

$$\left. \begin{aligned} X &= \frac{\int_{-l}^l M_0 M_a ds}{\int_{-l}^l M_a^2 ds} \\ Y &= \frac{\int_{-l}^l M_0 M_b ds}{\int_{-l}^l M_b^2 ds} \\ Z &= \frac{\int_{-l}^l M_0 M_c ds}{\int_{-l}^l M_c^2 ds} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)'$$

この計算は両端より順次中央におよぼし、さきのラーメンの反力をもつて次のラーメンに作用する力とする。この X, Y, Z の近似値を用いて〔Ⅱ〕の方法により ε, δ, Δφ を求める。次にこの値を用いて (11)

式より (EI_{m0}L) の値を求め、この値を用いて (13) 式より X, Y, Z の修正値を求めこれを真の値とする。更に正確を期する場合はもう一度これをくりかえせばよい。これが求めれば各部材の応力は (17) 式より求めることができる。

〔Ⅳ〕むすび

フィレンデル桁を正確に解くことは非常に大きい労力と時間を要するので、実施設計においては、結局どの程度の近似計算で満足するかの問題である。本方法によるときは誤差を相当に小さくすることができるが、計算にはまだ相当の労力を要する。しかし直弦桁または上下対称の場合においてはいちちしく簡単になる。更に軸応力の影響を無視すれば更に簡単になる。(昭.27.6.5)

666.982.4-42
UDC 620.178.322.3

プレストレスト コンクリート桁の曲げ 疲労についての実験

正 員 猪 股 俊 司*

ON A FATIGUE TEST OF PRESTRESSED CONCRETE BEAMS

(JSCE Oct. 1952)

Shunji Inomata, C.E. Member

Synopsis Fatigue tests on 24 prestressed concrete beams with pre-tensioned wires prove that when the resultant stress at bottom fibre due to full working load does not exceed 35 kg/cm², (1) freedom from cracks is guaranteed and (2) a factor of safety against failure due to fatigue is greater than 1.25 is ensured in every case. The ratio of the failure load in fatigue tests to that in static tests is 44 to 48%.

It is also shown that if wire of a diameter less than 3 mm is used with concrete having a minimum compressive strength 450 kg/cm² as specified in the JIS cylinder test, sufficient bond is secured and there is sufficient resistance to slipping under dynamic load.

要旨 プレテンション方式によつて製作されたプレストレスト コンクリート桁 24 本について疲労試験を実施した。試験の結果、桁の引張側に生ずる引張応力を 35 kg/cm² に制限すれば、疲労によるひびわれは全く発生しないことおよび疲労によつて鋼線が切断し桁が破壊することに対する安全率は 1.25~1.37 であることがわかつた。直径 3 mm の鋼線でもその表面を多少粗にして用いると、コンクリート圧縮強度が 450 kg/cm² 以上であれば、繰り返し荷重を 200 万回加えても滑動することはない。

1. 実験の範囲

この実験は、プレテンション方式によつて製作されたプレストレスト コンクリート桁の曲げ疲労による破壊荷重を確かめるために実施されたものである。また、鋼線は直径 3 mm および 2 mm のものでありその表面は多少錆を生ぜさせたものである。コンクリートの強さは材令 28 日で 450 kg/cm² 程度のものを用いた。

荷重の繰り返し回数は 2 000 000 を標準とし、この繰り返し回数を加えても桁が破壊しない場合、この荷重を疲労限界とした。

したがつて以上の範囲外のプレストレスト コンク

* 国鉄、鉄道技術研究所

表-1 試験桁

桁番号	203	204	210
中径 b (cm)	12	12	12
外径 B (cm)	18.5	18.5	18.5
鋼線断面積 A_s (cm ²)	1.131	1.131	1.256
断面寸法			
鋼線全長 (kg)	-12,000	-13,200	-11,000
コンクリート全長 (kg)	143	162	140
鋼筋力 (kg)	-10,800	-11,680	-8,760
鋼筋力 P_{21}	-10,250	-10,990	-8,110
鋼筋力 P_{22}	-10,100	-11,040	-8,160
鋼筋力 P_{23}		-11,090	-8,210
鋼筋力 P_{24}		-11,140	-8,260
コンクリート全長 (kg)	128	143	122
コンクリート全長 (kg)	-360	-41	-41
鋼筋力 (kg)	-8,980	-9,820	-7,010
鋼筋力 P_{21}	-9,070	-9,920	-7,100
鋼筋力 P_{22}		-10,020	-7,190
鋼筋力 P_{23}		-10,120	-7,280
中径 b (cm)	9.4	9.4	9.4
外径 B (cm)	6.500	6.570	6.580
鋼線断面積 $A_s = 1/4 \pi d^2$ (cm ²)	7.4	7.15	7.25
鋼線断面積 $A_s = 1/4 \pi d^2$ (cm ²)	6.93	6.94	7.01
鋼線全長 L (cm)	180	180	210
鋼線全長 L (cm)	160	160	110
鋼線全長 L (cm)	40	40	40
載荷方法			

リートの疲労については、この実験の結果は適用できないのである。

2. 実験用桁

実験桁の諸元は表-1 に示してある。プレストレスの計算結果も表-1 に示してある。この応力計算は、M. Ritter & P. Lardy の方法によつた。(Le Béton Précontraint. Dunod Paris 1951) クリーブおよび乾燥収縮が生じてしまった後の有効プレストレスの計算には $k_m=10$, $\epsilon_r=0.0003$ としてある。ここに、 $k = (\text{最終クリープ}) / (\text{弾性歪})$ ϵ_r : コンクリートの乾燥収縮量。

3. 実験桁の製作に関する記録

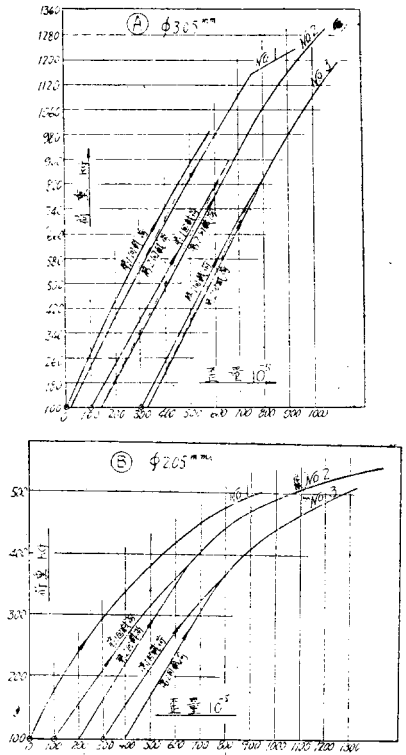
(a) 実験に用いた材料の性質

(i) 実験に用いた鋼線の性質：用いられた鋼線の物理的性質は表-2 に、応力-歪曲線は図-1 に示してある。降伏点応力としては、0.2%の歪みの点から、応力-歪曲線の荷重の小さい部分に平行線を引き、応力-歪曲線との交点を求めてこれから計算した。

表-2 実験に用いた鋼線の性質

鋼線番号	(A)	(B)
直径 (mm)	3.05	2.05
最大破断荷重 (kg)	1 490	568
引張強度 (kg/mm ²)	205	172
降伏点応力 (kg/mm ²)	170	136
弾性係数 (kg/cm ²)	20×10^5	20×10^5
応力100kg/mm ² のときの有効弾性係数		
備考	桁203に使用	桁210に使用

図-1 鋼線の荷重-歪曲線
Load & Strain Curves for the Wires



(ii) 実験に用いたコンクリート：

(セメント) 使用セメントは浅野ペロセメント、盤城ポルトランドセメントの2種であつて、各セメントの物理試験結果は表-3 に示してある。

表-3 使用セメントの物理的性質

セメントの種類	曲げ強さ (kg/cm ²)			圧縮強さ (kg/cm ²)			フロー (mm)
	3日	7日	28日	3日	7日	28日	
浅野ペロ	41	45	70	186	214	335	190
盤城	52	47	61	122	186	299	218

(骨材) 細骨材は酒匂川産天然砂であつて、比重 2.62, 吸水2.1%, 単位容重 1 480 kg/m³, 粗粒率 1.76 であつた。

粗骨材は酒匂川産天然砂利であつて、比重 2.64, 吸水 0.9%, 単位容重 1 550 kg/m³ であつて 15 mm のふるいを通り 5 mm のふるいに留まるものを用いた。ふるい分け結果は 10 mm ふるいを通るものが 62 % であつた。

(配合) コンクリートの配合は表-4 のようである。(コンクリートの強度) コンクリートの強度は表-5 のようである。表中 V は偏差係数であつて % で示してある。

表-4 使用コンクリートの配合

配合番号	使用セメントの種類	水セメント重量比 W/C (%)	粗細骨材重量比 G/S	使用水量 W (kg/m ³)	使用セメント量 C (kg/m ³)	備 考
I	浅野ペロ	31	2.77	178	574	桁 203 に使用
II	浅野ペロ	30	2.72	172	574	桁 204 に使用
III	鯉城	30	1.50	170	567	桁 ²¹⁰ / ₁₁₀ に使用

表-5 コンクリートの強度

配合番号		I	II	III
圧縮強さ (kg/cm ²)	材令 7日	385 (V=5.5)	407 (V=5.2)	391 (V=6.3)
	" 28日	437 (V=3.5)	463 (V=4.7)	481 (V=3.8)
	" 90日	507 (V=3.0)	526 (V=2.1)	540 (V=3.5)
引張強さ係数 (kg/cm ²)	" 28日	32 (V=7.0)	31 (V=8.2)	32 (V=8.0)

(コンクリートの弾性係数) 標準供試体について求めた応力-歪曲線から有効圧縮弾性係数を求めると表-6 のようになる。

表-6 コンクリートの有効圧縮弾性係数 (kg/cm²)

配合番号	材令(日)	有効弾性係数	
		応力100 kg/cm ² のとき	応力200 kg/cm ² のとき
I	7	3.22×10 ⁵	3.05×10 ⁵
	28	3.62×10 ⁵	3.45×10 ⁵
II	7	3.10×10 ⁵	2.82×10 ⁵
	28	3.29×10 ⁵	3.10×10 ⁵
III	7	3.08×10 ⁵	3.00×10 ⁵
	28	3.60×10 ⁵	3.37×10 ⁵

(b) 桁の製作 桁はすべてプレテンション方式によつて製作された。コンクリートの締め固めにはバイブレータを用いて十分締め固めをした。

鋼線はこれを用いる前につきのような方法で、表面に錆を付した。

桁 203 に用いた鋼線①は 10 日間水道栓の下に放置して水を滴下させた。桁 204 に用いた鋼線②は 20 日間水道栓の下に放置して水を滴下させた。桁 210、桁 110 に用いた鋼線③は 3 日間海水水中にひたし、つぎに 5 日間水道栓の下に放置して水を滴下させた。

いずれの場合にもはなはだしい錆は表面に生じていないで、表面に薄い赤錆がでている程度であつた。この錆はこれをぬぐつて使用した。203 桁では鋼線を 2

表-7 桁の製作行程

桁番号	鋼線の架設	コンクリート打ち	鋼線緊張力の解放	プレストレスト導入日の材令(日)	水中養生日数(日)
110 210	7月10日 (1950)	7月11日 (1950)	7月20日 (1950)	9	55
203	7月25日 (1950)	7月26日 (1950)	8月3日 (1950)	8	40
204	8月7日 (1950)	8月29日 (1950)	9月5日 (1950)	7	

本づつねぢつてこれを用いた。このねぢりのピッチは約 10 cm である。桁製作行程は表-7 に示してある。

コンクリート打ち後直ちにぬれむしろを用いて桁全体をおおつた。翌日から毎日数回散水養生をした。型わくの取りはずしはプレストレスを導入する直前にこれを実施した。プレストレスを導入するには型わくを全部取りはずし、緊張装置のチャッキをゆるめて、鋼線緊張力を解放する。プレストレスを導入した桁はこれに直ちに水中養生を実施した。水中養生を終わった桁はすべて室外に放置した。

(c) 鋼線緊張力を解放するときの桁上下縁の歪

鋼線緊張力を解放するときの桁上下縁の歪をオクイゼン型歪計 (10 cm 測長) を用いて測定した。測定結果から応力を求めこれを計算応力と比較したものを表-8 に示してある。

表-8 鋼線緊張力解放時の桁下縁歪

桁番号	測定重量 (10 ⁻⁵)	測定応力 (kg/cm ²)	計算応力 (kg/cm ²)
203	38.2	123	143
204	51.2	159	162
210	49.7	153	140

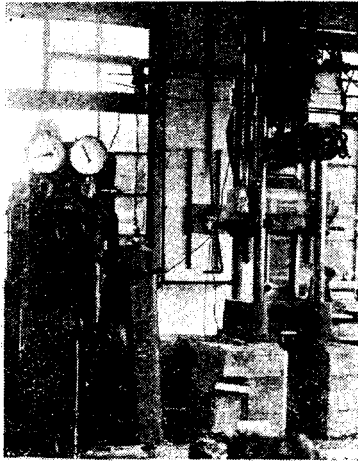
4. 桁疲労試験

(a) 疲労試験機 疲労試験機は油圧式であつて、写真-1 に示してある。試験機は可動部の重量を軽減させるために曲げ試験用テーブルは固定部の上部に設けられている。繰り返し荷重を加える脈動油圧発生機 (バルセーター、(写真の左側) によつて脈動油圧を発生させ供試体に繰り返し荷重を加えるようになっていゝ。荷重の最大値と最小値とは 2 個の圧力計によつてべつべつに測定される。

バルセーターは試験機本体 (写真の右側) の荷重シリンダー内に脈動油圧を発生させるもので、大きいハ

ズミ車を有するクランクおよび連接桿によつて附属シリンダー内のピストンに往復運動を与える。このピストンの往復運動は行程変更装置によつて零行程から最大行程まで運転中に変向でき、これによつて最大荷重を任意に変更できる。載荷の速度は毎分 200, 300, 400 および 600 の 4 段に切換えることができる。荷重の増減の状態は Sine 型である。

写真-1 疲労試験機
Amusler Pulsating Machine



(b) 試験結果 試験には毎分 300 回の速度で載荷した。供試体は水中養生後室外に放置しておき、コンクリートのクリープおよび乾燥収縮がほとんどおわつたと考えられる材令 200 日以後に試験を実施した。試験前供試体は室内に 7 日以上放置した。

供試桁は普通の場合と異なつて、引張側が上側になつて載荷される。210, 203, 204 桁は疲労によつて桁が破壊する場合の試験であり、110 桁は疲労によつてひびわれの発生する場合の試験である。ひびわれの発見には桁の引張側コンクリートに水をかけることによつて容易に発見される。特に載荷中はひびわれがその口を開閉するので水を加えるとこの運動しているのがよくわかる。スパンは 210, 203, 204 桁では 160 cm, 110 桁では 120 cm である。載荷点は桁中央に对称に 2 点荷重であつてその間隔は 40 cm である (表-1 参照)。

試験結果は表-9 に示してある。

110 桁では、1101~1105 桁はひびわれを発生したが、このひびわれは荷重を取り去つたときにはこれらのひびわれは完全にその口が閉ぢて肉眼では認められなくなつた。また 2 000 000 回まで荷重を繰り返しても破壊しなかつた桁 2104, 2033, 2046 ではひびわれが発生したがこれらは荷重を取り去れば肉眼では認め

表-9 疲労試験結果

桁番号	下限荷重 (kg)	上限荷重 (kg)	ひびわれ発生または破壊を生ずるまでの回数	備 考
1101	1 000	8 000	1	静的載荷試験 すべての桁について1 000 000回まで繰り返し載荷した。
1102	"	6 000	215 000	
1103	"	6 250	168 000	
1104	"	7 000	1 500	
1105	"	6 500	5 800	
1106	"	5 750	2 000 000	
2101	1 000	5 000	708 000	鉄線切断, 桁破壊
2102	"	5 500	160 000	" "
2103	"	4 500	500 000	破壊を生じない。5×10 ⁵ 回の繰り返し後静的試験をした。11.3 tで斜めひびわれを生じ破壊桁は破壊しない。
2104	"	4 750	2 000 000	
2105	"	7 500	26 800	鉄線切断, 桁破壊
2106	"	6 500	59 000	" "
2031	1 000	5 750	435 000	鉄線切断, 桁破壊
2032	"	6 000	254 000	" "
2033	"	5 250	2 000 000	桁は破壊しない。
2034	"	6 500	178 500	鉄線切断, 桁破壊
2035	"	5 500	1 112 500	載荷点でコンクリート破壊, 鉄線一部切断
2036	"	7 500	68 700	鉄線切断, 桁破壊
2041	1 000	10 400	1	静的破壊試験, 10.4t で斜めひびわれで破壊
2042	"	6 000	690 000	鉄線切断, 桁破壊
2043	"	8 000	25 600	" "
2044	"	7 000	86 400	" "
2045	"	5 500	958 000	" "
2046	"	5 000	2 000 000	桁は破壊を生じない。

られなくなつてくる。

疲労によつて鋼線が切断するような場合には、最初多数のひびわれが発生してこれらひびわれはすべて荷重の変化に応じて開閉している。しかし桁の破壊近くの繰り返し回数になると、荷重に応じて開閉するひびわれの数は非常に減少する。またそのひびわれ開閉の程度がいちじるしくなつてくる。これとともに

図-2 S-N 曲線
S-N Diagram for Prestressed Concrete Beams

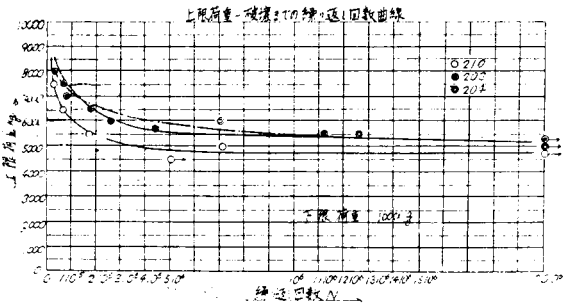
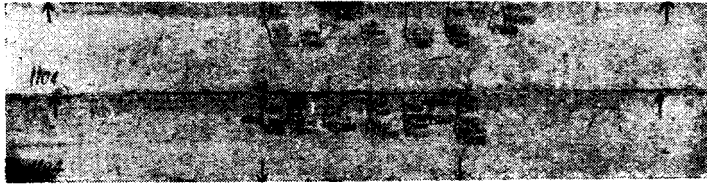


写真-2 疲労試験後の桁ひびわれ発生状況

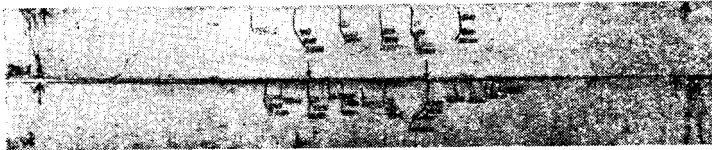
Views of Beam after Fatigue Test



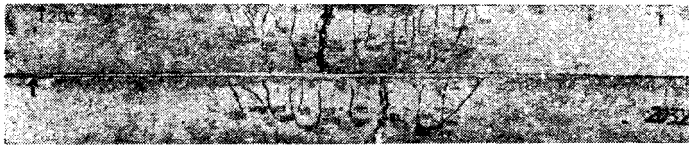
Beam 1104 Load range 1 000÷7 000 kg



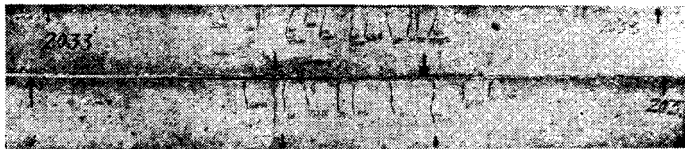
Beam 2101 Load range 1 000÷5 000 kg



Beam 2104 Load range 1 000÷4 750 kg



Beam 2032 Load range 1 000÷6 000 kg



Beam 2033 Loadrange 1 000÷5 250 kg



Beam 2045 Load range 1 000÷5 500 kg



Beam 2046 Load range 1 000÷5 000 kg

このひびわれ附近のコンクリートの温度は相当上昇してくる。更に繰り返し回数が増加すると、ある特定のひびわれ（最後にはこのひびわれの所で鋼線が切断する）だけが大きく開閉し、他のひびわれはほとんど開閉しなくなる。210, 204 桁のように、4 段に鋼線が広い範囲に分布して配置されていると、鋼線の切断は最初最下段のものに起り最大荷重の指示が減少する。最大荷重を再び所定の値にもどすと、連続的に他の段の鋼線が切断され桁は破壊を生ずるのである。203 桁はすべての鋼線がほとんど同時に切断されて桁は破壊をおこした。このすべての試験の場合、鋼線の滑動は全くおこらなかった。

210, 203, 204 桁についての上限荷重と破壊までの繰り返し回数との関係は図-2 に、試験後の桁の破壊状況およびひびわれ状態は写真-2 に示してある。

5. 試験結果についての考察

(a) 上限荷重と繰り返し回数との関係 上限荷重と繰り返し回数との関係を検討するために、上限荷重 P と繰り返し回数 N の対数 $\log N$ との相関関係の有無を検討する。表-9 の試験結果を用いて相関係数 γ を求める。この相関係数 γ の有意性を検討するために Student の t を計算する。 γ と t とを計算すると、表-10 のようになる。

以上の結果から明らかのように、この試験結果については5%の有意水準において有意であることがわかる。

W. E. Dehming の最小自乗法を用いて P と $\log N$ との関係を示す1次式で表わしてみる。また任意の横座標 $\log N$ についてえられる計算上の点の95%が含まれる

表-10 相関係数“ γ ”の有意性の検討

桁番号	γ	$t = \frac{\gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}} \sqrt{n-2}$	各自由度に対する有意水準5%に対する“ t ”の値
110	-0.968	-5.48	4.303
210	-0.959	-4.79	4.303
203	-0.947	-5.11	3.182
204	-0.986	-8.53	4.303

図-3 S-N 曲線 (110 桁)

S-N diagram for prestressed concrete beam series 110

The results are plotted to a logarithmic scale, minimum load 1000 kg. \odot indicates uncracked. (1) indicates an allowable load under which the result stress at the bottom fibre is 0 kg/cm². (2) indicates an allowable load under which the resultant stress at the bottom fibre is 35kg/cm².

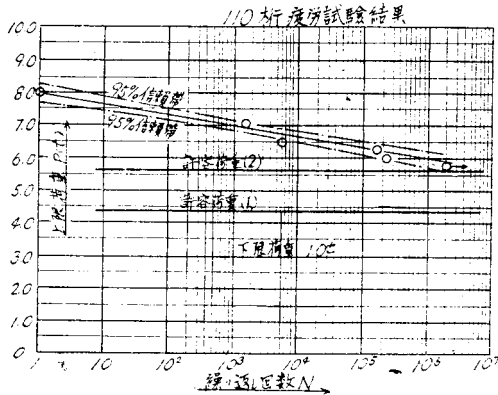


図-4 S-N 曲線 (210 桁)

S-N diagram for prestressed concrete beam series 210 minimum load 1000 kg

- (1) indicates a full prestressing allowable load
- (2) indicates a partial prestressing allowable load (-35kg/cm²)

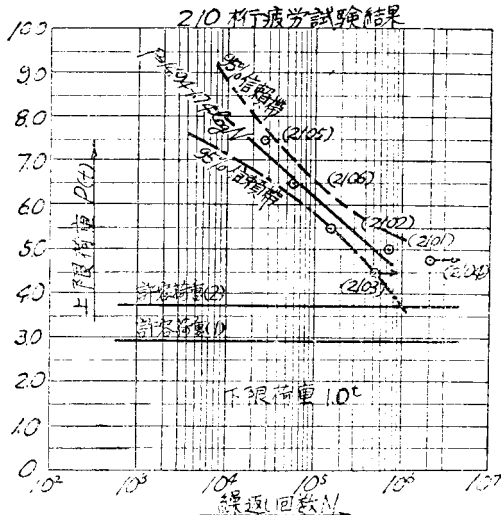


図-5 S-N 曲線 (203 桁)

S-N diagram for prestressed concrete beam series 203 minimum load 1000 kg

- (1) indicates a full prestressing allowable load
- (2) indicates a partial prestressing allowable load (-35 kg/cm²)

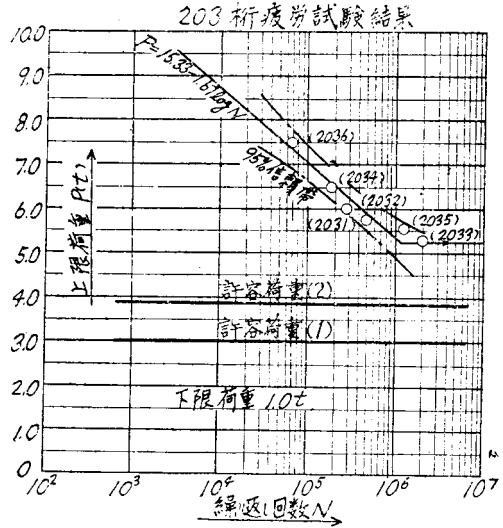
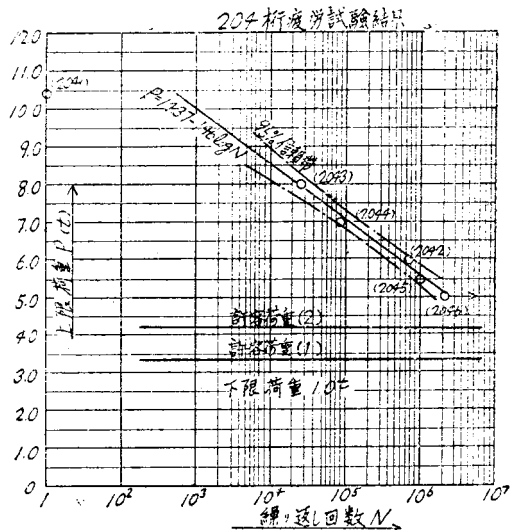


図-6 S-N 曲線 (204 桁)

S-N diagram for prestressed concrete beam series 204 minimum load 1000 kg

- (1) indicates a full prestressing allowable load
- (2) indicates a full prestressing allowable load (-35 kg/cm²)



と期待される範囲を求めるとつぎのようになる。

110 桁 $P=7.99-0.34 \log N \pm 0.284\{0.857$
 $-0.375 \log N+0.054(\log N)^2\}^{1/2}$
 210 桁 $P=14.94-1.74 \log N \pm 0.752\{22.99$
 $-8.983 \log N+0.897(\log N)^2\}^{1/2}$
 203 桁 $P=15.33-1.67 \log N \pm 0.570\{35.70$
 $-13.064 \log N+1.202(\log N)^2\}^{1/2}$
 204 桁 $P=14.37-1.46 \log N \pm 1.96\{16.98$
 $-6.324 \log N+0.598(\log N)^2\}^{1/2}$

以上の結果を示すと図-3~6 のようになる。これらの結果からプレストレスト コンクリートの疲労についても金属材料の場合と同様に上限荷重と繰返し回数 N の対数との間には1次式関係が成立する。

b) 桁の疲労強さと許容荷重との関係 繰返し荷重によつて疲労のおこる場合、プレストレスト コンクリート桁の許容荷重としては一般につぎの2つの場合が考えられる。(1) 下縁に作用する応力を零とする(Full Prestressing)。(2) 下縁に作用する引張応力をコンクリートの曲げ引張強度の $1/2$ 以下とする。(Partial Prestressing)。

この試験に用いたコンクリートの曲げ引張強度の $1/2$ を 35 kg/cm^2 と仮定して許容荷重を計算すると表-11 のようになる。

表-11 計算から求められた許容荷重

	110 桁	210 桁	203 桁	204 桁
(1) 下縁引張応力が 0 kg/cm^2 となる荷重 (t)	4.38	2.90	3.01	3.36
(2) 下縁引張応力が 35 kg/cm^2 となる荷重 (t)	5.66	3.75	3.83	4.19

以上の許容荷重を試験結果と比較すると図-3~6 のようになる。これらを試験結果から判断される疲労限荷重と比較するとつぎのようになる。

110 桁ひびわれの発生に対する安全率は許容荷重(1)に対しては1.3, 許容荷重(2)に対しては1.02となる。桁の破壊に対する安全率は表-12のようになる。

表-12 桁の疲労破壊に対する安全率

	210 桁	203 桁	204 桁
許容荷重(1)に対して	1.64	1.74	1.56
許容荷重(2)に対して	1.26	1.37	1.25

試験桁は静的試験の場合、剪断力一定の区間で曲げによつて生じたひびわれが次第に傾斜し最後にはこの傾斜ひびわれによつて桁は破壊したので、鋼線切断による桁の静的破壊強度はこれを求めることができなかつた。しかしすべての鋼線がそれらの図心位置に集中しているものと仮定して仁杉博士の近似式により破壊荷重を求めこれと疲労破壊強度とを比較すると表-13のようになる。これからみると、疲労破壊強度は静的破壊強度の44~48%の間にあることがわかる。

表-13 静的破壊強度(計算値)と疲労強度との関係

	210 桁	203 桁	204 桁
静的破壊強度 (t)	10.70	10.90	11.07
疲労破壊強度/静的破壊強度	0.444	0.487	0.478

6. 結 論

この試験の範囲内でつぎのように言える。

- (i) 繰返し荷重によつてひびわれの発生を防ぐためには、桁の引張側に生ずる引張応力を 35 kg/cm^2 以下に制限する必要がある。
- (ii) 疲労によつて鋼線が切断して桁が破壊するのは桁の引張側に 35 kg/cm^2 の引張応力を生ずる荷重の25%増し以上の荷重が繰返し作用する場合である。
- (iii) 疲労によつて鋼線が切断して桁が破壊する荷重は静的破壊荷重の44~48%である。
- (iv) 上限荷重と繰返し回数の対数値との間には1次式で表わされる関係がある。
- (v) 鋼線の直径 3 mm でもその表面を多少粗にしておけば繰返し荷重をうけても滑動するようなことは全く起らない。(昭.27.6.8)

第2回応用力学連合講演会について

土木学会誌第37巻第9号に連載の第2回応用力学連合講演会における総合講演中12月2日(火)渡辺恵弘君の題目は下記の通りです。

13.00-13.50 船の運動と船体の強さ