

砂濾過における損失水頭および 圧力水頭の計算について

准 員 合 田 健*

ON THE CALCULATIONS OF LOSS OF HEAD AND PRESSURE HEAD IN SAND FILTRATION

(JSCE March 1952)

Takeshi Goda, C. E. Assoc. Member

Synopsis This paper describes a calculation carried out by the author based on the results of his former paper "A Fundamental Study on the Hydraulics of Sand Filtration". In any case of slow and rapid sand filtrations, the pressure head h_s is reduced as follows, considering the phenomenon as almost steady:

$$h_s = h_0 + z - \frac{\mu v_0}{\rho g} \int_0^z \frac{dz}{k},$$

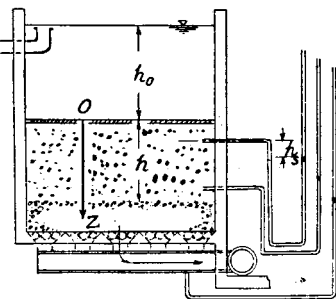
where h_0 : the water depth above the sand surface (cm), z : the depth measured downwards from the sand surface (cm), μ : the coefficient of viscosity (g/cm·sec)
 v_0 : the filtering speed (cm/sec), k : the coefficient of permeability (cm²).

Discussing the functional relation between k , in the above formula, and the effective porosity λ , the author carried out some calculation about the loss of head and the pressure head in sand layer, and several hydraulic properties of sand filtration were made clear effectively.

1. 概 説

さきに¹⁾砂濾過の水理に関連して浸透流の運動を巨視的な立場で論じたが、その応用として閉塞による砂層の圧力、損失水頭を計算するため、理論を少し簡略化する。主に急速濾過を対象とするが、任意時刻の水流は近似的に定常と考え、巨視的な運動方程式中粘性の項 $\nu \nabla^2 \mathbf{V}_s$ (ν は動粘性係数、 \mathbf{V}_s は巨視的な速度ベクトル) は他の項に比し小さいとして無視し、連続方程式とともに次の2式を得る。図-1の如く原点は砂面に、 z 軸は鉛直下向きにとり、有効空隙量 λ および滲透に関する係数 k を z のみの函数として考える。

図-1 急速濾過池の圧力水頭



註: この図に示す h_s は真の圧力水頭を示している。正の圧力水頭ならガラス管内水面が線より上に来る。

$$g\lambda - \frac{\lambda}{\rho} \frac{dp}{dz} - \frac{\nu\lambda}{k} v_s = 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{dv_s}{dz} = 0 \dots\dots\dots(2)$$

v_s はいわゆる濾過速度であるから、(2) 式は流量一定の関係を示す。従つて

$$v_s = \text{const} = v_0$$

単位面積 $\times v_s$ = 単位時間当り濾床単位面積流量
この関係を (1) 式に入れると p (圧力) が求まる。

$$\frac{dp}{dz} = \rho g - \frac{\mu v_0}{k},$$

$$\therefore p = \rho g z - \mu v_0 \int_0^z \frac{dz}{k} + c \dots\dots\dots(3)$$

μ は静止粘性係数、 c は常数であるが、 $z=0$ で $p=p_0$ とすれば

$$\frac{p}{\rho g} = \frac{p_0}{\rho g} + z - \frac{\mu v_0}{g} \int_0^z \frac{dz}{k} \dots\dots\dots(4)$$

即ち砂層中任意点の圧力水頭は、その点から上の砂層により失う水頭に支配される。この場合 $p_0/\rho g$ は大気圧を考慮に入れないなら、濾過池の砂上水深に等しい。これを h_0 とすると圧力水頭 h_s は

$$h_s = h_0 + z - \frac{\mu v_0}{g} \int_0^z \frac{dz}{k} \dots\dots\dots(4')$$

で示され、第3項の損失水頭は急速濾過で特に重要な意味を持つこととなり、従つてこの積分中の係数 k を詳細に研究する必要がある。

2. 滲透係数と有効空隙量の関係

(4) 式の k は、いわゆる滲透係数 k' (cm/sec) と

* 京大講義部、工学部土木工学教室

$k = k' \nu / g$ なる関係にあるが、 k' の代表的な値は物部博士²⁾ 等により紹介され実計算に用いられている。本問題では砂粒の外に膠状被膜、汚泥等を含む層の透水現象と考えているから、同様に扱うには疑問があり、微少な作用力を考慮する必要があることを鶴見博士³⁾ が指摘された。これは現象全体を理解する上に必要なことではあるが、定説として信すべきものは容易に得がたい。そこで今極めて簡明卒直に考えて、充填層の流水に対する抵抗は粒子間の有効空隙と粒子形状および配列状態によるとの考えを基にし、濾過膜とその近傍は組織が緻密であるから、この様な充填層の1種で有効空隙量の非常に少ない層であると仮定することはある程度許されてよいのではないか。尤もかかる試みは単に水理計算上の一便法で、抑留の機構とか水質の問題に関連する場合には許されないものである。K. Terzaghi⁴⁾ の研究から示唆されるのは、成長した濾過膜の組織は恐らく蜂窩構造であり、実空隙は多いが有効空隙が少なく、圧力変化に対し非常に不安定なものであるであろうということである。

さて上の様な仮定に立てば、この見地から土壌粒子の透水性を論じた J. Kozeny^{5) 6)} の研究に基き、砂層の損失水頭を、有効空隙—滲透係数—砂層各部損失水頭—積算損失水頭 なる一貫の線によつて計算できる。

1933年 Kozeny⁶⁾ は半理論的に k' を次の如く与えた。

$$k' = \frac{\rho g}{c \mu} \frac{\lambda^3}{(1-p)^2 \Delta^2} \text{ (cm/sec)} \dots \dots \dots (5)$$

但し λ : 単位容積中有効空隙量, p : 同実空隙量, c : 常数, $\Delta = 6/d_w$, d_w : 球換算の粒子平均直径, p と λ の関係は 20°C で $\lambda = 1.262p - 0.262$ としている。今径 $0.25 \sim 0.50\text{mm}$ の砂粒に対し, Kozeny の与えた表から $d_w = 0.031\text{cm}$ を得る。この範囲の粒径組成で閉塞が起る前の砂層を基準とし, その有効空隙量を約40%とするなら, (5) が代表的な実測値に合う様にその空隙項 $\lambda^3/(1-p)^2$ の係数をきめるとはほぼ 0.47 となる。次に k と k' の関係から $\nu = 0.01\text{cm}^2/\text{sec}$, $g = 980\text{cm/sec}^2$ として本計算の (4) 式第3項の $1/k$ を求めると, $k' = 0.47\lambda^3/(1-p)^2$ および λ と p の上の関係から

$$\frac{1}{k} = 1.355 \times 10^5 \frac{(1-\lambda)^2}{\lambda^3} \dots \dots \dots (6)$$

が得られる。残された問題は砂層中における λ の変化であるが、この様な取扱いは勿論損失水頭増加の原因が結局空隙の減少、即ち閉塞によると考えている訳で当然の事であるが実際は濾過膜も含めて砂層内の空隙

変化を考慮に入れた損失水頭計算が試みられていない。Fair-Hatch⁷⁾ の方法も (5) 式を出発点としているが、砂粒のみを対象としている。浸透係数が小さいと、大きな損失水頭を生ずるが、これには空隙量のみならず、粘性および砂粒径、粒度が関係している。この点については目下実験を行つているが、空隙減少の及ぼす影響ほど支配的なものではないと思われる。従つて本文では一応これらの影響を論外として、有効空隙量の砂層内における変化と損失水頭との関係のみを追求してみる。

岩崎博士⁸⁾ は砂層中に阻止される微粒子の数 I の深さ方向の変化を表わすのに

$$\partial I / \partial z = -KI \quad (K: \text{阻止確率の微係数})$$

を提唱し、濾層中の抑留物が深さの方向に指数函数的に減少することを示して、実験的に K と粒径の関係を求めておられるが、緩速濾過では近藤博士⁹⁾ の実測調査等により、かかる傾向が認められる。一方急速では洗滌の影響等で必ずしもそうでない場合があるが、一般に濾過膜より下の汚染度は緩速の場合に比し相当高いようである¹⁰⁾。しかし中層以下に含まれる汚泥量

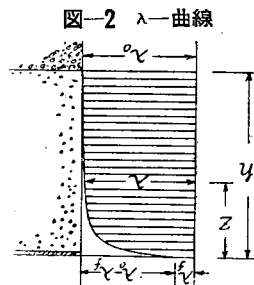


図-2 λ-曲線

は概して少なく、空隙減少にそう大きい影響は与えぬであろうから、概括的に上の関係は成立し、砂層中の汚泥、生物の多少がそのまま有効空隙の多少に關係すると考えれば、 λ は次の様な函数で表

わせる。

$$\lambda = \lambda_0 (1 - \sigma e^{-\beta z}) \dots \dots \dots (7)$$

但し $\sigma = \frac{\lambda_0 - \lambda_f}{\lambda_0}$, $0 \leq \sigma \leq 1$, β : 常数, λ_0 : 砂層底

部単位容積中有効空隙量, λ_f : 濾過膜部同。

σ は濾過開始とともに増加し次第に1に近づく。又濾速により汚染状態も異なるから、 β は濾速に逆比例し、その変動範囲は急、緩速濾過を通じて5.0~50位のものであろう。砂層底における有効空隙量は、汚染の影響を余りうけないから、40%前後と見てよく、計算では $\lambda_0 = 0.40$ としている。

3. 損失、圧力水頭および負圧

砂利、濾床版等による損失は濾速が一定であれば変動しないと見てよい。従つて損失水頭の変動は砂層のみの場合を考えてはほぼ満足な結果が得られる。そこで砂層厚を100cmまでとり、(4)式各水頭の値を(6)、(7)により算出した。濾速 v 、閉塞率 σ の関係を主に

検討すると、下記諸項をあげることができる。

(1) 砂層を等しい厚さ (Δh) の小層に区分し、これら各々による損失水頭を砂層単位厚当りで示すと、砂面から n 番目の小層については

$$-\frac{v_{10}}{g\Delta h} \int_{(n-1)\Delta h}^{n\Delta h} \frac{ds}{k}$$

で示される。図-3 は $\Delta h=5\text{cm}$ 、濾速 $v_0=6\text{m/day}$ の場合につきこの値を图示したもので、 σ が增大すると特に損失が濾過膜部に集中することを示す。

(2) 図-4 (a)~(d) は圧力水頭 h_s が閉塞とともに変動する状況を示し、(a)~(c) は急速、(d) は緩速の例である。 h_s を実測するのは図-1 の如くすればよい。ここでは図-4 より次のことが云える。

図-3

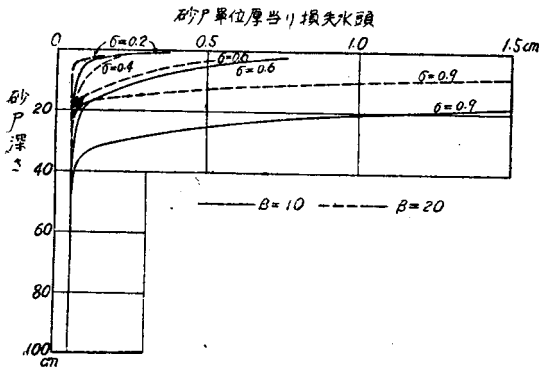
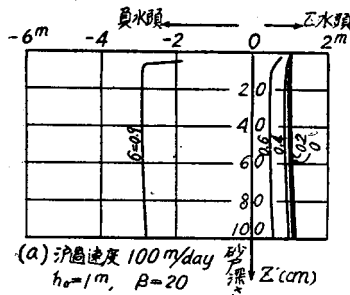
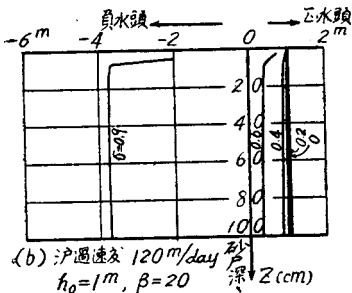


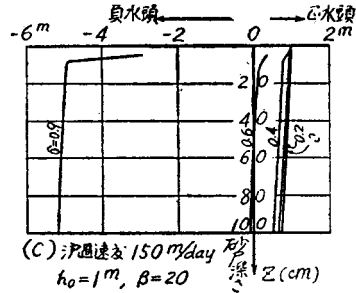
図-4 (a)



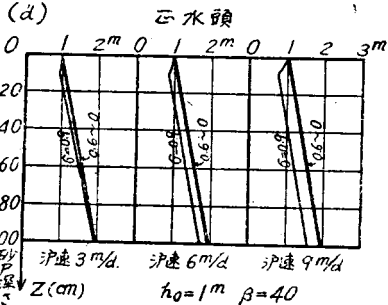
(b)



(c)



(d)



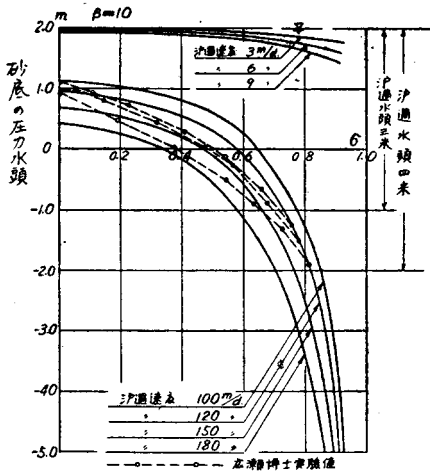
- (i) 急速の場合、 $\sigma > 0.60$ に対し砂層内に負水頭註-1を生ずることがある。
- (ii) ほぼ $v_0=120\text{m/day}$ を境として、これより大きい濾速に対しては h_s は砂面下で大きく、砂底に向いほぼ直線的に減少する [図-3 (c)]。反対により小さい濾速では逆に下方に行くに従い大という結果になる [図-3 (a), (d)]。

広瀬博士¹¹⁾は負圧の生成とそれによる濾水の水質に関し、砂層のみにつき興味ある実験を行われた。砂底部の金網付近でよく気泡が生ずる点が疑問とされているが、濾速が大きいと砂層下部の負圧が大きいという (ii) の結果がその説明に役立つのではなからうか。なおこれに関し C.N.Miller¹²⁾ が Bernoulli の定理から砂層による水頭の損失を簡単に説明し、抵抗水頭曲線を求める実験的方法を述べているが、抵抗水頭そのものの本質には触れていない。

(3) 濾過水頭、即ち砂底の圧力水頭と σ の関係は図-5 に示される (代表的に $\beta = 10$ の場合のみを示す)。合理的な濾過持続時間を定めるのが困難なため、現在急速濾過池の操作は専ら濾過水頭に頼り、1つの標準として砂面下の負水頭 2~3m が許容限度と云われている。図中実線は閉塞率一濾過水頭曲線であるが経過時間一濾過水頭曲線も定性的にはほぼ同様なもの

註-1 負の圧力水頭を意味する。

図-5 濾過水泡と危険域



と考えてよい。今かりに時間の経過と σ が正比例すると考えるなら、この曲線を実験値と直接比較することができる。即ち図の破線は前述広瀬博士の実験値中、濾速 120m/day のものにつき、最終の濾過水頭実験値をこの該当濾過速度の曲線上に移しとり、測定時間間隔と σ を比例的に対応させて中間の実測値をプロットしたものである。理論曲線に比しやや平たい感じであるが、その喰違いの理由として

- i) 砂層の深さによりそれぞれ空隙減少状況が異なる、即ち層内部への濁質侵入速度が変る。
- ii) 未濾水の質により β は異なり、 β が減少すれば理論曲線は平たくなることから、該実験における β はより小さい値(<10)であろう。

等が考えられる。なお実験砂層は厚さ 50cm なるに對し、計算は便宜上 100cm としていることも考慮せねばならない。

以上は理論計算結果に対する一般的な考察であるが J.A.W.A.¹³⁾ に紹介された Boucher¹⁴⁾ の説によると、任意時刻における抵抗水頭 h_r は、それまでに濾過した水量 V との間に

$$\frac{dh_r}{dV} = nh_r, \quad n: \text{常数, ft-unit}$$

なる関係があり、初期抵抗水頭を h_{0r} とすると

$$I = \frac{l}{V} \log_e \left(\frac{h_r}{h_{0r}} \right)$$

が得られ、この I が濾過効率指数 (Filtrability Index) であるという。これは時間の経過とともに損失水頭の増加が急激になることを示し、図-5 の傾向と同じく、指数 I が曲線の傾きを支配するから本理論の β 等と深い関係をもつ。

4. 結 語

浸透係数(k)、有効空隙量(λ)が濾過膜でいかなる意味をもつかは、水理計算で直面する極めて厄介な問題であつて、ここにはその方法のアウトラインに触れたに過ぎないが、閉塞と損失の関係は重要な問題であつて、実用計算までに尙多くの実験的、理論的研究を必要とする。この点につき現在協力研究を継続中である。

本研究は昭和 25 年度文部省科学研究費による「砂濾過浄水の基本的研究」の成果の一部であり、終始御指導を賜わつている京大教授石原、岩井両博士に深謝の意を表する次第である。

引用文献

- 1) 合田 健; 砂濾過の水理に関する基礎的研究, 土木学会誌掲載予定
- 2) 物部長穂; 水理学, 昭和 8 年, 462~466 頁
- 3) 鶴見一之; 緩速濾過法の理論について, 水道協会誌 183 号, 6 頁, 昭.25.1
- 4) K.Terzaghi; Erdbaumechanik, 石井靖丸訳
- 5) J.Kozeny; Über Grundwasserbewegung, Wasserk. u. Wasserw., 1927, Seit 67, 86, 104, 140.
- 6) J.Kozeny; Das Grundgesetz der Bewegung des Bodenwassers, Bodendurchlässigkeit; Wasserk. u. Wasserw., 1933, Seit 42.
- 7) G.M.Fair, L.P.Hatch; Fundamental Factors Governing the Streamline Flow of Water through Sand, Journal of Amer. Water Works Assoc., 1933, Vol.25, p.1551. L.P.Hatch; Flow through Granular Media, Journal of Appl. Mechanics, 1940, Vol.7, No.3.
- 8) 岩崎富久; 濾過阻止率の計算, 土木学会誌, 昭和 13 年, 8, 9 号
- 9) 近藤正義; 各地上水道における濾層上並びに濾層内泥状物の生物組成, 水道協会誌, 69号, 12 頁, 昭和 14 年, その他
- 10) 川北四郎; 急速濾過池における砂層汚染に就て水道協会誌, 182 号, 18 頁, 昭和 25 年
- 11) 広瀬孝六郎; 急速砂濾過法における負水頭の許容限度について(1), 水道協会誌, 110 号, 9 頁, 昭和 17 年
- 12) C.N.Miller; On the Flow of Water through Rapid Sand Filters, Water Purification (by Ellms), App. A.
- 13) J.M. Sanchis, J.C. Merrel JR.; Studies on Diatomaceous Earth Filtration, Journal of Amer. Water Works Assoc., 1951, Vol.43. No. 7.
- 14) P.L.Boucher; A New Measure of Filtrability of Fluids with Application to Water Engineering, Journal of Inst. Civil Engrs. (Br.), 27 : 415 (Feb. 1947).

(昭.26.11.15)