

写真-5 完成 区 間



4. 結 言

圧気工法は我国では国有鉄道丹那隧道水抜坑の一部

と関門隧道門司側取付隧道の一部に採用され、何れも国有鉄道の直轄工事として施工し成功している。この隧道工事は農林省当局並びに諸先輩各位の御指導御援助の下に、株式会社熊谷組が請負い、最小限度の設備にて目下成功裡に掘進を続けている。従来圧気工法は我国では所謂喰わず嫌いの傾向があつたが、圧縮空気圧力 18 #/sq 迄は潜函病の発生も殆んどなく坑内勤務時間も 8 時間となつているから大いに諸隧道工事に採用すべきである。

特に著者は将来圧気工法が地下鉄、下水隧道、炭坑、鉱山その他隧道工事に大いに利用されん事を祈るものである。

(昭.26.10.12)

UDC 624.131.433  
532.51

自由境界を有する非定常滲透流について

内 田 茂 男\*

ON THE NON-STEADY PERCOLATION WITH A FREE BOUNDARY

(JSCE Feb. 1952)

Shigeo Uchida

**Synopsis** Non-steady motion of ground water through the dike of rectangular cross-section is investigated. The form of free boundary calculated by graphical method is represented as the following formulae,

$$y_f/H = 1 - (3\alpha/8)^{3/4} \{ (x_f/H) / (\kappa t/H^2) \}^{3/2},$$

which gives the velocity of free boundary of 4/3 times the case of one dimensional motion. Some experiments are made by new methods, which exclude the effects of capillarity by using the lead-shot and heigh viscous liquids, and the results show good agreements with calculations. The experiments on trapezoidal cross-section are also reported.

**要 旨** 自由表面が時間と共に進行する滲透流は、熱伝導等とは異なつた非定常運動に属し、自由表面の条件が複雑なために従来殆んど解析されなかつた問題である。所が流れが到る所水平に近い矩形断面の堤防では、ある仮定の許される範囲内で解を求めることができる。表面張力の影響を除いた新しい方法による実験と比較して、良好な結果を得たので報告したい。

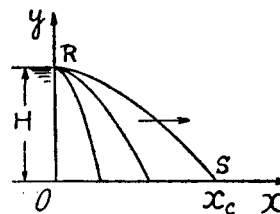
1. 非定常滲透流の基礎式

水圧  $p$  と重力のみによる滲透を考え、表面張力の影響は除外する。構成粒子の基準直径を  $d$  とし、液体の密度  $\rho$  は一定とする。又動粘性係数を  $\nu$ 、滲透速度を  $V$ 、有効滲透係数を  $\kappa$  とする。

$R = dV/\nu$  が 1 程度以下の層流状態では運動方程式

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -\text{grad} \left( \frac{p}{\rho} + gy \right) - \frac{g}{\kappa} V \dots\dots\dots(1)$$

図-1 座 標



が成立する<sup>1)</sup>。後の実験によると右辺が 2 項共  $10^3 \text{ cm/sec}^2$  程度であるのに対し、左辺は  $10^{-3} \text{ cm/sec}^2$  程度で充分省略できる大きさとなる。従つて (1) は

$$V = -\kappa \text{ grad}(p/\rho + gy) \dots\dots\dots(2)$$

なる定常流の運動方程式に一致し、非定常性は境界条件の方に入る。(2) と連続方程式  $\text{div} V = 0$  から

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad \text{但し、} \phi = \kappa(p/\rho + gy) \dots\dots\dots(3)^2$$

境界条件は座標 (図-1) について次の如くなる。

\* 東京大学理工学研究所

- (i) 不透過面:  $y=0$  で  $\partial\phi/\partial y=0$
- (ii) 定水位面:  $x=0$  で  $\phi/\kappa H=1$  .....(4)
- (iii) 自由境界:  $p=0$ ,  $\phi/\kappa H=y_f/H$

自由境界の量を添字  $f$  で表わすと、その形は  
 $F(x_f, y_f, t)=0$  .....(5)

で与えられ無限小時間後にもこれが成立することから

$$\frac{DF}{Dt} \equiv \frac{\partial F}{\partial t} + u_f \frac{\partial F}{\partial x_f} + v_f \frac{\partial F}{\partial y_f} = 0 \text{ .....(6)}$$

なる力学的相似の条件を満たさねばならない<sup>3)</sup>。  $u_f, v_f$  は実質の移動速度 (平均の真速度) であるから

$$u_f = u/\alpha, v_f = v/\alpha, \alpha: \text{空隙率} \text{ .....(7)}$$

$$\text{初期条件は } t=0 \text{ で } x_f = x_c = 0 \text{ .....(8)}$$

で与えられる。

**2. 水平方向に進行する非定常滲透流の解**

流れが始ると水平成分だけで  $v_f \ll u_f$  なるとき

$$v_f (\partial F / \partial y_f) \ll u_f (\partial F / \partial x_f) \text{ .....(9)}$$

が許されるものと仮定して省略を行うと (6) は

$$\partial F / \partial t + u_f (\partial F / \partial x_f) = 0 \text{ .....(10)}$$

$t$  のみの函数  $T(t)$  を含む新変数  $\xi = x_f / T(t)$  を導入すると (10) の解は  $\xi$  と  $y_f$  の任意函数

$$F = F(\xi, y_f), \text{ 但し } \xi = x_f / T(t) \text{ .....(11)}$$

で与えられることが容易に判る。自由境界  $F=0$  では

$$x_f / T(t) = f(y_f) \text{ .....(12)}$$

$y_f=0$  から  $x_c$  につき,  $x_c / T(t) = f(0)$  を得るから

$$x_f / x_c = f(y_f) / f(0) = f_1(y_f) \text{ .....(13)}$$

とおくと, 自由表面の移動速度  $v_f$  は,

$$u_f \equiv \partial x_f / \partial t = (x_f / x_c) (dx_c / dt) \text{ .....(14)}$$

なる形で表わされる。(13) 又はその逆函数

$$y_f = g(x_f / x_c) \text{ .....(15)}$$

の示す如く自由境界は  $x_f / x_c$  について相似となる。

**自由境界の形** この自由境界は明らかに滲出面の1種で, 解析解を得にくいので図式解法<sup>4)</sup>を用いた。第0近似解として流線がすべて  $x$  軸に平行な直線で, 速度分布が  $x$  の方向に変らない様な流れをとると

$$u/\kappa = (\Delta\phi / \Delta x) / \kappa = (H - y_f) / x_f$$

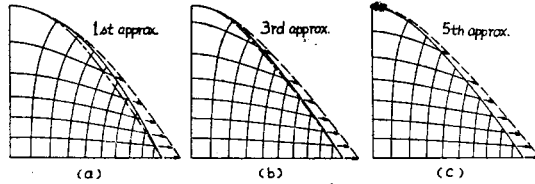
$$\therefore dx_f / dt = (\kappa/\alpha) (H - y_f) / x_f \text{ .....(16)}$$

(16) を積分して初期条件 (8) を代入すると

$$1 - \frac{y_f}{H} = \frac{\alpha}{2} \frac{(x_f/H)^2}{\kappa t/H} \text{ .....(17)}$$

なる拋物線を得る。これを境界として境界条件 (4) を満すポテンシャル場を求めると 図-2 が得られる。図中の実線は始めの境界形, 破線は微小時間後の境界形, 鎖線は新しい  $x_c$  について  $x_f/x_c$  で整理した境界形を示す。鎖線を新たに境界にとつて逐次近似を進める。計算は5回程で収斂するが, その結果 (図の(c)) は数値計算の誤差範囲内 (<1%) において、

図-2 図式解法による自由境界の形



$$1 - y_f/H = \{x_f/x_c\}^2 \text{ .....(18)}$$

で与えられる。  $x_c$  の速度を  $u_c$  とすると(15)から近似的に  $u_f/u_c = x_f/x_c$  を得る。等ポテンシャル線の間隔を  $\Delta x$  とすると, 境界面が  $x_f/x_c$  について相似であることから  $\Delta x/x_c$  もある時刻 (ここでは  $x_c/H=1$  に相当する) の近傍で一定と考えてよいものと仮定する。図-2(c) から S 点で  $\Delta\phi/\kappa H=0.1$  に対し  $\Delta x/x_c=0.075$ , 従つて上の関係をも入れて  $\Delta x/H=0.075 (x_c/H) (x_c/x_f)$  となるから, 自由境界での滲透速度は

$$u/\kappa = (4/3) (x_f/x_c) (H/x_c) \text{ .....(19)}$$

と表わすことができる。(19) と (7) (14) から

$$dx_c/dt = 4\kappa H/3\alpha x_c \text{ .....(20)}$$

積分して初期条件 (8) を入れると

$$\frac{x_c}{H} = \sqrt{\frac{8}{3\alpha} \frac{\kappa t}{H}} \text{ .....(21)}$$

$$\therefore \frac{y_f}{H} = 1 - \left\{ \frac{x_f/H}{\sqrt{8/3\alpha} \sqrt{\kappa t/H}} \right\}^2 \text{ .....(22)}$$

これは  $x_c/H=1$  即ち時刻  $\kappa t/H=3\alpha/8$  近傍で得た解であるが, 次の実験により適用範囲を調べてみよう。

**3. 表面張力の影響を除いた実験の方法**

運動方程式 (1) は層流条件内で成立する。多くは

$$R = dV/\nu < 1 \text{ .....(23)}$$

自由境界では表面張力  $\sigma$  のために圧力の不連続  $\Delta p$  が現われるが, これは粒子の有効直径を  $d_k$  とすると

$$\Delta p \approx \sigma/d_k \text{ .....(24)}$$

なることが知られている<sup>5)</sup>。  $\Delta p/\rho g H$  を等しくすれば表面張力を考慮した自由境界の相似律が満される。

$\Delta p \rightarrow 0$  のためには  $\sigma$  より  $d$  を大きくした方が有効であるが, 同時に (23) を満すため  $\nu$  も大きくとらねばならない。 $d=4.04 \text{ mm}$  球形鉛散弾と高粘度機械油 ( $15^\circ\text{C}$  で  $\nu=10.9 \text{ cm}^2/\text{s}$ ) を用いた実験で, 観測した最高の  $R$  は  $0.0136$ , 又毛管上昇は液柱で約  $3 \text{ mm}$  で  $\Delta p/\rho g H < 0.04$ , 何れも充分小さい値に押えることができた。

**4. 非定常滲透の実験**

**滲透係数の測定** 図-3 の装置で測定した  $\kappa$  と温度  $\theta$  及び空隙率  $\alpha$  の関係を 図-4 に示す。 $\kappa$  の標準値は  $\theta=15.0^\circ\text{C}$ ,  $\alpha=0.40$  で  $\kappa=0.0161 \text{ cm/s}$  となつた。

図-3  $\kappa$  測定用標準槽

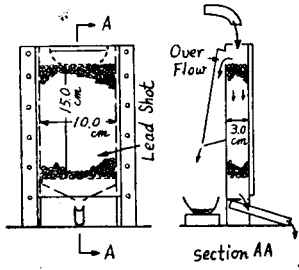


図-5 滲透槽

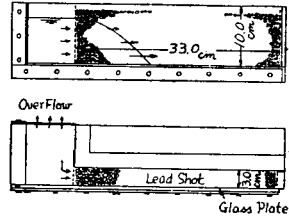


写真-1 実験装置

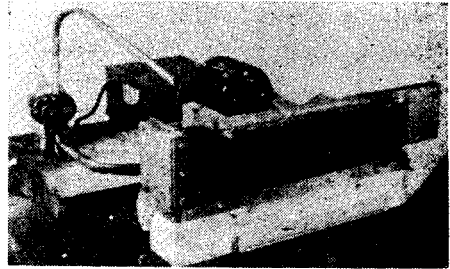
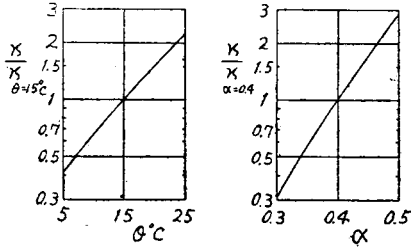


図-4 温度と空隙率による  $\kappa$  の変化



実験の装置と方法 図-5 及び写真-1 に示した装置において、先づ油槽の水位を一定に保ち、滲透槽入口に設けたシャッターを急開すると同時にストップウォッチを押す。次に一定の時刻毎に自由境界を写真撮影又はガラス鉛筆でガラス板上に直接記録した。

実験結果及び計算値との比較 測定した自由境界の一例を 図-6 と写真-2 に示す。力学的相似の条件は 図-7 の如くよく満され、計算式(18)ともよく合う。

図-6 自由境界の測定例

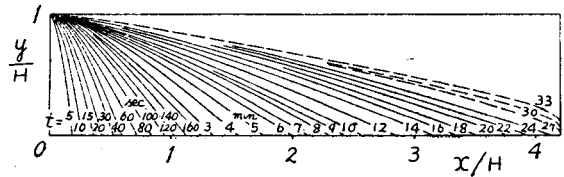
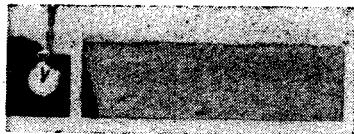


写真-2 滲透の進行状態



t=5 sec



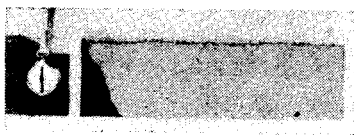
t=3 min



t=15 sec



t=7 min



t=30 sec



t=11 min



t=60 sec



t=16 min

図-7  $y_f$  と  $x_f/x_c$  の関係

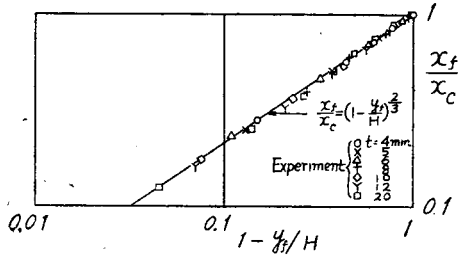


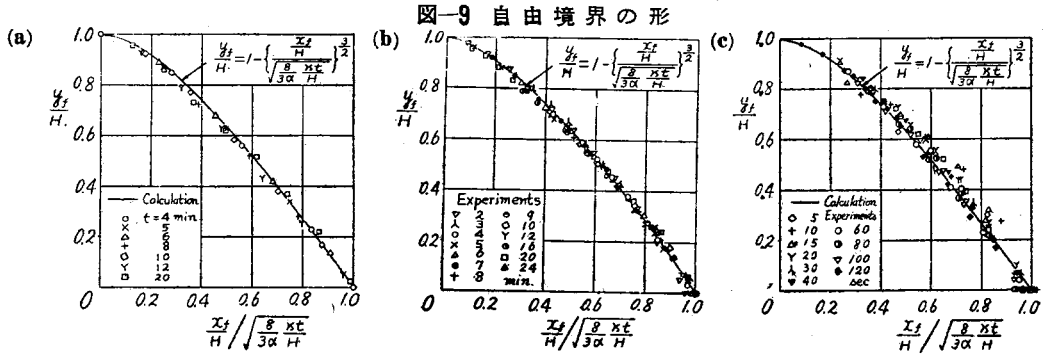
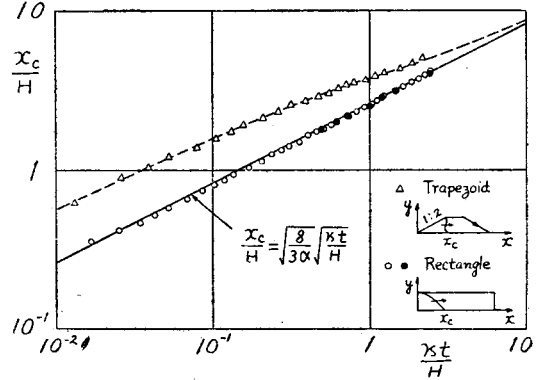
表-1 実験条件と  $\kappa/\alpha$

	温度 °C	空隙率	$\kappa/\alpha$ (cm/s)	
			(21)より	$\kappa, \alpha$ の測定より
I	16.0	0.385	0.0398	0.0395
II	14.7	0.385	0.0342	0.0353

$x_c$  の  $\sqrt{t}$  は 図-8 の様によく満たされ、式(21)から求めた  $\kappa/\alpha$  と、 $\kappa, \alpha$  別々に測定して得た  $\kappa/\alpha$  は表-1\*

\*程度の近い値をとる。自由境界の形は 図-9 の如く広範囲の時刻に互り計算式とよく一致するが、 $t < 1$  min 即ち  $\kappa t/H < 0.1$  以内では実験精度にもよるが、余りよくは一致しない( 図-9 (c) )。

図-8  $x_c$  と  $t$  の関係



5. 梯形断面における非定常滲透

応用上重要な例として内外の法面勾配共に 1:2 なる梯形断面の堤防模型を作り、堤頂巾/堤高 = 1.3 の2例につき同様な非定常実験を行った。自由境界は 図-10 及び 写真-3 の様に興味深い形の変化を伴って移動する。定常状態に移るときは滲出面附近が急に上昇する。 $x_c$  の時間的变化は 図-8 に示す如く矩形断面の場合よりも速く滲透するが、 $x_c$  が大

写真-3 梯形断面における滲透の進行状態

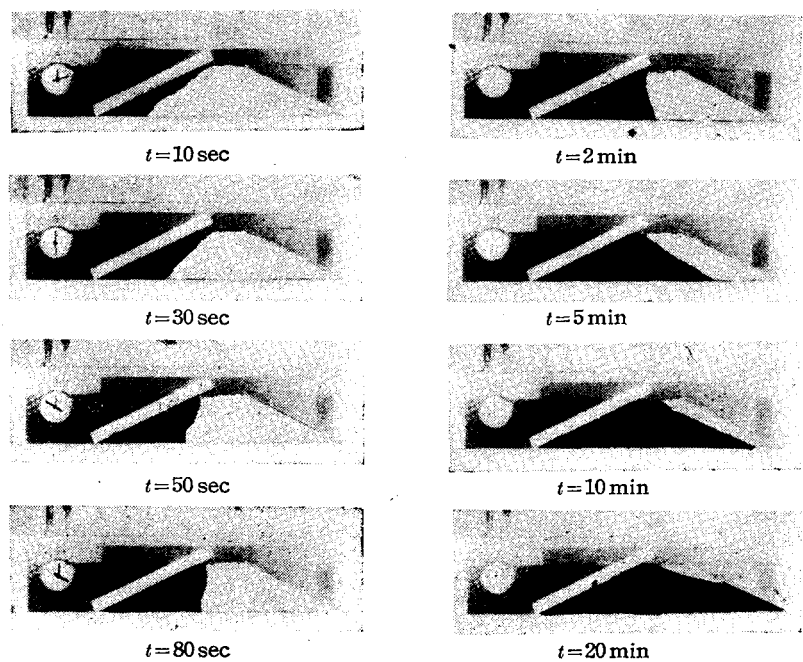
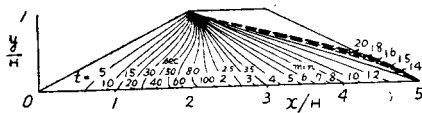


図-10 梯形断面における自由境界



きくなつて原点附近のポテンシャルが一様に1近くなると滲入面の影響が小さくなつて、両曲線は近づく傾向をもつ。法面勾配が小さい場合程曲線は上方に移動する筈である。

6. 結 言

図式解法を交えた近似計算ではあるが、矩形断面の滲透体に対し実験とよく一致する非常常滲透法則(21)(22)が得られた。これらは洪水の際地下水が外法面まで滲出するに要する時間  $t_s$  を与える点で実用的に重要と考えられる。 $t_s$  は式 (21) から

$$t_s = 3\alpha x_0^2 / 8\kappa H \dots\dots\dots(25)$$

例えば  $H=5$  m,  $x_0/H=5$  なる堤防をとり、仮りに  $\alpha=0.3$ ,  $\kappa=10$  cm/day とすると、 $t_s=140$  day とな

る。堤体の不均質性をも考慮すると長期の洪水に対しては危険となることが判る。一次元流として計算すると、 $t_s = \alpha x_0^2 / 2\kappa H$  を得るから (25) はこれに比し、同じ距離を 314 倍の時間で滲透することが判る。

終りに臨みこの研究に対し非常な御好意を賜つた本間教授並びに河田教授に篤く感謝の意を捧げる次第である。尙実験の一部は昭和 25 年度文部省科学研究費の助成により行われた。附記して感謝の意を表する。

文 献

- 1) 本間 仁: 高等水理学, (1942), 168.  
高木俊介: 応用物理, 17 (1948), 241.
- 2) 内田茂男: 理工学研究所報告, 3 (1949), 97.  
" : " , 4 (1950), 39.
- 3) M. Muskat: The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media, (1937), 453.
- 4) 内田茂男: 理工学研究所報告, 1 (1947), 101.
- 5) P. Nemenyi: Wasserbauliche Strömungslehre, Leipzig (1933), 225. (昭.26.9.28)

UDC 624.131.433  
624.131.38

現地における地盤透水係数の一測定法

正 員 松 尾 新 一 郎\*  
准 員 赤 井 浩 一\*\*  
准 員 池 田 一 郎\*\*\*

A FIELD DETERMINATION OF PERMEABILITY

(JSCE Feb. 1952)

Sinichirō Matsuo, C.E. Member, Kōichi Akai, C.E. Assoc. Member,  
Ichirō Ikeda, C.E. Assoc. Member

**Synopsis** In order to determine permeability of undisturbed field ground, a new method using simple pool is proposed instead of unreasonable assumption or troublesome method. Theoretical formulae on which this method depends is deduced, and the result in trial of this method and its proof are discussed.

**要旨** 攪乱されない現地地盤の透水性を決定するために、従来の不合理な仮定や煩わしい測定方法に代るべき簡単な野外試験池を利用する新しい方法を提案し、これを基礎づける理論式の誘導、試験測定の結果とその検証につき述べたものである。

1. 結 言

\* 京都大学助教授, 土工学教室  
\*\* 京都大学大学院特別研究生, 土工学教室  
\*\*\* 横浜市水道局麻溝工事事務所長

土質工学において定義された土の透水係数は Darcy の法則によつて基礎づけられているが、これを測定する方法としては透水試験器による室内測定方法と地盤の成層状態を乱さずに行う野外測定方法とがある。

少量の試料をもつて行う室内試験では採取した試料が攪乱せられ、透水性に影響をもつ成層状態が現地のそれと異なるのが普通であつて、貫入試験その他によつても両者の対応関係を定量的に確定させることが極めて困難であり、さらに透水試験器の容器壁と試料との