

# 鋼道路橋鉄筋コンクリート片持版の剪断力に対する荷重分布有効巾に関する研究

准 員 米 沢 博\*

## ON THE EFFECTIVE WIDTH FOR SHEARING FORCE OF REINFORCED CONCRETE CANTILEVER SLAB OF STEEL HIGHWAY BRIDGE, OVER WHICH A WHEEL LOAD IS DISTRIBUTED

(JSCE May 1952)

Hiroshi Yonezawa, C.E. Assoc. Member.

**Synopsis** In this paper the effective width of the reinforced concrete cantilever slab for shearing force is described. The author has calculated the shearing force at support by the theory of bending of the thin plate and compared this result with the provision of the specification of Japanese Highway Steel Bridges, and it was made clear that the provision contains some irrational points in itself and formula of the specification is irrational. The author suggests that the new formula (4), (5) or Table 3, 4 or Fig. 7.8 and 9 must be used instead of the present provision.

**要旨** わが国の鋼道路橋設計示方書(1939)に規定されている、鉄筋コンクリート片持版の剪断力に関する荷重分布有効巾の公式を、理論的に検討して、その欠点を指摘するとともに、新しい合理的な公式を提案したものである。

### 1. ま え が き

わが国の鋼道路橋設計示方書(1939)以下示方書と略称する一には、鉄筋コンクリート1方向片持版の剪断力に対する荷重分布有効巾の規定がある。これによると、剪断力に対する荷重分布有効巾以下有効巾と略称する一を算出する公式として、曲げモーメントに対する有効巾と全く同一の式を与え、なお輪荷重の位置によつて、それに变化を与えるように規定している。著者は寡聞にして、これら公式の誘導の根拠を知らないため、この公式が適当であるかどうか知らない。またこの公式自身にも直観的に不合理な点が含まれていることを知り得たので、ここに種々の荷重状態における片持版の固定辺の剪断力を求め、これより有効巾を算出し、示方書の規定との比較を試みたわけである。その結果比較的合理的と思われる公式を誘導し得たので、数表、図表とともに発表して大方諸賢の御批判を仰ぎたい。

### 2. 現行示方書の規定

わが国現行の示方書では、有効巾を次のように規定している。

主鉄筋と車輛進行方向とが直角な場合(図-1)

$$e = 1.4l' + a \leq 200 + a \leq l_1 \quad \dots\dots\dots(1)$$

両者が平行な場合(図-2)

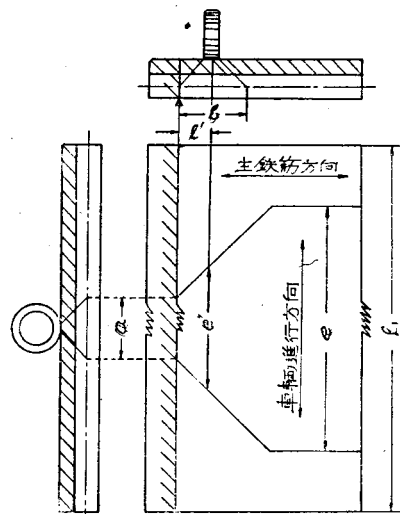
$$e = 1.4l' + b \leq 200 + b \leq l_1 \quad \dots\dots\dots(2)$$

ただし輪荷重が支承部に近接している場合には、図-1あるいは図-2のように $e'$ を有効巾として用いる。

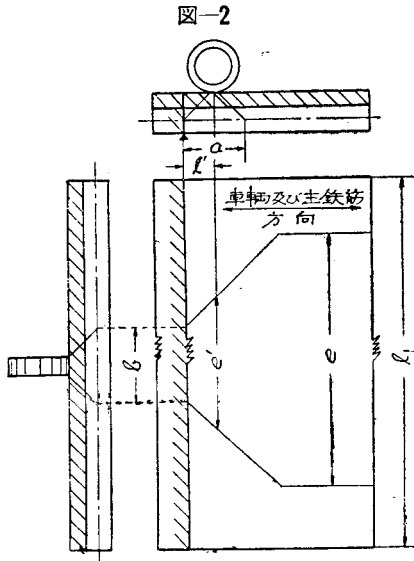
式(1), (2)は曲げモーメントに対するものと同一であり、このことは単純版でも同様である。単純版の剪断力に関する有効巾の研究よりして、片持版に対しても、曲げモーメントに関する有効巾と同一公式を剪断力に関して採用してよいかどうか、大いに疑問の余地がある。

また輪荷重が支承部に近接する場合には、有効巾は $e$ では大きすぎるので、図-1, 2のようにして $e'$ を

図-1



\* 山口大学講師，工学部土木工学教室

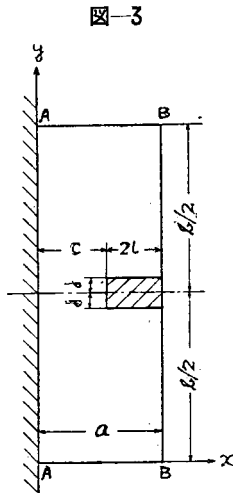


規定している。しかるに図-1, 2のごとき設計上最も問題となる場合について考えると、 $e' = 2l' + a$  (or  $b$ ) となつて、 $e = 1.4l' + a$  (or  $b$ ) より大きくなり、 $e'$  本来の目的に反するという不合理な結果となる。なお  $l'$  は輪荷重の位置により変化するから、図-1, 2のごとく  $e'$  が  $45^\circ$  で拡がり、ある位置から  $e$  という一定値をとることはありえないわけである。

このように不合理と思われることが示方書に規定されて今日に至っているのは、片持版の剪断力が実際上あまり問題とならなかつたとは云え、少し疑問の余地があろう。ただしここでは  $e = 1.4l' + a$  (or  $b$ ) なる式の適否のみを論ずることとする。

3. 片持版の剪断力の基本計算式及び計算結果

片持版の固定辺における反力を便宜上剪断力と称することとする。厳密な意味での片持版に、部分的に等分布荷重の作用した場合は、おそらく現在のところ簡単には解けないであろう。従つて図-3のような矩形板で、辺 AA 固定、辺 BB 自由、2辺 AB 辺単純支持とし、辺 AB を辺 AA, BB に比較して非常に短かく、かつ荷重は単純支持辺から離れたところに作用する場合を考えて、片持版に代用させることにする。



いま相対する 2 辺が単純支持の矩形板の撓角法公式

を適用して<sup>2)</sup>

$$M_{AB,m} = \frac{N\beta_m}{c_m^2 - s_m^2} \{c_m \cdot \theta_{A,m} + s_m \cdot \theta_{B,m} - \beta_m (i_m \cdot \delta_{B,m} - j_m \cdot \delta_{A,m})\} + C_{AB,m}$$

$$M_{BA,m} = \frac{N\beta_m}{c_m^2 - s_m^2} \{s_m \cdot \theta_{A,m} + c_m \cdot \theta_{B,m} - \beta_m (j_m \cdot \delta_{B,m} - i_m \cdot \delta_{A,m})\} + C_{BA,m}$$

$$V_{AB,m} = \frac{N\beta_m^2}{c_m^2 - s_m^2} \{j_m \cdot \theta_{A,m} + i_m \cdot \theta_{B,m} - \beta_m (g_m \cdot \delta_{B,m} - h_m \cdot \delta_{A,m})\} + D_{AB,m}$$

$$V_{BA,m} = -\frac{N\beta_m^2}{c_m^2 - s_m^2} \{i_m \cdot \theta_{A,m} + j_m \cdot \theta_{B,m} - \beta_m (h_m \cdot \delta_{B,m} - g_m \cdot \delta_{A,m})\} + D_{BA,m}$$

ただし、 $N$  は板剛度、 $\beta_m = m\pi/b$ 、 $c_m \sim j_m$  は  $\alpha_m = m\pi a/b$  の函数であつて、すでに表として与えられている。

さて上に考えたような矩形板の境界条件は、

$$\theta_{A,m} = 0, \delta_{A,m} = 0, M_{BA,m} = 0, V_{BA,m} = 0$$

である。これらの境界条件を用いて、第 2 及び 4 式より  $\theta_{B,m}$  及び  $\delta_{B,m}$  を求め、これを第 3 式に代入して

$$V_{AB,m} = D_{AB,m} + D_{BA,m} \frac{c_m g_m - i_m j_m}{j_m^2 - c_m h_m} + \frac{m\pi}{b} C_{BA,m} \frac{g_m j_m - h_m i_m}{j_m^2 - c_m h_m} \dots \dots (3)$$

を得る。すなわち  $D_{AB,m}$ 、 $D_{BA,m}$  及び  $C_{BA,m}$  等の荷重項を用いて、所要の  $V_{AB,m}$  を求めることができる。

さて計算に当つては、 $a/b = 1/5$  とし、荷重は板の中央部のみに部分的に作用する矩形の等分布荷重(その最大の辺長を短辺の長さまでとする)を考慮することとした。これらは片持版の曲げモーメントを計算した前著におけると同様である<sup>3)</sup>。荷重項の計算に当つては、単純版の場合と同様 N. M. Newmark の論文の表<sup>4)</sup>を用いた。

以上のようにして、図-3 (ただし  $a/b = 1/5$ ) の荷重状態にある片持版の固定辺の中点の剪断力を、 $e/a$ 、 $2i/a = \alpha$ 、 $2j/a = \beta$  の種々の値に対して計算し、これらを適当に差引して、図-4のごとき荷重状態の矩形板の固定辺中点の剪断力  $V$  が

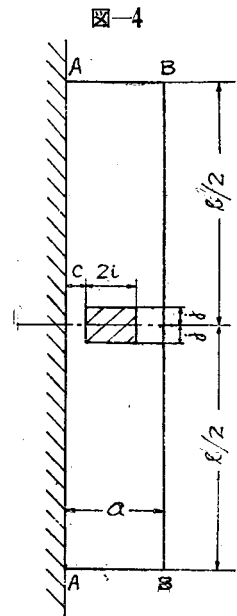
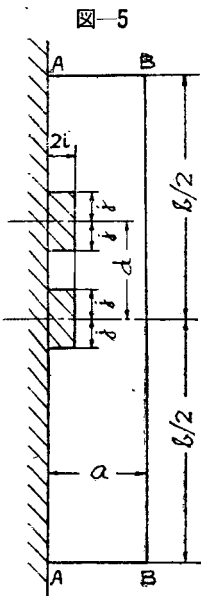


表-1 図-4の荷重状態、ただし(c/a=0)における V・a/P の値

$\alpha \backslash \beta$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.1	10.733	7.652	6.201	5.249	4.571	4.074	3.691	3.387	3.139	2.935
0.2	5.857	4.950	4.420	3.887	3.472	3.155	2.907	2.697	2.522	2.379
0.3	4.134	3.756	3.408	3.094	2.824	2.609	2.428	2.278	2.152	2.044
0.4	3.177	2.957	2.795	2.588	2.401	2.247	2.113	1.999	1.901	1.817
0.5	2.582	2.454	2.339	2.212	2.084	1.973	1.873	1.785	1.709	1.642
0.6	2.167	2.076	1.999	1.924	1.834	1.754	1.679	1.611	1.552	1.498
0.7	1.866	1.793	1.751	1.698	1.633	1.576	1.520	1.469	1.420	1.378
0.8	1.639	1.582	1.554	1.519	1.473	1.430	1.382	1.347	1.310	1.276
0.9	1.461	1.419	1.401	1.376	1.341	1.310	1.277	1.245	1.216	1.189
1.0	1.319	1.283	1.269	1.253	1.221	1.191	1.168	1.145	1.123	1.102

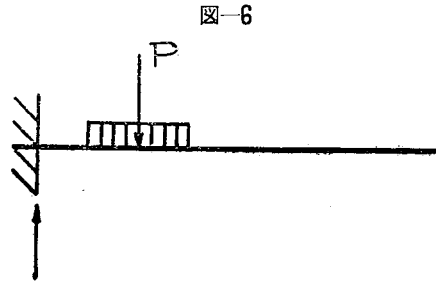


求められる。c/a=0の場合、 $\alpha, \beta$ の種々の値に対して V・a/P の値を表示すれば、表-1 のとおりである。ただし P は全荷重で、 $P=4ijq$  である。

次に同様にして、図-5 のような載荷状態にある矩形板の V・a/P を、d/a,  $2i/a=\beta, 2j/a=\alpha$  の種々の値に対して求めた結果を、表-2 に示してある。

4. 片持版の剪断力に関する荷重分布有効巾

片持版の剪断力を各荷重状態について、板の理論によつて理論的に求めることは困難であるから、荷重分布有効巾 e なる考え方をういて、片持梁の公式によ



つて、片持版としての剪断力を計算しようとするのである。図-6 において、 $V=P/e$  とすれば、直ちに V が求められるわけである。さきに求めた V・a/P より逆に e の値を求め、これを示方書の規定による e の値と比較した結果について、以下若干述べよう。

a. 主鉄筋が車輪進行方向と直角な場合 この場合固定辺中点の剪断力が最大となるのは、車輪が支承部に近接したときである。片持版のスパン如何では、1 m あるいは 1.75 m 離れて他の車輪がのることも一応は考えられるが、こんなことは実際上まずあり得な

表-2 図-5の荷重状態における V・a/P の値

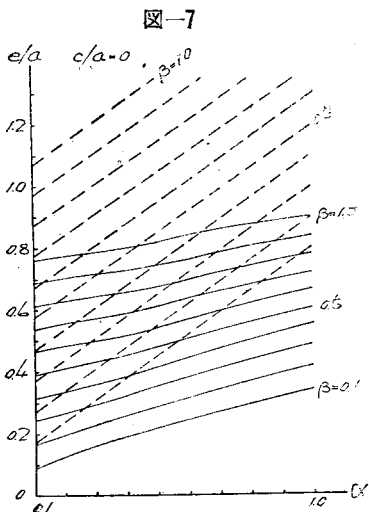
d/a	$\alpha \backslash \beta$	0.1	0.2	0.3	0.4
0.4	0.1	10.784	5.908	4.185	3.228
	0.2	7.754	5.055	3.843	3.047
	0.3	6.345	4.573	3.560	2.945

d/a	$\alpha \backslash \beta$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
0.6	0.1	10.759	5.876	4.155	3.206	2.618	2.213
	0.2	7.671	4.966	3.773	2.987	2.498	2.165
	0.3	6.230	4.454	3.443	2.836	2.391	2.105
	0.4	5.309	3.947	3.156	2.651	2.293	2.004
	0.5	4.660	3.560	2.890	2.496	2.195	1.948
	0.6	4.189	3.272	2.730	2.371	2.110	1.901

d/a	$\alpha \backslash \beta$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
0.8	0.1	10.746	5.870	4.142	3.193	2.610	2.203	1.915	1.699
	0.2	7.665	4.963	3.766	2.972	2.476	2.130	1.826	1.621
	0.3	6.217	4.440	3.425	2.815	2.364	2.027	1.871	1.595
	0.4	5.275	3.915	3.122	2.617	2.245	1.957	1.732	1.567
	0.5	4.609	3.513	2.865	2.442	2.125	1.878	1.683	1.537
	0.6	4.123	3.207	2.662	2.299	2.027	1.813	1.642	1.514
	0.7	3.755	2.967	2.496	2.181	1.944	1.738	1.600	1.485
	0.8	3.464	2.772	2.357	2.082	1.872	1.702	1.565	1.458



いと思われるので、車輪が支承部に近接する場合について考えよう。

表-1 の  $c/a=0$  の場合の  $V \cdot a/P$  の値より、 $e/a$  の値を計算すると、表-3 及び図-7 のようになる。ただし  $\alpha=2i/a$ ,  $\beta=2j/a$  であり、図-1 の記号を用いると、 $\alpha=b/l$ ,  $\beta=a/l$  である。図の点線は示方書の値 ( $e=1.4l'+a$ ) を示す。 $e'$  の値はこの点線よりさらに上にくる。一般に示方書の値の方がすべて大きくなり特に  $\alpha$ ,  $\beta$  の大きくなるに従つてその傾向が著るしい。すなわち設計計算上からは、示方書に従えば危険側となる。

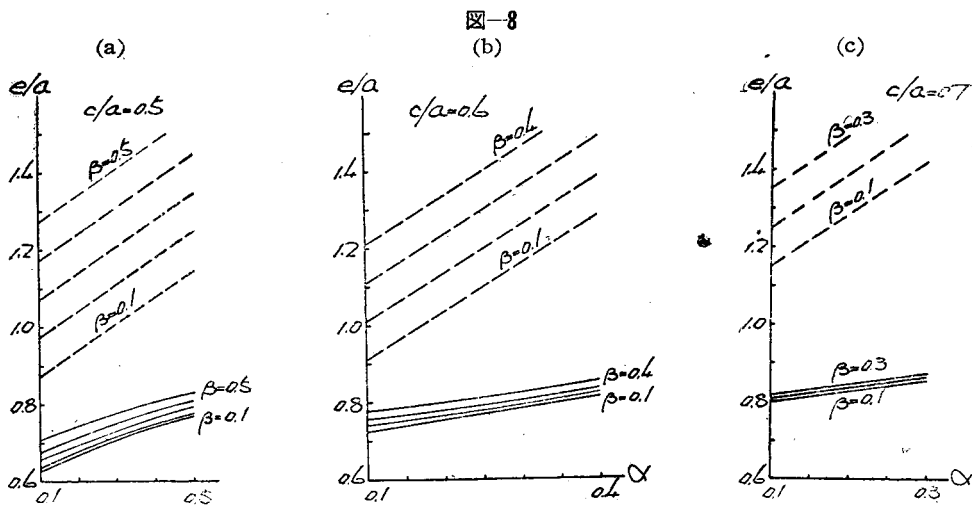
計算結果に近い値を与える公式を誘導すれば、図-1 の記号に対して

$$e=0.6l'+a \text{ (示方書では } e=1.4l'+a) \dots (4)$$

のごときものとなる。

表-3 図-4 の荷重状態、(ただし  $c/a=0$ ) における  $e/a$  の値

$\alpha \backslash \beta$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.1	0.093	0.130	0.161	0.191	0.219	0.246	0.271	0.295	0.319	0.341
0.2	0.170	0.202	0.226	0.258	0.288	0.317	0.345	0.371	0.397	0.420
0.3	0.242	0.266	0.294	0.324	0.354	0.383	0.412	0.439	0.465	0.489
0.4	0.315	0.338	0.358	0.386	0.416	0.446	0.474	0.500	0.526	0.551
0.5	0.387	0.408	0.427	0.452	0.480	0.507	0.534	0.560	0.585	0.609
0.6	0.462	0.481	0.500	0.520	0.545	0.570	0.595	0.621	0.644	0.668
0.7	0.536	0.558	0.571	0.589	0.612	0.635	0.658	0.682	0.705	0.726
0.8	0.609	0.632	0.643	0.658	0.679	0.699	0.723	0.743	0.763	0.784
0.9	0.684	0.705	0.714	0.727	0.746	0.763	0.783	0.803	0.822	0.841
1.0	0.758	0.779	0.788	0.798	0.819	0.840	0.856	0.873	0.891	0.907



なお車輪が支承部から離れた場合については、剪断力について床版設計上からは必要ないわけであるが、計算した結果を参考までに述べると、図-8 に示すようになり、示方書の  $e$  の値は理論値よりいずれも大きくなる。すなわち危険側にくる。

b. 主鉄筋と車輪進行方向とが平行な場合 この場合は図-5 のごとく  $d=1\text{m}$  離れて輪荷重 2 個載り、

これらより 1.75m 離れてさらに 2 輪のるといふ具合に載荷されるが、後者の影響は小さいと考えて省略し前者のみ考慮することは、いままでの計算と同様である。この場合も支承部に近接する車輪についてのみ考え、例えば前輪が支承部から相当離れて載るような大スパンの片持版は、まずないものとして考えないこととした。表-2 の値より、 $e/a$  を  $d/a=0.4(a=2.5\text{m})$ 、

表-4 図-5 の荷重状態における  $e/a$  の値

$d/a$	$\alpha \backslash \beta$	0.1	0.2	0.3	0.4
0.4	0.1	0.093	0.169	0.239	0.310
	0.2	0.129	0.198	0.260	0.328
	0.3	0.158	0.219	0.281	0.340
	0.4	0.184	0.245	0.303	0.355

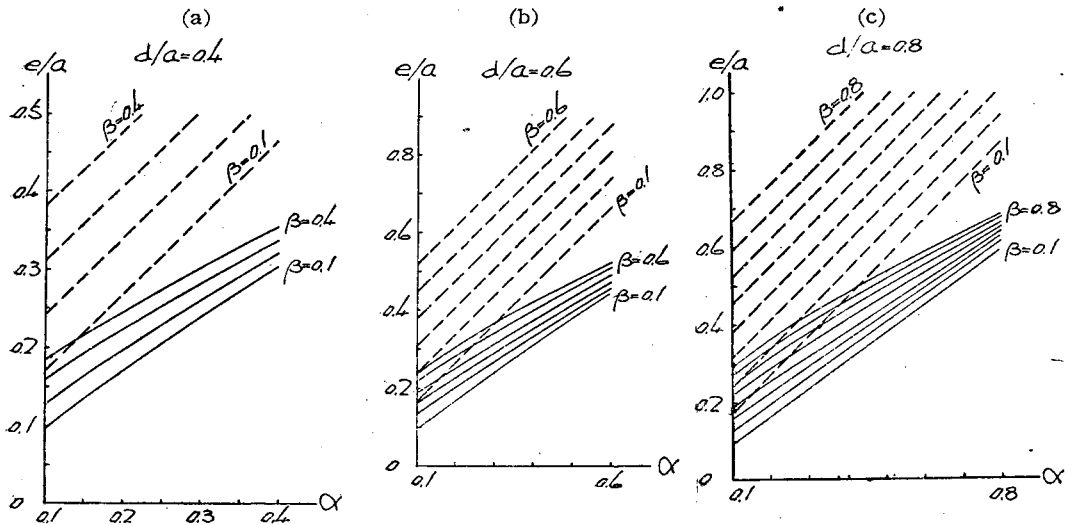
  

$d/a$	$\alpha \backslash \beta$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
0.6	0.1	0.093	0.170	0.241	0.312	0.382	0.452
	0.2	0.130	0.201	0.265	0.335	0.400	0.462
	0.3	0.161	0.225	0.290	0.353	0.413	0.475
	0.4	0.188	0.253	0.317	0.377	0.436	0.499
	0.5	0.215	0.281	0.346	0.401	0.456	0.513
	0.6	0.239	0.306	0.366	0.422	0.474	0.526

$d/a$	$\alpha \backslash \beta$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
0.8	0.1	0.093	0.170	0.241	0.313	0.383	0.454	0.522	0.589
	0.2	0.130	0.201	0.266	0.336	0.404	0.476	0.548	0.617
	0.3	0.161	0.225	0.292	0.355	0.423	0.493	0.561	0.627
	0.4	0.190	0.255	0.320	0.382	0.445	0.511	0.577	0.638
	0.5	0.217	0.285	0.349	0.410	0.471	0.532	0.584	0.651
	0.6	0.243	0.312	0.376	0.435	0.493	0.552	0.609	0.661
	0.7	0.266	0.337	0.401	0.459	0.514	0.575	0.625	0.673
	0.8	0.289	0.361	0.424	0.480	0.534	0.588	0.639	0.686

図-9



$d/a=0.6(a=1.67\text{ m})$ ,  $d/a=0.8(a=1.25\text{ m})$  について求めると、表-4 および図-9 のようになる。図において  $\alpha=2j/a$ ,  $\beta=2i/a$  (図-2 の符号を用いると  $\alpha=b/l$ ,  $\beta=a/l$ ) であり、点線は示方書の値を示す。この場合も  $e'$  は点線より上にきて、 $e'$  の規定は全く無意味であることがわかる。

a) と同様に、示方書の値は  $\alpha, \beta$  が大きくなるに従って計算値より著るしく大きくなり、全体として危険側にある。また  $\beta$  の変化に対し、 $e$  が計算結果より大きな変化を示している。

計算値に近い値を与える公式を試みに誘導すると、

$$e=0.4l'+0.7b \text{ (示方書では } e=1.4l'+b) \dots (5)$$

のようなものが得られる。

5. むすび

以上の研究は弾性薄板の曲げ理論にもとづく板の撓角法公式を巧みに変形して片持版の剪断力を計算し、この結果を利用して有効巾を求め、これを現行示方書の規定と比較し、種々検討を行ったものである。その結果、車輛進行方向が主鉄筋に直角な場合も、平行な場合もともに、示方書の  $e$  値は大きすぎる。すなわち床版設計上危険側にくるという結論が得られたのである。

すなわち、剪断力に対する  $e$  を与える公式として、曲げモーメントに対すると同一公式を使用するのは、不適当であつて、もし公式を使用するものとする、式 (4), (5) のようなものが適当であると思う。

米国の示方書では剪断力に対する  $e$  は規定されていないが、曲げモーメントに対する  $e$  の規定をみると<sup>6)</sup>、主鉄筋が車輛の進行方向に直角な場合と平行な場合とでは、全く別の式を使つており、後者の場合が小さい値を与えるようになってゐる。これは当然のことであり、日本の剪断力に関する規定も同様であるべきはずであつて、この点日本の示方書は矛盾しており、著者の式が合理的であると思う。

剪断力を計算するのに有効中の公式を使用しないとすれば、表-1, 3 によればよい。

なお示方書に規定されている  $e'$  なる規定は片持版では不必要なものであり、また示方書の  $e$  および  $e'$

を説明した図は誤りであることに気付いたことを附記しておきたい。

本研究は京大教授小西博士の御示唆にもとずき、成岡助教授の御指導の下に行つたものである。ここに附記して謝意を表したい。

#### 参考文献

- 1) 道路協会 (現在の日本道路技術協会) 発行の示方書解説中にも説明されていない。
- 2) 成岡: 土木学会論文集第 4 号 (昭 24) p.1
- 3) 成岡, 米沢: 土木学会誌第 36 巻第 11 号 (昭. 26) p.492.
- 4) N.M. Newmark: A Distribution Procedure for the Analysis of Slabs Continuous over Flexible Beams. : University of Illinois Bulletin. No. 304 (1938)
- 5) 成岡, 米沢: 土木学会誌第 36 巻第 10~11 号及び第 37 巻第 1 号 (昭.26~27)
- 6) 小西: 土木学会誌第 35 巻第 10.11 号 (昭.25) (昭. 27.1.16)

UDC 624.072.233

## 弾性支承上にある有限長梁が集中荷重を受ける 場合の解法とその機械的計算法の提案

正 員 柴 田 元 良\*

### A PROPOSAL OF MECHANICAL CALCULATION METHOD, AS A SOLUTION OF THE BEAM ON AN ELASTIC FOUNDATION UNDER CONCENTRATED LOADS

(JSCE May 1952)

Motoyoshi Shibata, C.E. Member

**Synopsis** In this paper, the author proposed one solution of the beam on elastic foundation under a single concentrated load acting at any section on the beam. He induced the solution by means of modifying the actual beam length with the auxiliary length added to one end of the beam, and considering the acting load at the center of the beam with modified length. And based on the solution, he made some tables of various factors necessary for mathematical calculations of the beam, and made clear that calculations are easily and mechanically done with helps of these mathematical tables.

**要旨** 本文は弾性支承上にある有限長梁の任意の断面に、単一集中荷重が働く場合、梁の一端に補助長を附加して梁の長さを修正し、荷重が修正長梁の中央に働くと考えて得られる解法を誘導し、且つ本解法を利用して数値計算を行うに必要な諸元の数値表を作製しこれらを利用して容易にしかも機械的に数値計算を行うことが出来る方法を提案したものである。

#### 1. 概説

地盤上につくられる帯状基礎が集中荷重を受ける場合の応力計算は、弾性支承上にある有限長梁の問題と

して取扱われるのが合理的である。この問題の理論的な解法は微分方程式に出發して解析され、多くの業績が発表されている。然しこれらの理論解法に基いて直接数値計算を行うには相当複雑な作業を伴うのが一般である<sup>1)</sup>。実用数値計算を簡易化する一方法として、Hans Bleich 博士<sup>2)</sup>は、無限長梁に単一集中荷重が働く場合の影響線を利用して誘導される計算法を提案したが、その計算の過程には 4 元 1 次の連立方程式を解かねばならない。その外、岡本教授<sup>3)</sup>の有限長梁の両端に支持点を考えた方法や、三沢氏<sup>4)</sup>の連立方程式を機械的に解く計算法等がある。

\* 国鉄名古屋鉄道管理局施設長