

鋼道路橋鉄筋コンクリート連続版の剪断力について

正員 成岡昌夫*

ON THE SHEARING FORCE OF REINFORCED CONCRETE CONTINUOUS SLAB OF STEEL HIGHWAY BRIDGE.

(JSCE Nov. 1952)

Masao Naruoka, C. E. Member

Synopsis In our Specification of Steel Highway Bridges, the equation of effective width for the shearing force of reinforced concrete continuous slab (S_c) is provided as to be same as for that of simple slab (S_s), but no formula is given for the calculation of shearing force of continuous slab. Our customary method is that the ratio of S_c/S_s under the same load is equal to 1.0. In this paper, author describes the theoretical reduction of shearing force at support of continuous slab by the author's slope deflection method and the suitability of the customary method which has been used, and proposes the proper ratio of S_c/S_s .

1. まえがき

鋼道路橋では床版として、鉄筋コンクリート連続版を用いるのが普通である。しかしこの床版の計算では、曲げモーメントによつて断面が設計されるので、この方面の計算に重きがおかれ、剪断力の計算には、たいして考慮が払われていないようである。

わが国の鋼道路橋設計示方書(1939)には、連続版の剪断力を計算するために、有効巾の規定がある。この有効巾の計算式は、単純版のそれと同一であるが、これを用いて、いかなる公式によつて剪断力を計算するのか、明らかでない。従つて多くの橋梁工学参考書には、単純版としての計算値を100%採用するように説明されている。

従つてここでは連続版としての支承剪断力を求めて、単純版の支承剪断力と比較し、従来の慣用計算法の適否を論じたいと思う。

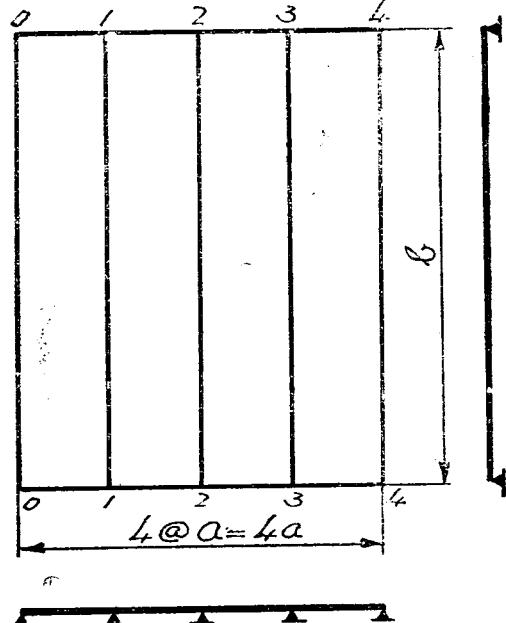
2. 解析方法

ここに取扱う連続版は極めて簡単な理想の場合についてである。現在までに取扱つてきたものと同じく、図-1のごとく辺長比 $a/b=1/5$ の細長い矩形版が4個横方向にならんだ4スパンの連続版であつて、中間は曲げ剛さが無限大の梁にて支えられているものとする。また連続版の周囲は単純支持されているものとする。かかる理想的な連続版について解くこととする。

著者の誘導した版の撓角法公式を用いて、支承における曲げモーメントの釣合条件式は次のようにな

* 京都大学助教授、工学部土木工学教室

図-1



る。

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{1}{c_2} + \frac{c}{c^2 - s^2} \right) \theta_1 + \frac{s}{c^2 - s^2} \theta_2 &= -\frac{1}{\beta} (H_{10} + C_{12}) \\ \frac{s}{c^2 - s^2} \theta_1 + \frac{2c}{c^2 - s^2} \theta_2 + \frac{c}{c^2 - s^2} \theta_3 &= -\frac{1}{\beta} (C_{21} + C_{23}) \\ \frac{s}{c^2 - s^2} \theta_2 + \left(\frac{c}{c^2 - s^2} + \frac{1}{c} \right) \theta_3 &= -\frac{1}{\beta} (C_{32} + H_{34}) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

ただし前式においては、すべての量が無限級数の和として表わされるから、添字 m を必要とするにこだわらず、これを省略している。また前式の θ は実際の撓角の N 倍の値を示す。 β は従来定義されているのと同じく、 $\beta = m\pi/b$ である。

式 (1) の右辺にある C はいわゆる荷重項であつて、図-2のごとく相対する2辺 ($y=0$, および b) が単純支持されて、ある荷重を載せている場合、他の相対する2辺 ($x=0$, および a) を固定するに必要なモーメントであつて、荷重強度 F_0 なる線荷重の作用する場合、固定辺 A の曲げモーメントを $\Sigma C_{AB} \sin(m\pi y/b)$ で表わすと、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} C_{AB} &= -C_M \cdot \frac{F_0}{\pi} \cdot a \\ F &= (AF_0/\pi) \Sigma (1/n) \cdot \sin(m\pi j/b) \cdot \sin(m\pi u/b) \end{aligned} \right\} (2)$$

次に一端辺を単純支持とした場合の固定辺のモーメントを $\Sigma H_{AB} \sin(m\pi y/b)$ によつて表わすと、

$$\left. \begin{aligned} H_{AB} &= -H_M \cdot AB \cdot F \cdot a, \\ H_{M,AB} &= C_{M,AB} + (s/c) C_{M,BA} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

によつて与えられる。

式 (1) を解くに当つて

$$\begin{aligned} A &= -(H_{10} + C_{12}), & B &= -(C_{21} + C_{23}), \\ C &= -(C_{32} + C_{34}) \end{aligned}$$

と表わせれば、

$$\left. \begin{aligned} \beta \cdot \theta_1 &= d \cdot A + e \cdot B + f \cdot C \\ \beta \cdot \theta_2 &= e \cdot A + g \cdot B + e \cdot C \\ \beta \cdot \theta_3 &= f \cdot A + e \cdot B + d \cdot C \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

の形にて、 θ の値が求められる。

さて反力の公式は

$$V_{AB} = -\frac{N \cdot \beta^2}{c^2 - \beta^2} (j \cdot \theta_A + i \cdot \theta_B) + D_{AB}$$

ここに D は図-2 のような荷重状態において固定辺の反力を表わす項であつて、さきの場合については、

$$D_{AB} = -C_{R,AB} \cdot F \dots\dots\dots (5)$$

で表わされる。

従つて V_{12} を求めると次のようになる。

$$\begin{aligned} V_{12} &= -\beta \{ j(d \cdot A + e \cdot B + f \cdot C) \\ &\quad + i(e \cdot A + g \cdot B + e \cdot C) \} + D_{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= -(\alpha/a) \{ A(jd+ie) + B(je+ig) \\ &\quad + C(jf+ie) \} + D_{12} \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

従つて任意の線荷重による V_{12} の影響線を求めるには次のようにすればよい。

- 1) まず $\alpha \cdot C_M$ および $\alpha \cdot H_M$ の値を計算する。
- 2) 式 (4) の d, e, f, g を求めて、式 (6) における A, B, C にかかる係数を求めておく。
- 3) 第1スパンの影響線の値を求めるには、 $A = -H_{10}$ とおく。この場合は $D_{12} = 0$ である。
- 4) 第2スパンの影響線は $A = -C_{12}$, $B = -C_{21}$ とおいて求める。この場合のみ D_{12} を用いる。
- 5) 第3スパンについては $B = -C_{23}$, $C = -C_{32}$ とおく。もちろん $D_{12} = 0$ である。
- 6) 第4スパンについては $C = -H_{34}$, $D_{12} = 0$ とおく。

この計算にあつては、 C_M, C_R のみを用いて計算するわけである。

このようにして影響線を求めると極めて簡単なようであるが、これを $m=1, 3, 5, \dots$ について求めるのである。ただしこのようにして得られた数値の単位は、さきに述べた通り、 $(4 F_0/\pi) \Sigma (1/n) \cdot \sin(m\pi j/b) \cdot \sin(m\pi u/b)$ である。

全く同様の計算を V_{01}, V_{23} について行う。

3. 支持辺中点の剪断力の値⁴⁾

示方書に述べる剪断力は支承においては反力と呼び、実際には区別さるべきであるが、便宜上支点にては反力と剪断力を同一意味に取扱うものとする。いま荷重が横断方向の中心線に関して対称とする。また支承中心における剪断力のみを求めることとする。この場合には $u/b = 1/2$, $y/b = 1/2$, であるから、 $m=1, 3, 5, \dots$ のみ計算すればよく、 $\sin(m\pi u/b) \cdot \sin(m\pi y/b) = 1$ となるから、計算は簡単になる。

さて $j/b = 0.01 \sim 0.1$ すなわち $j/a = 0.05 \sim 0.5$ の値を与えると、 $2j/a = 0.1 \sim 1.0$ の線荷重が、 x について種々の位置において、横方向の中心線に関して対称の位置にある場合の支承剪断力の影響線の値が得られる。これらの値を表または図によつて示すとよいが、紙数の都合上省略する。

4. 連続版の支承剪断力と単純版の支承剪断力との比較

さきに単純版の剪断力に関する研究において、種々の荷重状態に対する支承辺中央点の剪断力を求めたのであるが、ここでは同じような荷重状態における連続版の端支承あるいは内側支承の中点における剪断力を求め、これを同じ荷重状態の単純版のそれとの比を求めよう⁵⁾。

これを図-3 の荷重状態について表-1 に示す。こ

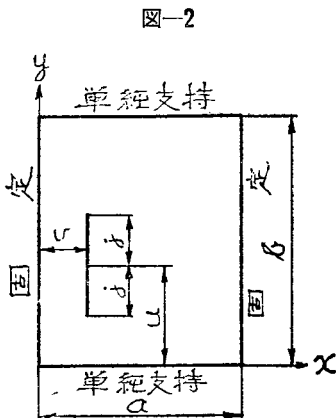


図-2

図-3

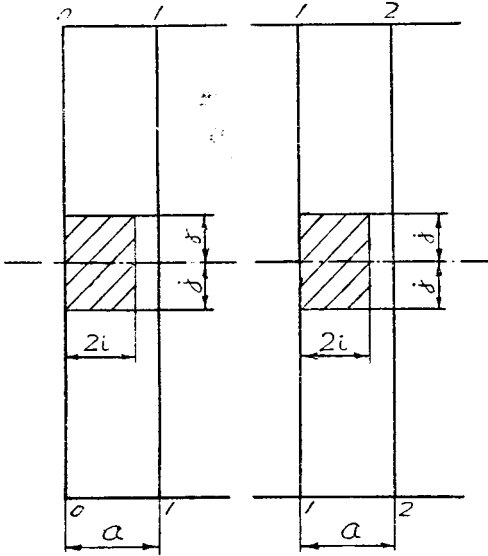
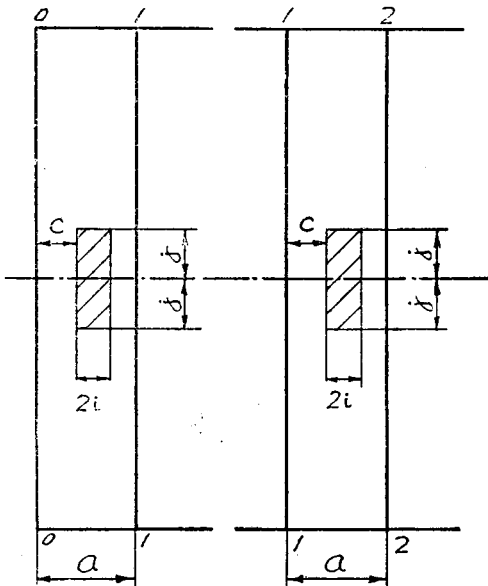


表-1 図-3の荷重状態における連続版の支承剪断力と単純版の支承剪断力との比

区分	$\frac{2i/a}{2i/a}$	$\frac{c/a}{2i/a}$									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
端支承剪断力	0.1	0.976	0.792	0.777	0.782	0.784	0.781	0.777	0.777	0.774	
	0.2	0.770	0.782	0.780	0.775	0.772	0.765	0.760	0.757	0.753	0.749
	0.3	0.731	0.753	0.765	0.757	0.751	0.744	0.737	0.731	0.725	0.720
	0.4	0.689	0.727	0.747	0.737	0.731	0.724	0.717	0.711	0.704	0.699
	0.5	0.657	0.701	0.727	0.719	0.713	0.706	0.699	0.692	0.685	0.678
	0.6	0.623	0.674	0.707	0.697	0.691	0.684	0.677	0.670	0.663	0.656
	0.7	0.592	0.646	0.687	0.675	0.669	0.662	0.655	0.648	0.641	0.634
	0.8	0.571	0.629	0.671	0.658	0.652	0.645	0.638	0.631	0.624	0.617
	0.9	0.560	0.620	0.661	0.647	0.641	0.634	0.627	0.620	0.613	0.606
	1.0	0.553	0.613	0.654	0.639	0.633	0.626	0.619	0.612	0.605	0.598
内側支承剪断力	0.1	1.053	1.056	1.047	1.042	1.034	1.030	1.026	1.022	1.021	1.021
	0.2	1.041	1.050	1.046	1.037	1.033	1.025	1.021	1.021	1.021	1.020
	0.3	1.112	1.113	1.108	1.096	1.091	1.077	1.066	1.063	1.056	1.054
	0.4	1.120	1.123	1.113	1.109	1.100	1.090	1.079	1.075	1.066	1.063
	0.5	1.123	1.126	1.122	1.112	1.104	1.093	1.082	1.078	1.069	1.064
	0.6	1.123	1.126	1.122	1.112	1.103	1.091	1.082	1.074	1.067	1.062
	0.7	1.121	1.124	1.119	1.109	1.100	1.088	1.079	1.073	1.063	1.058
	0.8	1.117	1.120	1.115	1.104	1.095	1.083	1.073	1.067	1.057	1.053
	0.9	1.114	1.117	1.111	1.099	1.091	1.079	1.068	1.062	1.052	1.047
	1.0	1.115	1.118	1.112	1.099	1.091	1.079	1.068	1.062	1.052	1.047

図-4



れによると各種の荷重状態において、連続版の端あるいは内側の支承剪断力は、単純版のそれとそう大差ない。一般に曲げモーメントに対して断面を設計し、剪断力については、単純版の支承剪断力を求め、これについてチェック程度にとどめておくのが通例である。このチェックの際単純版の剪断力に乗すべき係数として、表-1 が役立つと思う。

ここで述べた単純版の支承剪断力は、わが国の示方書に従って求められたものでなく、著者のかつて計算したより正しい値のものである。

表-2 には図-4 のように荷重が支承に接しないような種々の荷重状態の場合の上記の比が計算されている。これらの表を通じて次のことがわかる。

a) 荷重が支承に接する場合、端支承剪断力は、分面積に応じて、0.73~1.00 と変化する。これに対

表-2 図-4の荷重状態における端支承剪断力と単純版の支承剪断力との比
1. 端支承剪断力の場合

$\frac{c/a}{2i/a}$	$\frac{2i/a}{2i/a}$	$\frac{c/a}{2i/a}$					
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
0.4	0.1	0.760	0.755	0.748	0.740	0.726	0.705
	0.2	0.707	0.702	0.694	0.685	0.672	0.651
	0.3	0.653	0.648	0.640	0.631	0.617	0.598
	0.4	0.603	0.598	0.590	0.580	0.566	0.547
	0.5	0.563	0.558	0.549	0.539	0.525	0.507
	0.6	0.527	0.521	0.513	0.503	0.509	0.491
0.5	0.1	0.634	0.629	0.622	0.612	0.600	
	0.2	0.568	0.563	0.556	0.546	0.534	
	0.3	0.505	0.500	0.493	0.484	0.471	
	0.4	0.454	0.450	0.442	0.433	0.420	
	0.5	0.433	0.432	0.421	0.412	0.400	
0.6	0.1	0.476	0.471	0.465	0.456		
	0.2	0.398	0.394	0.387	0.379		
	0.3	0.333	0.329	0.322	0.314		
	0.4	0.306	0.302	0.295	0.287		
0.7	0.1	0.282	0.277	0.273			
	0.2	0.199	0.196	0.190			
	0.3	0.164	0.160	0.155			

2. 内側支承剪断力の場合

$\frac{c/a}{2i/a}$	$\frac{2i/a}{2i/a}$	$\frac{c/a}{2i/a}$					
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
0.4	0.1	1.164	1.160	1.152	1.142	1.132	1.109
	0.2	1.148	1.144	1.137	1.128	1.118	1.097
	0.3	1.130	1.126	1.119	1.111	1.101	1.082
	0.4	1.111	1.107	1.101	1.093	1.083	1.066
	0.5	1.096	1.092	1.085	1.077	1.067	1.051
	0.6	1.089	1.085	1.079	1.071	1.061	1.044
0.5	0.1	1.126	1.122	1.116	1.108	1.099	
	0.2	1.102	1.099	1.093	1.086	1.077	
	0.3	1.079	1.075	1.069	1.063	1.053	
	0.4	1.058	1.054	1.049	1.043	1.034	
	0.5	1.049	1.046	1.040	1.034	1.025	
0.6	0.1	1.070	1.067	1.062	1.055		
	0.2	1.039	1.036	1.031	1.025		
	0.3	1.012	1.007	1.004	0.999		
	0.4	1.000	0.997	0.993	0.988		
0.7	0.1	0.993	0.991	0.986			
	0.2	0.958	0.955	0.951			
	0.3	0.942	0.943	0.936			

して、内側支承剪断力は 1.02~1.12 と変化し、その範囲はわずかである。

b) 荷重が支承より離れる場合、前者は c/a の値および分布面積に応じて、広範囲に変化する。これに反し後者は $c/a=0.6$ までは 1.00~1.16 程度であり、 $c/a=0.7$ では、0.93~1.00 となる。

従つて連続版の支承剪断力として単純版の支承剪断力の値をそのまま採用するのは、端支承については安全側、その他については危険側である。しかし牧野喬氏の著書に述べられてあるような $5/4=1.25$ なる係数は、内側支承に対しても採用するに及ばないと思う。

5. むすび

著者は剛支承にて支えられる 4 スパン連続版を例にとり、著者の板の撓角法を用いて、極めて容易に連続版の支承剪断力の影響線を求め、これを用いて、連続版の剪断力と同じ荷重状態の下にある単純版のそれとの比を求めた。この結果、単純版の剪断力をそのまま連続版の剪断力とすることは不適當であつて、係数を乗じてより正しい値を求むべきであることを知り得た。表-1, 2 はこの目的に充分役立つものである。

以上の解析は連続版の支承を剛支持として求めた結果であつて、並列せる主桁によつて床版が支えられている場合に適用できると思う。引続き支承が弾性梁支持の場合について同様の解析を行い、より正しい剪断力の値を求めるのに努力したいと考えている。

本研究は京大小西教授の御助言を得て行われたものであり、ここに附記して謝意を表する次第である。

註 1) 牧野 喬著“鋼橋設計法”には、単純版としての計算値の $5/4$ 倍をとるように書かれている。

2) プレートガーダーの道路橋で縦桁、横桁を欠き、並列せる主桁によつて床版が支えられている場合、主桁の EI は床版の N にくらべて非常に大きいので、このような仮定があてはまると思う。

3) 成岡: 土木学会論文集第 4 号, pp. 1~18

4) 支承中点の剪断力のみならず、スパン内各点についても求めるとよいが、複雑となるばかりであるので、支承中点についてのみ求める。

5) 内側支承 1-1, 3-2 の中点の剪断力の影響線はスパン 1-2, 2-3 の部分については、その値はほとんど同一であるので、以下内側支承 1-1 に関する値を示す。また V_{01} についてはスパン 0-1 及び 2-3, V_{12} についてはスパン 0-1, 1-2 及び 3-4 載荷の場合、これらの値が正となる。しかし V_{01} についてはスパン 2-3 の荷重が、 V_{12} についてはスパン 0-1, 3-4 の荷重が占める割合が僅少であるので、これらを省略し、 V_{01} についてはスパン 0-1, V_{12} についてはスパン 1-2 の荷重のみを考慮することにした。

6) 成岡, 米沢: 土木学会誌第 37 巻第 4 号(昭. 27. 4) pp. 17~21.

(昭. 27. 6. 13)

UDC 624.076.2: 539.373

不完全弾性柱の挫屈強について(要旨)

正 員 工学博士 結 城 朝 恭*

ON THE BUCKLING STRENGTH OF AN IMPERFECT ELASTIC COLUMN (ABSTRACT)

(JSCE Nov. 1952)

Dr. Eng., Tomoyasu Yuki, C.E. Member

本文において不完全弾性柱とは、中心荷重を受ける柱材の挫屈応力度 σ_K が、その材料の真の圧縮弾性限度 σ_E 以上の値を有する、いわゆる短柱材に対して名づけたものである。本文は、この短柱の挫屈強に関して、従来最も合理的な一解法と認められている Engesser-Kármán 式とはやや異なる観点より推論し、その基礎観念を基として、一つの新しい提案を試み、あわせて、鋼、デューラルミン、鉛、鋳鉄、アルミニウム、木材、モルタル、コンクリート等の柱材試

験片の強弱試験を行つて、その提案の的確なことを示したものである。

筆者の提案の基礎概念の要点は、短柱における挫屈応力度を断面における平均応力度として考察しないで、応力は弾性応力と可塑性応力とが渾然と共存するものと仮定した点を特徴とするものである。挫屈応力度が σ_E 以上の値になると、柱の全長にわたり、柱断面の弾性組織が局部的に次第に可塑性組織に変化するものとし、その可塑性組織の柱断面に対する比は、挫屈応力度に等しい単純圧縮応力度における $p=\varepsilon_p/\varepsilon_p^f$ の函数で与えられるものと仮定し、(29ページに続く)

* 信州大学教授, 工学部土木教室