UDC 526.914.1

トランシットの外焦式望遠鏡における水平叉線の調整について

正員　森　吉　満　助*

ON THE ADJUSTMENT OF HORIZONTAL HAIR IN GURLEY TYPE TELESCOPE

(JSCE July 1952)

Mansuke Moriyoshi, C.E. Member

Synopsis In order to determine the eccentric amount e_2 from horizontal axis to the straight line on which the optical centre of objective moves in focusing and a similar amount e from the straight line on which the optical centre of objective moves to the horizontal hair, the writer used the following equations; $\pm\Delta=\pm 2K_1e\pm 2K_2e_2$ or $\pm\varphi=\pm 2K_3e\pm 2K_4e_2$, and by measuring the value of Δ or φ he obtained the value e_2 and e by means of the least squares.

要旨　水平軸から，対物鏡の光心が動く直線迄の偏心量 e_2 と，対物鏡の光心の動く直線より，横叉線迄の偏倚量 e とを求めるため，筆者は $\pm\Delta=\pm 2K_1e\pm 2K_2e_2$ 又は $\pm\varphi=\pm 2K_3e\pm 2K_4e_2$ 式を用いて，Δ 又は φ を測定し，これより最小自乗法によつて e, e_2 の値を知ることが出来た。

1. まえがき

gurley 型 transit を用い，竪角を測定する際に，望遠鏡は理論的には，次の3条件を満足するを要する。

(a)　対物鏡光心の動きは，直線であり

(b)　視準線は (a) の直線と一致し

(c)　(a) の直線は，水平軸をも通過すべきである。

この中 (c) は，製作会社に於て，対物鏡筒を調整することにより，満足されているものと思い勝ちであるが，事実は完全でない。もつとも竪角測定の限度により，許さるべき最大値はある筈である。

なおまた器械を永年使用するか，或いは損傷等のため，製作当時のままではないだろうし，調整において，この量を無視することは出来ないと思う。

次に (a) であるが，製作上完全に満足されていないことは，メーカーも認める所であるが，これが満足されないと，後述の理論は成立しない。

然し乍ら，九大の田中博士の論文[1]では，光心の動きが直線であると仮定されているので，筆者もそのように考えることにする。

従つて横叉線の調整に当つては，(b)(c) 2つの条件を満足するように考究すべきで，もつとも水平軸よりレンズ光心の動く直線迄の偏心量，及びレンズ光心の動く直線から水平叉線迄の偏倚量の大いさについては，竪角測定の精度とつり合えば良いのだから，完全に消去する必要のないのは勿論で，その許容値については改めて論ずる事にしてここでは省略する。

さて在来の論文については，田中博士が上掲論文中で詳述され，各個々に対する批判をされているので省略するが，同論文での博士の方法は，簡明なものであるに対し，筆者の述べんとする方法は，現場で簡単に行い得ないが，根源的な偏心量を算出しうるものである。

2. 理　論

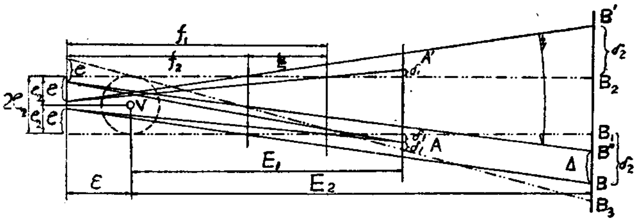
今図―1 において，器械中心より $E_1(\cong 3\,\mathrm{m})$ の距離の点を近点，同様に $E_2(\cong 50\,\mathrm{m})$ に遠点をとり，近点には縫針を水平に固定し，遠点には 5mm 分画函尺を垂直に立てるとする。V は水平軸，e は対物鏡光心を結ぶ直線（これは厳密には対物鏡の副軸であり，必ずしも光軸 (principal axis) ではないが，多少の不一致のときは，これによつて支障は起らないから，以後はこれを光軸と考えて行く事にする）よりの叉線の偏倚量，又 e_2 は光軸が水平軸からの偏心量であるとする。

望遠鏡正位のときに，光軸が水平軸の下方にあるときを考えよう。

叉線が光軸上にないために，照準距離が異なれば，レンズを移動するたびごとに，叉線と光心とを結ぶ線，いわゆる視準線の方向が変化して来るので，近点

* 徳島大学助教授，工学部土木教室

図—1　正位のとき光軸は水平軸の下方で叉線は光軸の上方にあり $e>\frac{e_2}{2}$ のとき



視準の際，光軸より視準線の偏倚量を δ_1，同様に遠点でのそれを δ_2 とする。鎖線が光軸を示すものとすれば，望遠鏡を反位にし，しかも光軸が正位のときと平行なる場合を仮定して，遠点での函尺のよみは，それぞれ B 及び B′ であるが，実際は B はよんでも B′ はよめないで，近点での A′ が A に一致するよう，望遠鏡を水平軸の廻りに時計方向に向けると，遠点では B′ が B″ 迄動き，この時の函尺のよみ B″ は観測される。

さてこの際の水平軸の周りでの廻転量は，近点で考えると，$2\delta_1+2e_2$ であるから，遠点での廻転量 B′B″ は，

$$\mathrm{B'B''}=(2\delta_1+2e_2)E_2/E_1$$

と考え，従つて $\mathrm{BB''}=\varDelta$ とすると，$\varDelta=\mathrm{B''B}=\mathrm{B_1B}-\mathrm{B_1B''}$ 又 $\mathrm{B_1B''}=\mathrm{B'B''}-\mathrm{B'B_1}$

$$\therefore\quad \varDelta=\delta_2-(2\delta_1+2e_2)E_2\frac{1}{E_1}+\delta_2+2e_2$$

書きかえて

$$\varDelta=2\delta_2-2\delta_1E_2\frac{1}{E_1}+2e_2-2e_2E_2\frac{1}{E_1}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

さて相似の関係より，

$$e/\delta_1=f_1/(E_1+\varepsilon-f_1)$$

$$\therefore\ e=\delta_1f_1/(E_1+\varepsilon-f_1)\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{a})$$

同様に　$e=\delta_2f_2/(E_2+\varepsilon-f_2)\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{b})$

(a)(b) 両式より

$$\delta_1=\delta_2f_2(E_1+\varepsilon-f_1)/f_1(E_2+\varepsilon-f_2)\ \cdots\cdots\cdots(2)$$

(2) 式を (1) 式に代入し，δ_2 について解くと，

$$\delta_2=\left[\varDelta-2e_2\left(1-\frac{E_2}{E_1}\right)\right]\div 2\left[1-\frac{f_2}{f_1}\frac{(E_1+\varepsilon-f_1)}{(E_2+\varepsilon-f_2)}\frac{E_2}{E_1}\right]\ \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

(3) 式で　$e_2=0$, $E_1+\varepsilon-f_1\doteqdot E_1$, $E_2+\varepsilon-f_2\doteqdot E_2$ とすれば，

$$\delta_2=\varDelta/2\left(1-\frac{f_2}{f_1}\right)=f_1\varDelta/2(f_1-f_2)=f_1\varDelta/2\xi$$

即ち，光軸が水平軸を通る時は，これを用いて良い。実験によると，$e_2\neq0$ のときでも 1〜2 回行えば，$\varDelta$ は 0 になつた。この理由は後に明らかになるであろう。この際，遠点が 50 m 程度ならば，$f_1\doteqdot f$ として $\delta_2=\frac{f\varDelta}{2\xi}$ でも良い。なお ξ は近遠両点視準のときの，レンズの移動量を示している。

次にレンズの公式

$$\frac{1}{f_i}+\frac{1}{E_i-f_i+\varepsilon}=\frac{1}{f}$$

(図—1 参照) より

$$\frac{1}{f_1}+\frac{1}{E_1-f_1+\varepsilon}=\frac{1}{f_2}+\frac{1}{E_2-f_2+\varepsilon}$$

これより

$$f_2(E_1-f_1+\varepsilon)/f_1(E_2-f_2+\varepsilon)=(E_1-f_1+\varepsilon-f_2)/(E_2-f_2+\varepsilon-f_1)$$

この関係を (3) 式に代入すると，

$$\delta_2=\left[\varDelta-2e_2\left(1-\frac{E_2}{E_1}\right)\right]\Big/\frac{2(E_2-E_1)(f_1+f_2-\varepsilon)}{E_1[E_2-(f_1+f_2-\varepsilon)]}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

又 $c=f+c'$　$c'\doteqdot f-\varepsilon$ とすれば，$c\doteqdot 2f-\varepsilon$，ここで c はスタヂア加定数である（対物鏡の移動によつて照準するときは，厳密には c は一定でないが，その変化量は僅少で，次の (5)，(6) 式は近似的に認められるであろう）。従つて (4) 式は

$$\delta_2\doteqdot\left[\varDelta-2e_2\left(1-\frac{E_2}{E_1}\right)\right]\div\frac{2(E_2-E_1)(f_1+f_2-2f+c)}{E_1[E_2-(f_1+f_2-2f+c)]}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

(5) 式において，$e_2=0$, $f_1+f_2-2f\doteqdot0$, 又 E_2 に対して $f_1+f_2-2f+c\doteqdot0$ とすれば

$$\delta_2\doteqdot\frac{E_1E_2}{c(E_2-E_1)}\frac{\varDelta}{2}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

となつて，関信雄博士の式[2]に一致する。

普通 $\varDelta$ は mm 迄測定するから，e_2 が δ_2 に影響しない限度は (4) 式より，$2e_2\left(\frac{E_2}{E_1}-1\right)<0.5\,\mathrm{mm}$ ならば良く，今 $E_1=3\,\mathrm{m}$, $E_2=50\,\mathrm{m}$ とすると，$e_2<0.016\,\mathrm{mm}$ 即ち $16\,\mu$ 以下ならば，e_2 を無視して良い。又 (4) 式より δ_2 を求めたとき，この δ_2 だけ調整すれば，視準線は光軸には一致するが，一般の場合は，未だ水平軸を通らない（勿論 e_2 が求められたと仮定しての事である）。

さて (1) 式中 δ_1, δ_2 の値を (a)，(b) 両式によつて入れかえると，

$$\varDelta=2e\left(\frac{E_2+\varepsilon-f_2}{f_2}-\frac{E_1+\varepsilon-f_1}{f_1}\frac{E_2}{E_1}\right)+2e_2\left(1-\frac{E_2}{E_1}\right)\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

$$\therefore\quad \varDelta=2K_1e-2K_2e_2$$

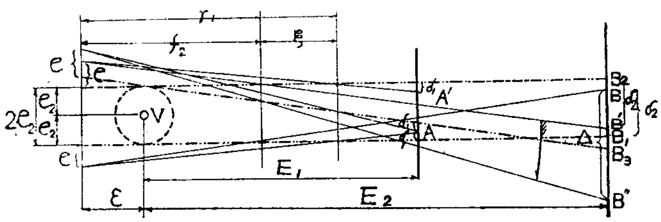
ただし

$$\left.\begin{aligned}K_1&=\left(\frac{E_2+\varepsilon-f_2}{f_2}-\frac{E_1+\varepsilon-f_1}{f_1}\frac{E_2}{E_1}\right)\\K_2&=\left(\frac{E_2}{E_1}-1\right)\end{aligned}\right\}\cdots(8)$$

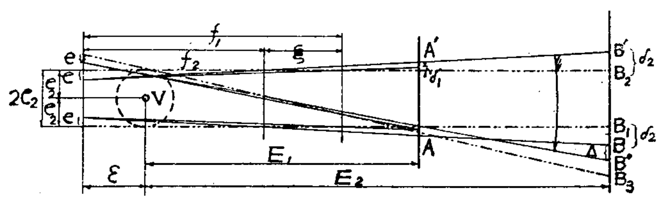
(8) 式両辺各項の符号によつて，次の 4 種別に区別することが明らかとなつた (表—1 参照)。

なお図—1 と共に次の図—2，図—3は，光軸が水平軸の下方にあるときの，すべての場合を示し，図—2 が表—1 の種別 B に，図—1，図—3 が同 D に相当する。同様な場合が，光軸が水平軸の上方にあるときに考えられ，種別 A，C となる。表—1 に於て，Δ の符号は，反位でのよみが正位のそれより大きいときを (+) とするから，反対ならば (−) となる。又光軸叉線共に，望遠鏡正位のときの位置を示す。

図—2　正位のとき光軸は水平軸の下方で叉線は光軸の下方のとき



図—3　正位のとき光軸は水平軸の下方で叉線は光軸の上方で　$e<\frac{e_2}{2}$　のとき

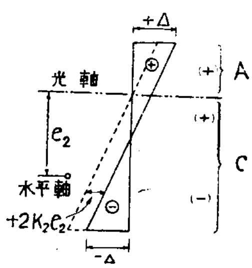


表—1

種別	光軸の位置（水平軸に対し）	叉線の位置（光軸に対し）	(8) 式 の 変 化
A	上	上	$(+)\Delta=2K_1e+2K_2e_2$
B	下	下	$(-)\Delta=-2K_1e-2K_2e_2$
C	上	下	$(\pm)\Delta=-2K_1e+2K_2e_2$
D	下	上	$(\mp)\Delta=2K_1e-2K_2e_2$

表—1 から，一般的に次の事が明らかである。即ち水平軸に対して光軸が上又は下ならば，e_2 の項の符号は (+) 又は (−) であり，光軸に対して叉線が上又は下ならば，e の項の符号は (+) 又は (−) である。今仮に光軸が水平軸の上部にあるときを考えると，表—1 A，C に相当する。ここで $e_2=$ constant とすると，光軸に対する叉線の位置に従つて，Δ の値は図—4

図—4



のように直線的に変化する。なお $\Delta=0$ の点は光軸，水平軸間のほぼ中央である。勿論 $e_2=0$ のときは，$\Delta=0$ の点は光軸に一致する。従つて普通 $\Delta=0$ の点は，このような箇所であつて，光軸上にはない。

しかも e_2 の値が相当量であるときは，近遠両点への2視準線は，$\Delta=0$ であつても一致せず，大体，$\frac{K_2}{K_1}e_2\left(\frac{1}{E_1}-\frac{1}{E_2}\right)$ だけの角度 (弧度) で方向が異なるわけである。

なお (4) 式に，表—1 中該当するもので Δ と e_2 の項を e の項で表わしたものを代入すると，δ_2 の意味がなお明瞭になる筈である。

さて (8) 式に於て，K_1，K_2 は計算出来るから，未知数は e と e_2 の2個になる。しかもその中，e_2 に関しては，相当期間中は常数と考えて良いと思われるから，一度 e_2 が定まると何時でも e は求めることが出来る。何となれば，Δ，e_2 共に既知となるからである。

ここで E_1 や E_2 の値を種々変化させて，e と e_2 とに関する数個の観測式を求めこれより未知量を決定するために，最小自乗法によつてみたが，Δ の桁数の少ないせいか，良い結果が得られなかつた。もしこれが成功すれば e，e_2 の値は現場で容易に求め得て甚だ都合が良いわけである。

そこでやはり e，e_2 に関する方程式ではあるが，コリメーターを用いる方法を思いついた。即ち E_1 なる近点を望遠鏡正，反両位で視準したそのおのおのの状態において，無限遠の視準線の交角 φ を求める方法である。

さて無限遠に於ける，正，反両視準線の交角を求めるには，まづ正位のときの視準線を近点に一致せしめ，そのままの状態でただ対物鏡を後退させて無限遠視準線とし，その時のコリメーター視準線と平行ならしめておく。次に反位で同様に行い，その時の無限遠視準線が，正位のときのコリメーター視準線に一致すれば，両無限遠視準線は平行即ち無限遠で交わるし，喰い違えば，その量が測定出来ると，両無限遠視準線の交角は，コリメーターの対物鏡焦点距離で叉線の喰い違い量を除したもの (弧度) となる。そしてこの角度を φ とすると，光軸が水平軸の上方にあり，叉線が光軸の上又は下にあるに従つて，次の式が成立する。

叉線が光軸の上方にあるとき (図—5)，無限遠視準線が望遠鏡正，反両位置において平行なとき (即ちコリメーターでは両叉線が完全に一致したとき)，両位

置での光軸の挾む角を α とすれば

$$\alpha=2\times\frac{e}{f} \qquad f\text{: 試験器械の焦点距離}$$

従つて両光軸を平行ならしめるには，α だけ望遠鏡を廻転する必要がある。即ち図—5 では反位で対物鏡を上方に廻さねばならぬ。次に光軸平行の状態から，正，反両近点視準線を一致させるためには，前と同様に視準線を下又は上に廻転すると，

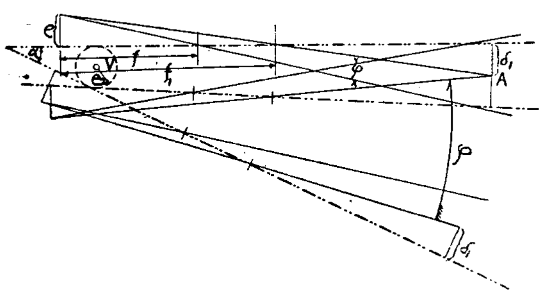
$$(+)\varphi=\frac{2e}{f}-\frac{(2\delta_1-2e_2)}{E_1}$$

同様に光軸の下方に叉線があれば ……………(9)

$$(\pm)\varphi=\frac{2\delta_1+2e_2}{E_1}-\frac{2e}{f}$$

ただし φ の符号は，望遠鏡正位でのコリメーターの読みより，反位での読みが上にあるときを (+)，その逆を (−) とする。

図—5



(9) 式を書き直すと

$$(+)\varphi=2e\left(\frac{1}{f}-\frac{1}{f_1}-\frac{\varepsilon}{E_1 f_1}+\frac{1}{E_1}\right)+\frac{2e_2}{E_1} \quad \begin{pmatrix}\text{光軸: 上}\\ \text{叉線: 上}\end{pmatrix}$$

$$(\pm)\varphi=-2e\left(\frac{1}{f}-\frac{1}{f_1}-\frac{\varepsilon}{E_1 f_1}+\frac{1}{E_1}\right)+\frac{2e_2}{E_1} \quad \begin{pmatrix}\text{光軸: 上}\\ \text{叉線: 下}\end{pmatrix} \quad \cdots(10)$$

(10) 式を表—1 と同様にあらゆる場合の式としては

$$(+)\varphi=+2K_3e+2K_4e_2 \cdots\cdots\cdots\cdots \mathrm{A}$$
$$(\pm)\varphi=-2K_3e+2K_4e_2 \cdots\cdots\cdots\cdots \mathrm{C}$$
$$(-)\varphi=-2K_3e-2K_4e_2 \cdots\cdots\cdots\cdots \mathrm{B}$$
$$(\mp)\varphi=+2K_3e-2K_4e_2 \cdots\cdots\cdots\cdots \mathrm{D}$$

$$\text{ただし}\quad K_3=\left(\frac{1}{f}-\frac{1}{f_1}-\frac{\varepsilon}{E_1 f_1}+\frac{1}{E_1}\right),\quad K_4=\frac{1}{E_1}$$

………………………………………………………(11)

表—1 と (11) 式に於て，左辺の有効桁数から云うと，(11) 式の方が良いようである。しかしこれとても 3 桁の有効数字を得るためには，コリメーターの焦点距離は 2m 近くを要する。何故ならば，叉線の太さが約 5μ であるため，コリメーターの刻線最小目盛は，せいぜい 10μ 止りであるからである（コリメーターの刻線をマイクロメーター式にしても同様である）。この際コリメーターでの最小測定角は約 1″ となる。実験の結果からも，この位の最小角が測定出来ぬとよい結果の出ないことは，後述する。

さて測定の方法を述べる。まず水平叉線を随分上方に挙げて（正像では勿論下方に移動している様に見える）近点の位置を種々変化して観測した φ と K_3, K_4 をそれぞれ計算して (11) 式 4 個中光軸，叉線位置を適当に仮定して得た 1 つの式例えば $\varphi=2K_3e+2K_4e_2$ に入れて，数個の観測式を得る。これより最小自乗法により，e, e_2 を求めればよい。この際求めた e, e_2 の符号が異なれば，仮定の式を得られた符号の式に変更すれば良い。

前述の如く e_2 の値はそう簡単に変化するものでないと思われるから，一度 e, e_2 共に求められると，その後は e_2 を既知と考え表—1 より

$$\varDelta=\pm 2K_1e\pm e \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$

として未知数は 1 箇になり現場でも容易に求められるわけである。

3. 実　験

以上の理論を確かめる目的で，次のような不満足な実験を行つた（図—6，写真—1 参照）。

f=147 mm のトランシットを試験器械とし，叉線を相当上方に挙げておく。コリメーターは f=187 mm の古いトランシットを用い，叉線環には硝子製の顕微鏡対物用マイクロメーターで，最小目盛 10μ 長さ 1 mm を取付け E_1=3.0 m……(1)，2.5 m……(2)，2.0 m……(3)，1.5 m……(4)（何れも図—6，写真—1 参照）のおのおのに対する φ を，この近点より器械を少しく水平廻転してコリメーターに向け測定し，表—2 の結果を得た。

表—2

図対照番号	E_1(mm)	φ	表—1（仮定）
(1)	3 000	+0.00067	$0.00067=0.00118e+0.00066e_2$
(2)	2 500	+0.00084	$0.00084=0.00144e+0.00080e_2$
(3)	2 000	+0.00123	$0.00123=0.00180e+0.00100e_2$
(4)	1 500	+0.00146	$0.00146=0.00246e+0.00132e_2$

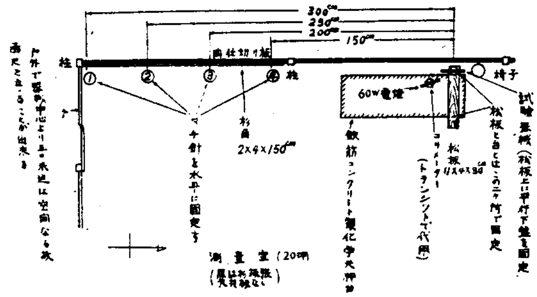
この観測式を計算の便利のため，

$$67=118e+66e_2;\quad 84=144e+80e_2;$$
$$123=180e+100e_2;\quad 146=246e+132e_2$$

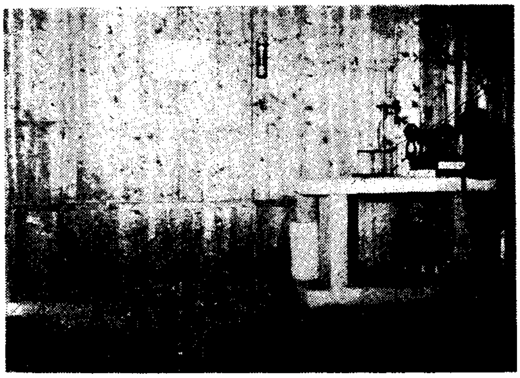
と直し $\varphi_i=2K_ie+2K_{i+1}e_2$ なる一般式より解いて求めた

$$e=\frac{1}{2}\cdot\frac{[K_{i+1}^2][K_i\varphi_i]-[K_{i+1}\varphi_i][K_{i+1}K_i]}{[K_i^2][K_{i+1}^2]-[K_{i+1}K_i][K_{i+1}K_i]}$$

図—6 実験装置略平面図



写真—1



$$e_2=\frac{1}{2}\cdot\frac{[K_i^2][K_{i+1}\varphi_i]-[K_i\varphi_i][K_{i+1}K_i]}{[K_i^2][K_{i+1}^2]-[K_{i+1}K_i][K_{i+1}K_i]}$$

ただし［ ］は総和を示す

に入れて計算すると，

$e=-0.204$ mm　　$e_2=1.49$ mm

今 $E_1=3\,000$ mm, $E_2=40\,000$ mm で実測した $\varDelta$ は，$\varDelta=+24$ mm 従つて右辺は $-44.4\times0.204+24.7\times1.49\doteqdot27$ mm であるから $27-24=3$ mm の誤差のある事になる。

さて次に水平叉線より約 0.7 mm 上方にある視距線を用いて同様の方法で観測し，計算の結果次の値を得た。

$e=+0.365$ mm　　$e_2=1.66$ mm

即ちこの場合は，叉線は光軸より上方にあるため，符号が（＋）になつたもので，観測式を $\varphi_i=+2K_ie+2K_{i+1}e_2$ とおいて満足された。この両結果を比較してみると表—3 のようになる。e_2 の誤差は 10% 位，叉 $0.204+0.365\doteqdot0.57$ mm が 0.70mm に等しくなければならぬが，この誤差は少々大きい。

表—3

	e_2	e
水平叉線	1.49mm	−0.204mm
上部視距線	1.66	+0.365

しかし前に述べたように，現在筆者使用のコリメーターでは，この程度で致し方ないと思われる。

焦点距離 2 000 mm 位のコリメーターを用い，叉 φ 測定のために水平廻転もせずに測定し得るならば，相当満足な結果が得られるものと確信する。

以上のような方法で垂直叉線の調整も行い得る筈だと考え，目下研究中である。

終りに本研究に対して，種々有効適切な助言をしばしば頂いた，日本光学技術部　森本良雄氏に深く御礼を申上げる。

参考文献

1) 九州帝大工学部彙報 第8巻3号 p.p. 107～108
2) 関 信雄著；測量学 昭. 25, p.p. 89～90

（昭.27. 1.21）

新刊紹介

岡田信次著 **鉄道工学** 森北出版 K.K. 刊
A.5判 199頁 定価 350 円 昭.26.11.20 発行

本書は交通機関の定義より始まり，6ヶ章の内に線路，停車場，運転，信号，保安，保線，建設，改良等鉄道土木技術のあらゆる分野に亘り説明が加えられている。200 頁足らずの本書内にこれだけの内容を盛るのはかなりの難事には違いないが，著者自身が緒言で述べているように，専門の有無に拘らず読者に鉄道技術の大要を会得させることを使命とするからには，敢えてその困難に取り組んで，簡単平易に説くことに成功した。鉄道技術者としての豊富な職歴と，多方面に亘る執筆歴がそれをなさしめたのだろう。即ち，鉄道工学を始めて学ぼうとする者，または専門外技術者でその大要を自ら理解しようとする者などの好伴侶たることを疑わない。難を探すならば，信号，保線等の最近の進歩，或いは著者の本領たる鉄道防災等に殆んど筆が触れていない事だが，これも本書の使命と，制限された紙数のためであつてやむをえないだろう。

（東大助教授　八十島義之助）