

## 砂濾過の水理に関する一基礎的研究

# 准 員 合 用 健\*

## A FUNDAMENTAL STUDY ON THE HYDRAULICS OF SAND FILTRATION.

(JSCE Jan. 1952)

Takeshi Gōda, C. E. Assoc. Member

**Synopsis** As the most of formerly tried analyses on the hydraulics of sand filters relied on some experimental formulas or other semi-theoretical methods, for instance, dimension-analysis, so in this paper, firstly the motion of percolating water was discussed on macroscopic view by transforming the fundamental Navier-Stokes' equation. Applying this to the theory of general sand filtration, we only considered of the vertical motion of water and neglected the term  $\nu \nabla^2 v$  while trying the general solution. Secondly, on the case of slow sand filtration, assuming that the calculations of loss of head by sand layer may be performed by dividing the layer into 2 parts, filtered scum and ordinary sand layer, a simplified formula was reduced, which indicates the variation of pressure as almost linear.

**要旨** 浸透水の不定流理論を巨視的な立場から考察し、先ず断面的平均に関する基礎方程式を論じ、これを砂瀧過理論に適用するのに  $\nabla^2 v$  の項を省略して解を求める、その応用例としてまず緩速瀧過の場合に層を瀧過膜部と砂層部に分けて損失水頭等を論ずる一方法を述べてみた。

## 1. 緒 言

浸透水の運動については、その非定常運動に未解決の問題が少なくないが、井戸の湧水や堤体の浸透等に対し、定常的に扱える範囲ではこれ迄多くの研究が進められて来た。これらの理論の基礎をなす Darcy の法則は、上水道砂濾過の濾過速度変動範囲でも、まず満足な適合性を示すことが認められるが、これが地下水の運動等と異なるのは、流体が未処理又は薬品注加等による沈殿処理をすませただけの濁水であつて、その中に含まれる汚泥、生物及び細菌等が砂面に濾過膜として止まり、又内部砂層にも入りこんで、時間の経過とともに原砂層を不透水性のものに変えてゆく、即ち砂層全体が漸次閉塞してゆくという点であり、他の場合と比べて取扱いを困難にしている。この差違は水理学的に云うと空隙率及び透水係数、従つて摩擦抵抗の時間的、位置的変化であるが、原因となる汚泥や生物の捕捉、滞留には生物学的あるいは界面電気的な作用がかなり大きな役割を果していると見られるから、濾過の水理学的な解析では、その成果から現象を説明するのに自ら限界があると見るべきである。

故にこの様な水理学的解析を足場とする研究では、砂層の閉塞状況や空隙率の算定に関する研究結果から実際の場合を類推し妥当な結論を得る様に努めねばならない。

## 2. 浸透水の運動とその基礎式

空隙を含むある充填層中を流体が運動する場合、現象を詳しく知ろうとすれば、Navier-Stokes の運動方程式

$$\frac{\partial \boldsymbol{\nu}}{\partial t} + (\boldsymbol{\nu} \nabla) \boldsymbol{\nu} = \boldsymbol{K} - \frac{1}{\rho} \text{grad } p + \frac{1}{3} \boldsymbol{\nu} \text{grad} \cdot \text{div } \boldsymbol{\nu} + \boldsymbol{\nu} \nabla^2 \boldsymbol{\nu}$$

.....(2.1)

(但し  $v$ : 速度ベクトル,  $K$ : 外力,  $\rho$ : 密度,  
 $p$ : 圧力,  $\nu$ : 動粘性係数)

を適當な連続方程式とともに解いて、微視的な密度、圧力を調べ、然る後その断面的平均値の変動を見るという手段によらねばならないが、この方法は困難かつ迂遠で、殊に非定常運動を扱う場合それが痛感される。我々の目的は砂濾過にあるから、運動方程式で扱う流速は始めから断面的平均値をとつた方が都合がよい。高木氏<sup>1)</sup>は土壤水の運動を論じて、土壤粒子による平面的孔隙量と空間的孔隙が統計的に等しいとして(2.1)を断面的平均の形に変形した。砂濾過では空隙率はある1方向(深さ方向)に変化するが、今充填層内に1点Aをとり、その近傍では平面的な平均有効空隙量 $\bar{v}_e$ と空間的なそれが近似的に等しい

\* 京都大学講師、工学部土木工学科教室

註-1: 粒子表面及びその空隙内に定着している液体、空気を除いた空隙量である。

と仮定出来るとする註-2。 $\lambda$ は単位面積当りの比率で表わし、巨視的な立場から連続及び運動方程式を考えてみる。

(a) 連続方程式 充填層内の1点Aを囲んで各稜が夫々直交3軸に平行な小立方体(1稜の長さ  $da$ )を考える。勿論この場合その面積  $F=da^2$  は上述の平面的空隙率と立体的空隙率の間に統計的近似の成立する範囲で最小の面積を撰ぶ。先ず  $x$  方向について考えると、 $dt$  時間に入る流体質量はその密度を  $\rho$  として  $\int_F \rho v_x df \cdot dt$

である。こゝに  $\int_F df$  は  $F$  面内で流体のある部分についてのみ行う演算とする。一方反対側から出る量は

$$\int_F \rho v_x df \cdot dt + \frac{\partial}{\partial x} \int_F \rho v_x df \cdot dt \cdot da$$

だから、その差  $-\frac{\partial}{\partial x} \int_F \rho v_x df \cdot dt \cdot da$  が蓄積(又は損耗)量となる。 $y, z$  方向に関しても同様であるから、これらの和を時間的変化量に等しいとおくと次の式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_F \rho df &= -\frac{\partial}{\partial x} \int_F \rho v_x df - \frac{\partial}{\partial y} \int_F \rho v_y df \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial z} \int_F \rho v_z df \end{aligned} \quad (2.2)$$

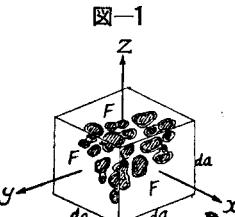
これは一般的な浸透流の連続方程式であるが、非圧縮性流体ならば  $\rho = \text{const.}$  で、 $F$  面の有効空隙率は  $\lambda = \frac{1}{F} \int_F df$ 、断面的流速  $v_{sx} = \frac{1}{F} \int_F v_x df$  等であるから (2.2) の両辺を  $\rho F$  で除して、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \lambda}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x} v_{sx} - \frac{\partial}{\partial y} v_{sy} - \frac{\partial}{\partial z} v_{sz} \\ \therefore \frac{\partial \lambda}{\partial t} &= -\operatorname{div} v_s \end{aligned} \quad (2.3)$$

となる。これが巨視的に考えた連続方程式である。

(b) 運動方程式 一般に流速が小さいことから (2.1) の左辺第2項を無視し、又非圧縮性流体として右辺第3項を消去して、右辺の各項につき夫々の断面的平均を求めるため  $\frac{1}{F} \int_F df$  の演算を施すと、作用力は流体実質部分のみに働くとし、例え  $x$  方向では  $K_x$  及び  $\frac{\partial p}{\partial x}$  の面  $F$  空隙内での変化を無視するなら、第1、2項は夫々

註-2: 充填層粒子の組成が相当不均一で、統計的近似を得るのにかなり広い面積を要する場合は以下の理論は成立しない。



$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{F} \int_F K_x df &= K_x \lambda \\ \frac{1}{\rho F} \int_F \frac{\partial p}{\partial x} df &= \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

となり、第4項については  $\nabla^2 v_x$  に対する上の演算で、被積分函数の面  $F$  上の平均値に対し、近似計算を用い、面積分を線積分に直すことにより、

$$\frac{1}{F} \int_F \nabla^2 v_x df = \nabla^2 v_{sx} - \frac{1}{F} \int_{s_g} \frac{\partial v_x}{\partial n} ds \quad (2.5)$$

が得られている ( $\int_{s_g} ds$  は  $F$  面内で固体、気体壁と流体との境界線にそつて線積分を表わし、 $n$  は内向き法線)。又 (2.5) の右辺第2項の意義を明らかにするために、

$$\nabla^2 v = -\operatorname{rot} \operatorname{rot} v \quad (\because \operatorname{grad} \operatorname{div} v = 0)$$

の関係から  $\operatorname{rot} \operatorname{rot} v$  の  $F$  面内の平均を求めて (2.5) と比較すると、 $-\frac{\nu}{F} \int_{s_g} \frac{\partial v_x}{\partial n} ds$  が流線に直角な単位面積当りの摩擦抵抗を表わすことが知られている。そこでこの項を本間博士の方法<sup>3)</sup>により、ほぼ速度の1乗に比例するとして  $f v_s$  とかくならば、(2.4), (2.5) より断面的平均の運動方程式は

$$\frac{\partial v_s}{\partial t} = \lambda K - \frac{\lambda}{\rho} \operatorname{grad} p + \nu \nabla^2 v_s + f v_s \quad (2.6)$$

となり、係数  $f$  をきめるため定常運動の場合を考えると、 $x$  方向につき左辺及び右辺第1、3項を除外して、

$$\frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - f v_{sx} = 0$$

Darcy の法則  $v_{sx} = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}$  (但し、 $[k] = L^2$ ,  $\mu$ : 粘性係数) が適用出来る範囲であれば

$$f = -\lambda \nu / k$$

が得られ、(2.6) は結局次の様に書ける。

$$\frac{\partial v_s}{\partial t} = \lambda K - \frac{\lambda}{\rho} \operatorname{grad} p + \nu \nabla^2 v_s - \frac{\lambda \nu}{k} v_s \quad (2.7)$$

途中の近似的な演算を許すならば、巨視的な見地から浸透水流の基礎式 (2.3) 及び (2.7) を導くことが出来たわけで、(2.7) では Navier-Stokes の式に新たに速度に比例する抵抗を加えた形になっている点が注目される。なお、(2.7) 式中の  $k$  の dimension は  $L^2$  で、成書<sup>3)</sup> に記載されている、いわゆる浸透係数 ( $k'$  とする) の間に、

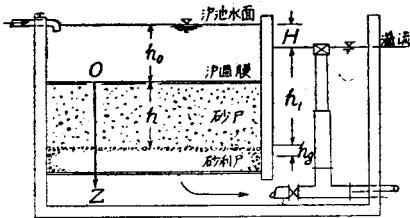
$$k = k' \mu / \rho g = k' \nu / g$$

の関係があり、又これは一般に  $\lambda$  従つて時間及び位置の函数として扱うことが出来る。

### 3. 砂濾過理論への応用

緩速、急速の両方法を通じて砂濾過池における水頭の損失は主に砂層、特に濾過膜により生じ、砂利層、濾床版及び集水管等によるものが若干これに加わる。水理学的な解析によつて最も期待されるのはこの損失水頭の解明であるが、問題を簡単にするため、今砂層以外の抵抗はまず論外において考察を進めることにする。図-2は緩速濾過池及び溢流室の略図であるが、急速の場合も原理は同一である。濾過水流速は一般に小さいから、濾過水頭  $H$  は全部抵抗損失水頭と考えてよい。

図-2 緩速濾過池及び溢流室の略図



誘導の都合上原点  $O$  は砂面即ち濾過膜上任意の点に置き註-3、鉛直下向きに  $Z$  軸をとる。流速、圧力の断面的平均は水平面内で一定と考えれば、 $\lambda$  及び  $k$  は時間  $t$  と  $z$  のみの函数となり、又(2.7)で第3項は他に比して小さいから省略すると、運動及び連続の方程式は夫々、

$$\frac{\partial v_s}{\partial t} = g \lambda(z, t) - \frac{1}{\rho} \lambda(z, t) \frac{\partial p}{\partial z} - \nu \frac{\lambda(z, t)}{k(z, t)} v_s \quad \text{註-4} \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} + \frac{\partial v_s}{\partial z} = 0 \quad \text{註-4} \quad (3.2)$$

となり、更に  $z-p/\rho g = \varphi$  とおけば (3.1) は

$$\frac{\partial v_s}{\partial t} = g \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \nu \lambda v_s / k \quad \text{註-4} \quad (3.3)$$

と書き直せる。(3.2) を 0 から  $z$  迄積分すれば、

$$v_s = - \int_0^z \frac{\partial \lambda}{\partial t} dz + f_0(t) \quad \text{註-4} \quad (3.4)$$

$f_0(t)$  は  $t$  に関する任意の函数である。これから

$$\frac{\partial v_s}{\partial t} = - \int_0^z \frac{\partial^2 \lambda}{\partial t^2} dz + \frac{df_0}{dt} \quad \text{註-4} \quad (3.5)$$

が得られ、(3.4) (3.5) を (3.3) に入れて整理すると  $\varphi$  のみに関する1次の微分方程式となるから、これを 0 から  $z$  迄積分すると  $\varphi$  は次の如くなる。

註-3：濾池の側壁附近では 2. の理論は成立しないからこれを避ける。

註-4： $v_s$  は実は  $v_{sz}$  と書くべきであるが、こゝでは  $z$  方向のみを問題にしているから以下この様に略記する。

$$\begin{aligned} g\varphi &= - \int_0^z d\xi \frac{1}{\lambda} \int_0^\xi \frac{\partial^2 \lambda}{\partial t^2} d\xi_1 - \nu \int_0^z d\xi \frac{1}{k} \int_0^\xi \frac{\partial \lambda}{\partial t} d\xi_1 \\ &\quad + \frac{df_0}{dt} \int_0^z \frac{d\xi}{\lambda} + \nu f_0 \int_0^z \frac{d\xi}{k} + f_1(t) \end{aligned} \quad (3.6)$$

こゝで  $f_1(t)$  も  $f_0$  と同様任意の函数であるから、砂面及び砂底の境界条件からその形を決めねばならない。一般的に考えて砂上水深  $h_0$ 、溢流水深  $h_1$  は時間的に変動するから、先ず砂面で  $\varphi_{z=0} = -h_0(t)$  より直ちに

$$f_1(t) = -g h_0(t) \quad \text{註-4} \quad (3.7)$$

が求まり、次に砂底では砂利層その他の抵抗水頭の和を  $h_g$  として  $\varphi_{z=h} = h - [h_1(t) + h_g]$  であるが、「砂層のみを考えて仮に  $h_g = 0$  とすると (3.6) から次の関係式を得る。

$$I_{4h} gH + I_{1h} + \nu I_{2h} = \frac{df_0}{dt} + \nu I_{3h} f_0 \quad \text{註-4} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} \text{但し, } & \left\{ \begin{array}{l} I_{1h} = \int_0^h dz \frac{1}{\lambda} \int_0^z \frac{\partial^2 \lambda}{\partial t^2} d\xi_1 / \int_0^h \frac{dz}{\lambda}, \\ I_{2h} = \int_0^h dz \frac{1}{k} \int_0^z \frac{\partial \lambda}{\partial t} d\xi_1 / \int_0^h \frac{dz}{\lambda} \\ I_{3h} = \int_0^h \frac{dz}{k} / \int_0^h \frac{dz}{\lambda}, \quad I_{4h} = 1 / \int_0^h \frac{dz}{\lambda}, \\ H = h_0 + h - h_1 \end{array} \right. \end{aligned}$$

(3.8) は  $f_0$  に関して1階線型であるからその解は、

$$f_0(t) = \exp \left\{ -\nu \int_0^t I_{3h} d\eta \right\} \left[ \int_0^t (I_{4h} gH + I_{1h} + I_{2h} \nu) \exp \left\{ \nu \int_0^\eta I_{3h} d\zeta \right\} + c \right] \quad \text{註-4} \quad (3.9)$$

これは任意常数  $c$  を含むから、初期条件から  $c$  を定める。即ち (3.4) で  $z=0, t=0$  とおけば、 $v_s = \text{const.} = v_0$  として、

$$c = v_0$$

となる。これから  $v_s$  は次の様に求まる。

$$\begin{aligned} v_s(z, t) &= - \int_0^z \frac{\partial \lambda}{\partial t} dz + \exp \left\{ -\nu \int_0^t I_{3h} d\eta \right\} \left[ \int_0^t (I_{4h} gH + I_{1h} + I_{2h} \nu) \exp \left\{ \nu \int_0^\eta I_{3h} d\zeta \right\} d\eta + v_0 \right] \\ &\quad \dots \end{aligned} \quad \text{註-4} \quad (3.10)$$

又一方  $p$  に関しては (3.6) から次の如く書ける。

$$g \left[ z + h_0 - \frac{p}{\rho g} \right] = \frac{1}{I_{4z}} \left[ \frac{df_0}{dt} + \nu f_0 I_{3z} - I_{1z} - \nu I_{2z} \right] \quad \text{註-4} \quad (3.11)$$

但し

$$\begin{cases} I_{1z} = \int_0^z d\xi \frac{1}{\lambda} \int_0^\xi \frac{\partial^2 \lambda}{\partial t^2} d\xi_1 / \int_0^z \frac{d\xi}{\lambda}, \\ I_{2z} = \int_0^z d\xi \frac{1}{k} \int_0^\xi \frac{\partial \lambda}{\partial t} d\xi_1 / \int_0^z \frac{d\xi}{\lambda} \\ I_{3z} = \int_0^z d\xi / k / \int_0^z d\xi / \lambda, \quad I_{4z} = 1 / \int_0^z d\xi / \lambda \end{cases}$$

$f_0$  及び  $\frac{df_0}{dt}$  は (3.10) 及び (3.9) から計算出来るから、これで未知函数  $v_s$  及び  $p$  が一般的に求まつたことになる。云う迄もなく、この理論は  $\lambda$  及び  $k$  を既知として  $v_s$ ,  $p$  をその函数として表わしたものである。逆に考えて、一般には困難であるが空隙状態及び透水係数を未知のものとして、滲速及び各層の損失水頭からこれを求める理論も考えられ、その簡略な計算法があれば相当興味深いと思われるが、この点に関しては後日詳しく述べたい。

#### 4. 緩速滲過に対する1つの考え方

緩速滲過の砂床は急速の場合に比し汚染されることが少く、表面の滲過膜と内部の砂層は透水性、空隙率の相違によつてかなり明瞭に区別出来るから、便宜上今これを2つに分けて、砂層の抵抗は時間的に変らず、一方表面の滲過膜層では、仮りに今その厚さ  $\delta$  を一定として有効空隙率及び浸透係数の時間的変化を考慮するとすれば、砂上水深はほぼ一定と考えてよいから3.の取扱いは大分簡単になる。即ちこの場合  $\lambda$  及び  $k$  は  $t$  のみの函数で、運動及び連続の方程式は次の様になる。

$$\frac{\partial v_s}{\partial t} = g\lambda(t) - \frac{\lambda(t)}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - \nu\lambda(t)v_s/k(t) \quad \dots(4.1)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\lambda}{dt} + \frac{\partial v_s}{\partial z} &= 0 \\ \text{又は } \frac{\partial v_s}{\partial z} &= -\dot{\lambda} \end{aligned} \right\} \quad \dots(4.2)$$

以下・(dot)は  $t$  に関する常微分記号とする。(4.2)を  $z$  に関する積分すると、

$$v_s = -\dot{\lambda}z + \alpha(t) \quad \dots(4.3)$$

任意時間の断面流速(滲速)は考へている層内で直線的である。(4.1)を  $z$  で偏微分し  $\phi$  を用いて書くと、

$$\frac{\partial^2 v_s}{\partial t \partial z} = g\lambda \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{\nu\lambda}{k} \frac{\partial v_s}{\partial z}.$$

(4.2)を  $t$  につき偏微分し上式と辺々差引いて、 $\phi$  に関する2階の微分方程式を得る。

$$g\lambda \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{\nu\lambda\dot{\lambda}}{k} + \ddot{\lambda} = 0$$

これを2回積分して夫々、

$$g\lambda \frac{\partial \phi}{\partial z} + \left( \frac{\nu\lambda\dot{\lambda}}{k} + \ddot{\lambda} \right) z = \beta(t) \quad \dots(4.4)$$

$$g\lambda\phi + \frac{z^2}{2} \left( \frac{\nu\lambda\dot{\lambda}}{k} + \ddot{\lambda} \right) = z\beta(t) + \gamma(t) \quad \dots(4.5)$$

となり、先ず  $z=0$  で  $\phi = -h_0$  から

$$\gamma(t) = -g\lambda h_0 \quad \dots(4.6)$$

次に図-3に示す如く、滲過開始直後は滲過水頭が

$H_0$  で現在は  $H$  であるとすれば、 $H_0$  は厚さ  $h$  の砂層による損失水頭と考えてよから、時刻  $t=t_1$  における滲過膜層下端

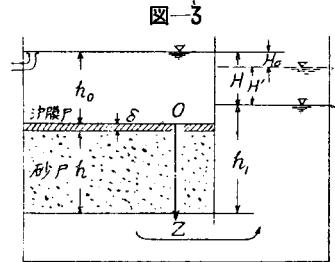


図-3

( $z=\delta$ ) の損失水頭  $H_\delta$  は、

$$H_\delta = H - H_0 = H'$$

であり、 $z=\delta$  における圧力水頭は、

$$p/\rho g = (h_0 + \delta) - (H - H_0)$$

ところが  $h_0 + \delta + h = h_1 + H$  だから、

$$p/\rho g = h_1 + H_0 - h$$

$$\therefore \phi = \delta + h - (h_1 + H_0)$$

これを  $z=\delta$  の境界条件として与えると、(4.5) から、

$$\phi(t) = \frac{g\lambda H'}{\delta} + \frac{\delta}{2} \left( \frac{\nu\lambda\dot{\lambda}}{k} + \ddot{\lambda} \right) \dots(4.7)$$

よつて (4.4) は

$$g\lambda \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{g\lambda H'}{\delta} + \left( \frac{\nu\lambda\dot{\lambda}}{k} + \ddot{\lambda} \right) \left( \frac{\delta}{2} - z \right) \dots(4.8)$$

となる。一方 (4.3) を  $t$  で偏微分して

$$\frac{\partial v_s}{\partial t} = -\dot{\lambda}z + \ddot{\lambda} \dots(4.9)$$

$$(4.9), (4.8) 及び (4.3) を (4.1) に入れて結局 \dot{\alpha} + \alpha\nu\lambda/k = g\lambda H'/\delta + (\nu\lambda\dot{\lambda}/k + \ddot{\lambda})\delta/2 \dots(4.10)$$

なる関係式が得られ、これを  $\alpha$  について解くと、 $\alpha$  における同様任意常数を含む解が得られる。これは初期条件から  $\alpha(0) = \alpha_0$  なることより容易に定まり

$$\alpha(t) = \exp \left\{ -\nu \int_0^t \frac{\lambda}{k} d\eta \right\} \left[ \int_0^t \left( \frac{g\lambda H'}{\delta} + \frac{\delta}{2} \left( \frac{\nu\lambda\dot{\lambda}}{k} + \ddot{\lambda} \right) \right) \exp \left\{ \nu \int_0^\eta \frac{\lambda}{k} d\zeta \right\} d\eta + \alpha_0 \right] \dots(4.11)$$

(4.3) 及び (4.11) で  $v_s$  を求めることができる。一方  $p$  は、(4.5), (4.6) 及び (4.7) により、圧力水頭として求まる。

$$z - \frac{p}{\rho g} = \frac{z}{2g} \left( \frac{\nu\lambda\dot{\lambda}}{k} + \ddot{\lambda} \right) (\delta - z) + \frac{H'}{\delta} z - h_0$$

$$\text{又は } h_s = \frac{p}{\rho g} = \frac{z}{2g} \left( \frac{\nu\lambda\dot{\lambda}}{k} + \ddot{\lambda} \right) (z - \delta) + z \left( 1 - \frac{H'}{\delta} \right) + h_0 \quad (0 \leq z \leq \delta) \dots(4.12)$$

(4.12) 式につき少し検討を加えて見る。先ず  $h_s$  は  $z$  の2次関数であることがわかるが、右辺第1項中の  $\lambda$ ,  $\dot{\lambda}$  及び  $\ddot{\lambda}$  の数値的比較を行つてみると、緩速滲過では削取りから削取りに到る滲過持続日数が十数日か

ら數十日であり、今これを20日<sup>4)</sup>と見て、その間汚泥や生物等の堆積による空隙率の減少は略々一様であるとすれば、 $\lambda = \text{const.}$  従つて

$$\lambda = 0$$

となる。又濾過開始直後の  $\lambda$  が略々 0.40 (有効径 0.2 ~0.5 mm, 均等係数 1.5 内外) で削取り直前には危険側に見て恐らくその 25% 内外, 即ち  $\lambda=0.10$  程度迄に減少していると見れば,  $\lambda$  は cm-sec unit で

$$\dot{\lambda} \doteq \frac{\Delta \lambda}{\Delta t} = \frac{0.4 - 0.1}{86400 \times 20} = 1.736 \times 10^{-7} \text{ (sec.}^{-1}\text{)}$$

となり、又  $k = k' \nu / g$  だから (4.12) を書き直すと、

$$h_{\delta} = \frac{8.68 \times 10^{-8}}{k'} z(z-\delta) + z \left( 1 - \frac{H'}{\delta} \right) + h_0$$

.....(4.13)

$(0 \leq z \leq \delta)$  cm-unit

滲透係数  $k'$  の値はこの場合  $0.005 \sim 0.020 \text{ cm/sec}$  程度であるから、(4.12) あるいは (4.13) の第 1 項は非常に小さいものであつて無視しても差支えない。すると圧力水頭  $h_s$  は 2 次函数としての性質を失つて、濾速(断面流速)と同じく、層内で直線的に変動することになる。

$$\therefore h_s = z \left( 1 - \frac{H}{\delta} \right) + h_0 \quad (0 \leq z \leq \delta) \dots \dots \dots (4.14')$$

濾速が大きく、又原水が濁度の高いものであれば当然濾過持続日数は相当短縮され、 $k'$  の値も充分小さくなり得るから、この場合の圧力水頭なり損失水頭は(4.12)式で計算するべきであろう。

要するに以上の理論は、砂層閉塞が濾過膜及びその

近傍に限られると考えた緩速濾過に対する1つの見解で、濾膜層内の断面流速の変化が直線的であるとともに、砂面から濾膜直下に至る圧力水頭の低下即ち水頭損失が略々直線的に起ることを示した。一方有効空隙率を減少せしめる最大の原因たる緩速濾層内汚泥量の分布状態は大阪市(近藤博士<sup>5)</sup>)や、名古屋市(波多野氏<sup>6)</sup>)の調査によれば、砂層年代の新旧で様相が違つており、特にそれらが混合し、又互層をなしている様な場合、上の計算法を適用するには余程検討を要する。

本研究は昭和25年度文部省科学研究費による「砂濾過浄水の基本的研究」の成果中基礎理論の項であり、終始御指導を賜わつてゐる京大教授石原博士及び岩井博士に深謝の意を表する次第である。

参考文献

- 1) 高木俊介: 土壌水の運動機構について, 応用物理 17 卷, 8 ~ 9 号, 1 頁, 昭和 23 年 9 月
  - 2) 本間 仁: 高等水理学, 168 頁, 昭和 17 年
  - 3) 例え K. Terzaghi.: Erdbaumechanik, s. 111, 1924
  - 4) 岩井四郎: 砂炉過池を中心とする浄化機能について, 昭和 25 年
  - 5) 近藤正義: 上水道における濾過膜の生物学的研究, 水道協会誌 25 号, 53 頁 (昭和 10 年); 同 30 号, 15 頁 (昭和 10 年); 59 号, 36 頁 (昭和 13 年), 等
  - 6) 波多野宏: 急速濾過池における砂層汚染に就て, 水道協会誌 180 号, 23 頁 (昭和 24 年)
  - 7) P. Neményi: Über den Darcyschen Gesetzes und deren Grenzen, Wasserkraft u. Wasserwirtschaft H. 14, 1934.

(昭26.9.20)

UDC 652.951.4 : 532.291

## 気泡管の感度について

# 准員北鄉繁\*

## ON THE SENSIBILITY OF BUBBLE TUBE

(JSCE Jan. 1952)

Shigeru Kitaqō, C.E. Assoc. Member.

**Synopsis** The author measured the sensitiveness of tubular levels with various magnitude, some of which were tested under different temperature. From the results of these measurements, he presents in this paper a discussion and proposition on the specification of bubble tube in the Japanese Engineering Standard (Temporary) No. 9801~No. 9804.

**要旨** 本文は、種々なる感度を有する気泡管について感度の測定を行い、之らの結果から日本暫定標準規格中に示される気泡管に関する規定を検討して或る種

の提案を行つたものである。

## 1. 暫定標準規格

JES 土木 9802 暫定(水準儀), 同 9803(微動水準儀), 同 9804(経緯儀)に於て, 夫々の器械の気泡管

\* 北海道大学助教授、工学部土木教室