UDC 624.075.23

長柱の弾性挫屈について

正 員 工学博士　岡　本　舜　三*

ON THE ELASTIC STABILITY OF AXIALLY COMPRESSED BARS.

(JSCE Jan. 1952)

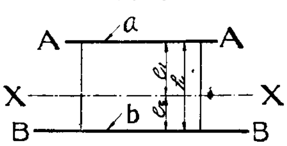
Dr. Eng., Shunzo Okamoto, C. E. Member

Synopsis Let us consider an elastic stability of an axially compressed prismatical bar in ideal case. When the axial force becomes the critical value, buckling will occur and the bar will bend in the plane of smallest flexial rigidity. In this state, area of the cross section of the bar increases in inner side of the deflection curve and decreases in outer side of it, and the shapes of the cross section is deformed slightly. (When the original cross section is rectangular, it deforms to trapezoidal form.) This deformation changes the value of second moment of area and accordingly the rigidity of the bar. If the initial small deflection occurs by way of increasing the rigidity of the bar, buckling will be checked and if it goes contray, the deflection will increase and buckling will occur. Accordingly, in an ideal case, when the form of the cross section of the bar is not symmetric with respect to its principal axis, the direction of deflection of the bar is determined by its form of the cross section and not determined by chance as usually believed.

要旨　理想長柱の弾性挫屈に於て，柱の断面が非対称なる場合には，撓みは断面形によつてきまるある一方の側に特に生じ易いことを述べたものである。

完全に真直ぐな長柱が完全に軸方向を向いた軸圧力を受けて生ずる挫屈では撓みは最少断面2次半径をもつ主軸のまわりにおきるが弾性挫屈の範囲では，そのどちら側に撓むかは，全く偶然によつてきまるものと考えられている。断面形が上記の主軸に対して対称なる場合はそうであるが，非対称の場合にはそうではないと思われる。挫屈による曲げによつて曲げ応力が発生すると，歪みは軸方向に直交する断面内にも生ずるために僅かではあるが断面形が変る。このとき挫屈はそれによる断面変化により梁の剛度(即ち断面2次率)が減少する方向に進行し易いと考えられるから，撓みのおきる可能性は，両側一様ではなく断面形によつてきまる特定の方向に多いことになる。したがつて特別なる外的原因によつて挫屈したのでない限り，その方向は断面形によつてきまるわけである。この関係を例によつて示そう。図—1 は長柱の断面を示す。フランジの厚さは薄くその面積は a 及び b であるとする。2本のウェブの面積は簡単の為これを無視する。XX は最少断面2次半径をもつ主軸である。しからば主軸の位置は

図—1



$$e_1=\frac{bh}{a+b} \qquad e_2=\frac{ah}{a+b} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

によつて定まり，これに関する断面2次率は

$$I=\frac{ab}{a+b}h^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

である。いま挫屈により曲げモーメント M を生じ曲げ応力を生じたとする。かりにフランジ AA 側が引張側(といつても応力は圧応力であるが)BB 側が圧縮側になつたとすると挫屈によつて変化せる応力は AA にて $\sigma_a=\frac{e_1}{I}M$ (引張)，BB にて $\sigma_b=\frac{e_2}{I}M$ (圧縮)であるからこれによつてフランジの面積 a, b は夫々

$$\delta_a=a\left[\left(1-\frac{e_1M}{EI}\nu\right)^2-1\right]=-\frac{2M\nu hab}{EI(a+b)} \quad \cdots\cdots(3)$$

$$\delta_b=b\left[\left(1+\frac{e_2M}{EI}\nu\right)^2-1\right]=\frac{2M\nu hab}{EI(a+b)} \quad \cdots\cdots(4)$$

だけ増加する (ν: ポアソン比)。したがつて断面2次率の増加は

$$\delta I=\frac{\partial I}{\partial b}\delta b+\frac{\partial I}{\partial a}\delta a=\frac{2M\nu h^3ab}{EI(a+b)^3}(a^2-b^2) \quad \cdots\cdots(5)$$

となる。即ち AA 側が引張側になる如く挫屈すれば，$a>b$ なるとき I は増加し，$a<b$ なるとき I は減少する。よつて挫屈は $a<b$ なるときは AA 側が引張になる如く生じ易い。

(昭.26.9.20)

* 東京大学教授，生産技術研究所