、この場合の極限值であろう。 $H_1 = (H_{1.c})_2$ の時の曲線の勾配は

$$\frac{d(y - H_2)}{dx} = \frac{(H_{1.c})_2 - H_2}{(H_{1.c})_1 - H_2} \cdot \frac{d(h_{1.c} - H_2)}{dx}$$

となり、この時の q の値を特に $q_{2.c}$ とすると

$$q_{2.c} = q_{1.c} \frac{[(H_{1.c})_2 - H_2]^2}{[(H_{1.c})_1 - H_2]^2} \\ = q_{1.c} \frac{L^2}{[(H_{1.c})_1 - H_2]^2} \dots\dots\dots (22)$$

(iii) $H_1 \geq (H_{1.c})_2$ の範囲: 図-3 の点 J の位置に上流水面がきて下流水位が H_2 である場合を考える。点 J と点 E とを結び次式でその縦距が与えられる曲線を考える。

$$y = H_2 + \frac{H_1 - H_2}{(H_{1.c})_2 - H_2} (h_{1.c}' - H_2) \dots\dots\dots (23)$$

もちろんこの曲線はさきの式 (15) で表わしてもよい。いまの場合も (ii) の場合と同様、式 (16) 及び次式が成立するものとする。

$$q_{2.c} = h_{1.c}' \cdot v_{2.c} = (h_{1.c}' - H_2) \cdot v_{2.c}' \dots\dots\dots (24)$$

式 (16) 及び (24) より、 q と $q_{2.c}$ との関係を求め、式 (23) を用いて整理すると、

$$q = q_{2.c} \frac{v' (H_1 - H_2)}{v_{2.c}' [(H_{1.c})_2 - H_2]} \dots\dots\dots (25)$$

ところで、 v' 及び $v_{2.c}'$ はそれぞれ曲線 y 及び曲線 $h_{1.c}'$ の勾配の 1.5 乗に比例しているものと仮定すれば、

$$\frac{v'}{v_{2.c}'} = \left[\frac{d(y - H_2)}{dx} / \frac{d(h_{1.c}' - H_2)}{dx} \right]^{1.5} \\ = \frac{(H_1 - H_2)^{1.5}}{[(H_{1.c})_2 - H_2]^{1.5}} \dots\dots\dots (26)$$

$$\text{従つて } q = q_{2.c} \frac{[H_1 - H_2]^{2.5}}{[(H_{1.c})_2 - H_2]^{2.5}} \dots\dots\dots (27)$$

4. 実験結果との比較

$L = 12.5 \text{ cm}$ 、及び 25 cm 、高さ 35 cm の 2 種類の矩形断面の堤体を選び、Hele-Shaw の装置を利用して、 $H_2 = 2.5 \text{ cm}$ に対し H_1 を種々の値に変化させ実験を行った。 $L = 12.5 \text{ cm}$ のものでは、装置の間隙 $2d = 0.183 \text{ cm}$ 、粘性液の運動粘性係数 $\nu = 1.491 \text{ cm}^2/\text{sec}$ 、従つて透水係数 $k = 1.835 \text{ cm}/\text{sec}$ 、 $L = 25.0 \text{ cm}$ のものでは、 $2d = 0.186 \text{ cm}$ 、 $\nu = 1.491 \text{ cm}^2/\text{sec}$ 、従つて $k = 1.892 \text{ cm}/\text{sec}$ とした。自由水面の形状を求めた 1, 2 の例を示すと図-4, 5 に示す通りである。これら

図-4 Calculated free surfaces are shown in broken lines, and those observed are shown in full lines.

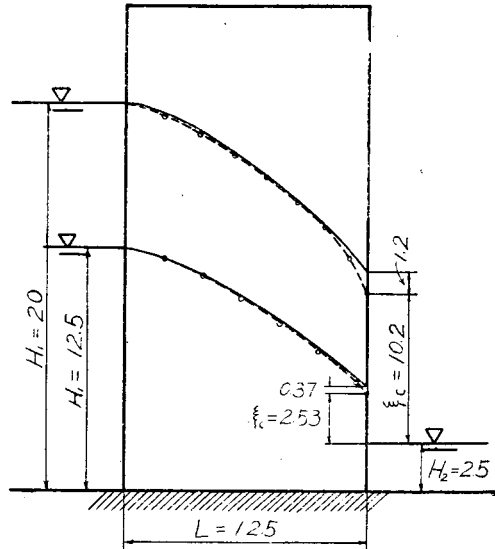
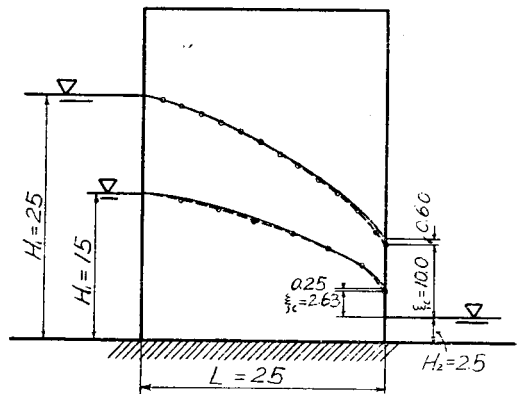
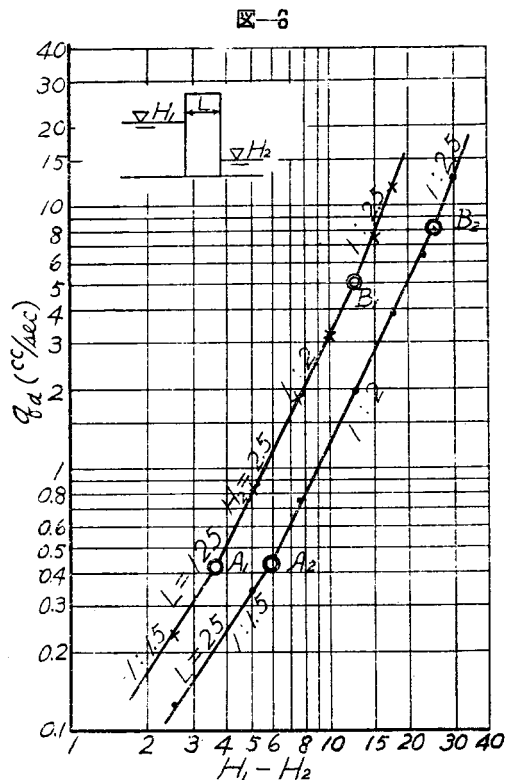


図-5 Calculated free surfaces are shown in broken lines, and those observed are shown in full lines.



の結果についてみると、Hele-Shaw の装置を利用する場合は、流出点のところで自由流線は流出面に完全に切線とならず、流出面からいくらか外へ出たところで鉛直よりやや外側に傾いた角度をとつて落下する。従つて、著者の理論によつて求めた流出点の高さより多少実験結果は高く現われ、その傾向は上下流水位差が大きい程著しい。

次に測定流量として巾 $2d$ 当りのものそのままを q_a とし、両対数方眼紙を用いて q_a を縦軸に、 $H_1 - H_2$ を横軸にとつて、実験結果を記入すると図-6 を得る。図上の点 A_1, A_2 等は $q_{1.c}$ に対応する点であり、点 B_1, B_2 等は $q_{2.c}$ に相当する点である。これらの結



果よりみると実験値と計算値とはかなりよく一致していることがわかる。実際において、 H_1 が、 $(H_{1.c})_1$ あるいは $(H_{1.c})_2$ 等の値をとるところで、曲線 $q_a \sim (H_1 - H_2)$ が急激に勾配を变ずるや否やということが問題になるが、徐々にこの曲線がこれらの点附近で勾配を变えるのであろう。

5. 結 語

心壁などに用いるもののように、巾 L が水位差に比してせまい矩形断面の堤体の滲透を取り扱う時、与えられた H_2 に対して H_1 が相当に大きな値になると、 H_1 の値には限界対応値 $(H_{1.c})_1$, $(H_{1.c})_2$ 等が存在するから、これらの値をまず求めて、いま当面して

いる H_1 の値と比較対照し、流量公式としてどの公式を用うべきかを決めなければならない。また Fourier 級数などを利用して流出点を考慮せずに適当な境界条件を使つて、このような滲透問題を解く場合は、 H_1 の値が限界対応値よりも大きいような場合には、流れのポテンシャル函数のとり方やこの函数が Laplace の方程式を満足しているかなどという点を特に吟味する必要がある。

また、 $H_2 > 0$ の場合の流出点の位置や自由水面の求め方についても、従来 K. Chawalla 氏などの考え方⁵⁾があるが、ここに述べた著者の考え方の方が便利でしかも実際とよく合っているようである。

2. で述べた β の値は予めわからないから $\beta=1$ として自由水面を求め trial and error method で流線網を画いて β をだし、改めて自由水面を求めるという操作を 2, 3 回くり返せば相当近似度の高い値が求められる。このような滲透の場合には、実際には堤体を構成している土の粒子の流動が行われ、Hele-Shaw の場合とは様子が異なることもあろう。このような滲透問題についてさらに研究すべきことも多いが紙面の都合上後日に改めて論ずる。

参 考 文 献

- 1) 星 雄 和, 本間 仁: 土と杭と水, 1941, p. 35~41.
- 2) 久保田敬一: 堤体の滲透に関する実験的研究 (第1報) 土木学会誌 36 卷 3 号, p. 9~13.
- 3) たとえば, M. Muskat: The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media p. 359~360. p. 377~380, 1937.
- 4) M. Muskat: Trans. Amer. Geophys. Union, p. 391, 1936.
- 5) K. Chawalla: Neue Untersuchungen zur Berechnung von Grundwasserströmungen, Baut., 1938. H. 8, 12.

(昭. 27. 6. 16)

欧 米 だ よ り

御無沙汰しました。忙しい毎日が続けながらイギリス 40 日、フランス半月余りを終つて、今日は出発以来丸 2 ヶ月になりました。省みると何をみたのか調べたのかちよつとわからない位ですが、本人は大真面目夢中なのだから妙なものです。Pre-stressed Concrete もこちらへ来てみると本でよんでいたのとちがつた空気を感じて来ます。成程方々で大きな建物や橋

がかかけられています、どこの国でも誰でも疑問なしでやつている訳でもないようです。しかしロンドンエアポートの Hanger とかアープルの Ware House 等は驚くに足る構造と大きさをもっています。おかげで、sight seeing の方は一向にできずロンドンも遂に余りみないでしまいました。鉄道はフランスが一番よいようですが、その方を専門にしていなくてよくわかりません。

(10 月 13 日 仁 杉 巖)