**IV. 結び**

防潮堤は昭和 28 年度完成を目標に目下工事が進められている。完成の暁は尼崎市は高潮から安全な，また清潔な都市となるであろう。しかし本港の利用は閘門方式によつて一つの制限を受ける。工場が生産施設の高度化を図らんとする時 1 000 t 級以上の船舶の堤内への入出港はこのままでは不可能である。大型船に対する内外港の巧みな連絡の方法は本港の将来に対する課題である。それと共に防潮堤を直接風浪にさらす危険を防止するための外港防波堤の整備は今次防潮堤計画に対する，點睛とも云うべきであろう。

(昭.27.5.14)

---

UDC 624.072.334

# 鋼構造におけるラーメン隅角部の設計公式について

正員 大野 諫*

# FORMULAS FOR DESIGN OF CORNER OF STEEL RIGID FRAME[1]

(JSCE Sept. 1952)

*Isamu Ohno, C.E. Member*

**Synopsis** The author's formulas for design of corner of steel rigid frame are explained.

## 1. 緒言

鋼建築構造におけるラーメン隅角部の実地設計について最も詳細に論述してあるのは，著者の知る範囲内では Bleich 著 Hochbau[2] である。それによればラーメン隅角部に対し代用の曲梁をとり[3]，断面の垂直応力度 $\sigma$ の計算に対し， Müller-Breslau の公式 $\sigma=\frac{N}{F}-\frac{M}{rF}-\frac{Mv}{Z}\cdot\frac{r}{r+v}$; $Z=r\int_{e_u}^{e_0}\frac{v^2}{r+v}df$ を用いている[4]。本論文ではこれにかわる公式として著者がこれまで曲梁の応力度公式として発表したものについて[5]設計計算に用いる公式を一括して掲げ，かつ鈑桁断面の曲梁における突縁と腹鈑との連結鋲に対する計算公式を述べる。この鋲計算に対しては従来はつきりした式が与えられていないが，それは曲梁に対する剪断応力度並びに半径方向の垂直応力度の公式が等閑視されていたために外ならない。しかるに著者が求めたそれらの応力公式[6]の応用により曲梁の突縁と腹鈑とを連結する鋲の計算式も容易に出すことができた。

ラーメン隅角部が実際，曲梁をなす場合問題はないが，曲梁と考えるには外見上縁遠く感ぜられるような実際のラーメン構造の隅角部または節点部に対してはひとまず Bleich 氏[7] に従い曲梁に対する応力度公式を実地上満足し得られるものとして適用することにするが，ラーメン隅角部の外側の突出部をどれだけ削除すれば妥当であるか，または隅角部の内側の角に丸味をつけた場合における応力度軽減の度合等についてはなお多少研究の余地がある。

曲梁が I 形断面をなす場合その応力度算出に当つては突縁鈑の撓曲の影響を考えた従来の研究になる突縁鈑の有効巾（換算巾）[8] を取るものとする。

## 2. 曲梁の設計計算に対する公式一覧

設計計算に用いられる著者の公式を一括して列挙す

---

* 徳島大学教授，工学部土木教室

1) 昭和 26 年 5 月 26 日大阪大学における土木学会第 7 回年次学術講演会にて講演（同講演概要，土木学会発行， p.3 の挿図に示すようなラーメン隅角部の数値的計算例は近く徳島大学工学部研究報告に掲載の予定）

2) 池部宗薫氏外 5 氏訳，ブライヒ氏鉄骨構造 (Bleich : Hochbau) 下巻， p. 691～724

3) 同上，第 639 図，647 図，651 図，654 図，663 図，664 図参照.

4) 同上， p. 693 (20) 式及び (21) 式

5) 著者： 曲梁の垂直応力度について，徳島大学工学部研究報告，第 3 巻第 2 号，または前掲 1)

6) 著者： 曲梁の剪断応力度並びに半径方向の垂直応力度公式（昭和 26 年 10 月広島大学における土木学会中国四国支部学術講演会にて講演）

7) 前掲 3)

8) 上掲 2)， p. 701, (Bleich, H., Die Spannungsverteilung in den Gurtungen gekrümmter Träger von T und I förmigen Querschnitt, Stahlbau 1933, p. 3). または Anderson : Flexural Stresses in Curved Beams of I- and Box-section, Applied Mechanics, Proceedings 1950, vol. 163 (The Institution of Mechanical Engineers, London).

れば次の如くなる。

a) 横断面の考える点におこる垂直応力度 $\sigma$ の公式[9)]

$$\sigma=\frac{N}{F}+\frac{My}{J}\ ;\quad J=\int y^2\frac{r_p}{r}dF=r\int y^2\frac{dF}{r}=Fer \quad\cdots\cdots(1)$$

$N$ は断面重心に作用する垂直力，$M$ は曲げモーメント，$F$は横断面積，$J$は断面 $dF$ を $\frac{r_p}{r}$ の比に変体した面 $\frac{r_p}{r}dF$ の中立軸（モーメント $M$ のみがはたらく場合）に関する2次モーメントの積分，$J$ の式において積分記号の前の $r$ は考える点の曲率中心よりの距離であつて，積分記号内に含まれる $r$ は断面の任意点の曲率中心からの距離を表わし，この両者を区別する必要ある場合に限り $\sigma$ に対応する考える点の $r$ を $r_p$ で表わすことにする。すなわち積分記号の前の $r$ を積分記号のうちに入れる時 $r_p$ として表わすことにする（しかしてこの書き方は特別のものでなく，普通このような場合になされる方法である)。$y$ は中立軸より考える点に到る距離を表わし，かつ内方（曲率中心の方向）に測つた距離を正とする。$e$ は中立軸の重心軸よりの偏心距離，$J$ 及び $F$ の計算に当り I 形断面等に対しては上述の如く突縁について突縁鈑の撓曲の影響を考えてその有効巾をとるものとする。また張力側の鋲孔断面は控除して考える。

b) 横断面の内縁及び外縁における垂直応力度 $\sigma_1$ 及び $\sigma_2$[10)]

$$\sigma_1=\frac{N}{F}+\frac{My_1}{J_1},\quad \sigma_2=\frac{N}{F}+\frac{My_2}{J_2}\quad\cdots\cdots(2)$$

ここに $J_1=r_1\int y^2\frac{dF}{r}=r_1(r_g-r_0)F=r_1eF,$

$$J_2=r_2\int y^2\frac{dF}{r}=r_2(r_g-r_0)F=r_2eF\quad\cdots\cdots(3)$$

$\sigma_1$ は内縁の垂直応力度，$\sigma_2$ は外縁の垂直応力度，$r_1$ は内縁の曲率半径，$r_2$ は外縁の曲率半径，$r_g$ は曲梁軸の曲率半径，$r_0$ は中立軸の曲率半径

c) 曲げモーメント $M$ のみはたらく場合の中立軸の曲率半径 $r_0$ の公式[11)]

$$r_0=\frac{F}{\int\frac{dF}{r}}=\frac{F}{L},\quad ここに\quad L=\int dL=\int\frac{dF}{r}\quad\cdots\cdots(4)$$

$L$ の積分は横断面 $F$ の全体について行われる。

d) 中立軸の図解法[12)]

条件式 $\int y\frac{dF}{r}=\int ydL=0$ より中立軸は $\Delta L=\frac{\Delta F}{r}$ を力とみなした場合その合力位置として定められる。すなわち断面を充分数多くの細帯面 $\Delta F$ に分割し，その各細帯面 $\Delta F$ について $\Delta L=\frac{\Delta F}{r}$ を求め，その $\Delta L$ を以て力多辺形を画き，それに対応する索多辺形の最外2辺の交点によつて中立軸の位置が定められる。

e) 断面常数 $J_1$, $J_2$ の図解公式[13)]

前式 (3) よりわかるように $J_1$ 及び $J_2$ は $\frac{\Delta F}{r}=\Delta L$ を力とみなせば，中立軸に関する2次モーメントの $r_1$ 倍または $r_2$ 倍となるから 2 次モーメントの作図をすれば容易に求められる。すなわち $\Delta L$ の力多辺形の極距を $H$，それに対応する索多辺形によつて囲まれる面積を $A_0$ とすれば

$$J_1=2r_1A_0H,\quad J_2=2r_2A_0H\quad\cdots\cdots(5)$$

また同じこの図上より $r_0$ 従つて $e$ を求めれば (3) 式，$J_1=r_1eF$, $J_2=r_2eF$ により $J_1$ または $J_2$ が求まり (5) による結果と互いに検算をなすことができる。図解法は計算では面倒な複雑な鈑桁断面に対する常数値 $J_1$ または $J_2$ を求めるに甚だ重宝である。

f) 鈑桁断面の中立軸の曲率半径 $r_0$ 及び断面常数 $J_1$ 及び $J_2$ の値[14)]

鈑桁断面を矩形断面の集成とみなせば

$$r_0=\frac{F}{\Sigma b\ln\frac{w_2}{w_1}}\quad\cdots\cdots(6)$$

$$J_1=r_1F\left(r_g-\frac{F}{\Sigma b\ln\frac{w_2}{w_1}}\right),\ J_2=r_2F\left(r_g-\frac{F}{\Sigma b\ln\frac{w_2}{w_1}}\right)\quad\cdots\cdots(7)$$

ここに $w_1$ 及び $w_2$ はそれぞれ，部分矩形面 $f=bt$（巾 $b$，高さ $t$）の内縁及び外縁の，曲率中心からの距離，$\ln$ は自然対数，$\Sigma$ は横断面 $F$ の全体についての和を表わす。

g) 曲梁の剪断応力度 $\tau$ の公式[15)]

$$\tau=\frac{Q\mathfrak{S}}{bJ_0},\ ここに\ J_0=r_0eF, \mathfrak{S}=\left(\frac{r_0}{r}\right)^2\int\eta dF=\left(\frac{r_0}{r}\right)^2\bar{F}\eta\quad\cdots\cdots(8)$$

$Q$ は半径方向にはたらく剪断力，$\mathfrak{S}$は考える点（$\tau$ に対応する）より内方に存する断面の重心軸に関する1次モーメントの $\left(\frac{r_0}{r}\right)^2$ 倍，すなわち断面 $dF$ を $\left(\frac{r_0}{r}\right)^2$ 倍した変体断面の1次モーメント，$\eta$ は重心軸より積分区域内にある任意の断面素 $dF$ に到る距離，$r_0$ は

9) 前掲 5). この公式は Timoshenko (Winkler) の式と内容において等しいが誘導の方法においてちがい，$Fer$ を一括して変体断面の2次モーメント $J$ と意味づけたところに特色がある。研究の初期においては $\sigma=\frac{N}{F}+\frac{My}{Z_0}\frac{r_1}{r}$ とした（土木学会誌，第 29 巻，第4号，昭. 18. 4.）

10), 11), 12), 13) 及び 14). 前掲 5) 参照.

15) 及び 16). 前掲 6)

中立軸の曲率半径，$e$ は中立軸の曲率半径，$F$ は全横断面，$J_0$ は前述の変体断面2次モーメント，$\bar{F}$ は考える点より内方に存する部分の断面積，$\bar{\eta}$ は断面 $\bar{F}$ の重心に到る曲梁軸からの距離，$b$ は考える点における曲梁横断面の巾を表わす。

h) 半径方向の垂直応力度 $\sigma_r$ の公式[16]

$$\sigma_r=\frac{M}{bJ_0}\mathfrak{S}+\frac{N}{bF}\mathfrak{F}-\frac{N}{bJ_0}\mathfrak{F}_S \doteqdot \frac{M}{bJ_0}\mathfrak{S} \text{ または } \sigma_r \doteqdot \frac{F_\sigma}{br} \quad \cdots\cdots(9)$$

ここに $\mathfrak{S}$ は変体断面の1次モーメント，$\mathfrak{F}$ は変体断面，$\mathfrak{F}_S$ は変体断面1次モーメント $\mathfrak{S}$ の表図の面積であつて次式で表わされる。すなわち

$$\mathfrak{S}=\frac{r_0}{r}\int_{r_1}^{r}y\frac{dF}{r},\quad \mathfrak{F}=\frac{1}{r}\int_{r_1}^{r}dF,\quad \mathfrak{F}_S=\frac{1}{r}\int_{r_1}^{r}\mathfrak{S}dr \quad \cdots\cdots(10)$$

また $F_\sigma$ はモーメントのみによる周方向の垂直応力度 $\sigma_M=\frac{My}{J}$ の表図（断面巾 $b$ を乗じた）がその基線との間にかこむ面積のうち，考える点より内縁点に到る間の面積を表わすものであつて

$$F_\sigma=\int b\sigma_M dr$$

で表わされる。しかして矩形断面においては巾 $b$ が均等であるから

$$\sigma_r=\frac{b\int\sigma_M dr}{br}=\frac{1}{r}\int\sigma_M dr$$

となる。

i) 鈑桁断面よりなる曲梁の突縁山形と腹鈑とを結ぶ鋲の計算式

鈑桁よりなる曲梁の突縁と腹との連結鋲は直梁の場合とちがつて周方向の力と共に半径方向の力を受ける。すなわち，今，一つの連結鋲が受ける全荷重を $R$ とすれば，これは半径方向において鋲にはたらく力 $R_r$ と，周方向においてはたらく力 $R_t$ との合力に等しい。すなわち

$$R=\sqrt{R_r^2+R_t^2} \quad \cdots\cdots(11)$$

しかして $d$ を鋲径，$\delta$ を腹鈑の厚さ，$\sigma_{許支}$ を鋲の許容支圧力度，$\tau_{許}$ を許容剪断応力度とすれば，鋲結が安全なるためには

$$R \leqq d\delta\sigma_{許支} \text{ または } R \leqq 2\times\frac{\pi d^2}{4}\tau_{許} \cdots\cdots(12)$$

でなければならない。

さて $s$ を鋲距，$r_p$ を考える連結鋲の鋲線の曲率半径，$\sigma_r$ を半径方向の垂直応力度とすれば，まず(9)におけるあとの式により

$$R_r=\sigma_r s\delta \doteqdot \frac{F_\sigma}{\delta\cdot r_p}s\delta=\frac{F_\sigma}{r_p}s,\quad \text{ここに } F_\sigma=\int b\sigma dr \quad \cdots\cdots(13)$$

$F_\sigma$ は $\sigma$ の分布図において考える突縁において $\sigma$ 図（$b$ 倍したる）の面積を表わす。しかして突縁における鋲の計算に関する限りにおいては安全側の近似値をうるため $\sigma_M$ の代りに $\sigma$ 全体をとるものとする。

また，次に (9) の前の方の式により，同様に安全側の計算として第3項のみを省略することにすれば

$$\left.\begin{aligned}&R_r=\sigma_r s\delta \doteqdot \frac{M}{\delta J_0}\bar{\mathfrak{S}}s\delta+\frac{N}{\delta F}\bar{\mathfrak{F}}s\delta=\frac{Ms}{J_0}\bar{\mathfrak{S}}+\frac{Ns}{F}\bar{\mathfrak{F}}\\&\text{ここに}\\&\bar{\mathfrak{S}}=\frac{r_0}{r_p}\int y\frac{dF}{r},\quad J_0=F(r_g-r_0)r_0,\quad \bar{\mathfrak{F}}=\frac{1}{r_p}\int dF=\frac{\bar{F}}{r_p}\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(14)$$

$\bar{F}$ は突縁断面積を表わし，$\bar{\mathfrak{S}}$, $\bar{\mathfrak{F}}$ の積分は考える突縁断面につき行われる。

さて鈑桁の突縁断面（突縁山形及び突縁鈑よりなる）を矩形断面の集成とみなし，その組成部分面である各矩形断面の巾を $b$，高さを $t$，その面積を $f$，かつその部分面の内縁及び外縁の曲率中心よりの距離をそれぞれ $w_1$ 及び $w_2$ とすれば，$y=(r_0-r)$，$dF=bdr$ なる故に (14) 式より

$$\bar{\mathfrak{S}}=\frac{r_0}{r_p}\Sigma\int_{w_1}^{w_2}\frac{r_0-r}{r}bdr=\frac{r_0}{r_p}\Sigma\left(br_0\ln\frac{w_2}{w_1}-bt\right) \quad \cdots\cdots(15)$$

となる。ここに $\Sigma$ は突縁についての和を表わす。

次に周方向において鋲にはたらく力 $R_t$ を考えると，内側の突縁と腹鈑との連結鋲の位置における腹の剪断応力度を $\tau$ とすれば (8) 式より

$$R_t=\tau s\delta=\frac{Q}{\delta J_0}\mathfrak{S}s\delta=\frac{Qs}{J_0}\mathfrak{S} \quad \cdots\cdots(16)$$

$$\text{ここに}\quad \mathfrak{S}=\left(\frac{r_0}{r_p}\right)^2\int\eta dF=\left(\frac{r_0}{r}\right)^2\bar{F}\bar{\eta},\quad J_0=F(r_g-r_0)r_0 \quad \cdots\cdots(17)$$

鈑桁よりなる曲梁の突縁を矩形断面の集成とみなせば (17) 式より

$$\mathfrak{S}=\left(\frac{r_0}{r_p}\right)^2\Sigma b\frac{(a'-a'')(a'+a'')}{2} \quad \cdots\cdots(18)$$

ここに $b$ は突縁の矩形部分面の巾，$a'$ 及び $a''$ はそれぞれ，部分面 $f=bt$ の内縁及び外縁の曲梁断面の重心軸からの距離を表わす。もし剪断応力度 $\tau$ に対しモーメントのみの影響を考えるものとすれば

$$R_t=\frac{Qs}{J_0}\mathfrak{S}_0\,;\quad \mathfrak{S}_0=\frac{r_g r_0}{r_p}\Sigma\left(br_0\ln\frac{w_2}{w_1}-f\right)$$

となる。(18) 式において $\Sigma$ は突縁についての和を表わす。

外側突縁に対しても同様の式が得られる。

以上は突縁と腹鈑との連結鋲に対する計算式をだしたのであるが，突縁鈑と突縁山形脚とを結ぶ鋲の計算式は既に Bleich 氏[17] が示している。

### 3. あとがき

曲梁の応力度公式を鈎，鎖，または円環，中空円筒等の計算に応用するのは普通なされていることであるが，断面ならざる構造または外見上曲梁とは縁遠く感ぜられる構造部分に曲梁の公式を適用するにはその妥当性を吟味する必要があろう。ラーメン隅角部に対し著者はひとまず Bleich 氏の提案に従い曲梁の公式を用いることにしたが，著者は従来の実験報告をしらべその精度を確かめつつある。もちろん実用上近似的には上の如き曲梁公式の応用は満足である。

曲梁の外形をしていない構造例えばT形部材の交りの角の部分の強度計算に曲梁の垂直応力度公式の応用を始めて提案したのは C. Bach 氏[18] である。このような場合曲梁の応力度公式を用いることは一見奇異に感ぜられるが，その応用に対して実験結果に基礎を置いているので実用的であり，その大胆とも思える応用の着想には実地技術者として学ぶ点がある。

次に Aue 氏[19] の研究により明らかなる如く直梁と曲梁と相接続する部材では，曲梁の部分は直梁の部分の影響をうけ，また，逆に直梁の部分は曲梁の部分の影響をうけるということは中立線，または特異線の位置の変移からよくわかる。このような影響は Rötscher 氏[20] の論文または L. Föppl 氏の実験[21] によつても明らかなる如く，ラーメン隅角部の隅角部より直梁の部分に移るときも同様のことがいえる。応力軽減する方は問題ないが曲梁の影響を受けて直梁の部分が直梁の応力度公式による値より多少でも増加することは実地設計に際し考慮を要する。また上記の Aue 氏の研究により曲梁と直梁との接続する部分において剪断応力度が断面において正負存することも注目に値する。

突縁鈑の撓曲の影響を考慮した Bleich 氏の突縁鈑に対する有効巾の研究は Kayser 及び Herzog 両氏の実験[22] により実用的に満足な結果を示しているが代用曲梁の仮定について数量的に更に精密な研究が望まれている。

鋼構造のラーメン隅角部において薄い腹鈑の挫屈や補剛の効果の如き今後の問題として重要であろう。I 桁断面の曲梁の腹鈑の挫屈についても同様である[23]。

以上，曲梁の変体断面の1次モーメントに対し$\mathfrak{S}$なる記号を用いたが活字の関係から $S'$ として表わしてもよろしい。また慣れればただ $S$ として表わしても差支えを生じないであろう。

本論文は文部省科学研究補助による研究の一部であつてここに深く感謝の意を表する。

17) 前掲 2)，ブライヒ氏，鉄骨構造，下巻，p. 700.

18) Bach und Baumann : Elastizität und Festigkeit, 9, Aufl. p. 560～563 または F. Rötscher : Die Mashienenelemente, p. 49 参照.

19) Th. Wyss : Die Kraftfelder in festen elastischen Körpern, 1926. Tafel 12, Abb. 157 a.

20) Rötscher : Die Ermittlung der Spannungsverteilung in Konstruktionsteilen durch Dehnungsmessungen. Z. d. V.D.I., Bd. 77, Nr. 14. 1933 または E. Lehr : Spannungsverteilung in Konstruktionselementen. 1934, p. 49, Abb. 100,

21) L. Föppl : Fortschritte auf dem Gebiet der Spannungsoptischen Untersuchung von Konstruktionen. Z. d. V.D.I. Bd. 76, Nr. 21. 1932.

22) Kayser und Herzog : Versuche zur Klärung des Spannungsverlaufes in Rahmenecken. Der Stahlbau. Jahrgang 12, Heft 2. 20. Jan. 1939. s. 9～15.

28) 前掲 8) Anderson の paper にはうすい腹鈑の挫屈に対しては実験式 $\widehat{rr} \not> \text{Yield stress}/1+\frac{1}{2500}\left(\frac{d}{t}\right)^2$ を掲げている。式中 $d$ は腹の depth，$t$ は腹の thickness.

（昭. 27.2.27.）

## 福田副会長欧米通信（第1報）

8 月 27 日 受

羽田からは日本人9名のみ，途中から3名の外人が乗りましたが空いていて楽です。沖縄，Banqkok, Rangon, Karachi を経て今 Arabia 海上を横断，間もなく Sahara 沙漠にかかります。着陸すると暑いですが機上は快適です。江藤，仁杉両氏も元気です。食事も美味で食べ切れない位。この葉書はカイロで出します

### 第2報　　8 月 21 日 受

本日（8月15日）ジュネーブにて Swiss Air 機に乗換え Zürich に安着しました。明日，ETH に IABSE の本部を訪問致します。Zürich は 25 年前と余り変化はありませんが郊外にはアパート式集合住宅が多数できております。橋巾の拡大，地下連絡道の構築等の工事も盛んです。Zürich の飛行場は本建築の工事中です。18 日に Düsseldorf に向います。（Zürich にて）