

大な問題であるから、個々の田畑について直接交渉なく測量できることは写真測量の大きい特長である。

(2) 地形的に、地上写真測量によつて各筆毎の測定ができない場合でも、写真三角測量にこれを利用し航空写真測量の精度をあげることができる。

(3) 地上写真測量を地籍測量に利用する場合の経済的な問題は、その地域の地形に支配されることが大きい。検見川地域のような場合には、平板測量にくらべて相当効果的である。

(4) 平板測量の経験から、耕地図の作成が湿地又は水田について行われる場合には、距離の測定が非常に困難である。地上写真測量では、このような地域でもそれ程顕著な障害とはならない。

(5) 精度については、それを図化する方法によつて異なるが、機械化の場合には、平板測量にくらべて

遙かに高精度の観測が期待できる。図解法による場合交会の不十分な前例の(イ)(ロ)などをのぞけば $\pm 2\%$ 以内の誤差におさえることができる。特に、図解法のみを用いる場合には、撮影方法をこれに適合するようにすることによつて、経済的にも精度の上からもよい結果が期待できる。

(5) 航空写真では相当の筆数をまとめて面積の測定を行うことが、精度の上からのぞまれるが、地上写真では、明確に各耕地地区画が確認でき、各区画が上述の精度を保たせうる点で有利である。

附記 この研究は、文部省科学試験研究費の援助と福田教授、地理調査所竹条、武田両部長の御指導を得て行つたものであり、実際の作業には大島太市君の努力に負つたことを附記し謝意を表する次第である。

(昭.26.8.20)

UDC 624.042:539.389.1
624.072.2.012.4

鉄筋コンクリートバリの曲げ降伏特性

准員 神山 一*

ON THE BENDING-YIELD CHARACTER OF REINFORCED CONCRETE BEAM

(JSCE Dec. 1951)

Sucumu Kamiyama C.E. Assoc. Member

Synopsis This paper is a part of fundamental studies of the bending-yield character of reinforced concrete beam with rectangular and T section.

It is chiefly discussed on equilibrium in the region near the bending-yield and breaking points. We found in consequence, that the equilibrium may be stable or unstable depending on the magnitude of the bending moment.

As there are, in equilibrium, stable and unstable regions, the yielding and breaking condition of reinforced concrete beam must be determined as a stability problem.

要旨 本文は鉄筋コンクリート矩形バリ及びT形バリの曲げ降伏特性に関する基礎的研究の一部である。

主として、ハリの曲げ降伏及び破壊近傍の釣合について論じたものである。その結果、釣合には曲げモーメントの大きさに依つて、安定釣合と不安定釣合の2つの状態が存在することを理論的に認めた。

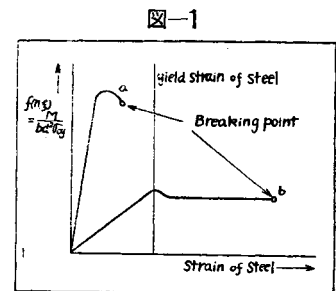
釣合に安定領域と不安定領域があるとすれば、鉄筋コンクリートバリの曲げ降伏及び破壊の条件は一種の安定問題として決定されねばならない。

1. ハリの降伏と破壊

鉄筋コンクリートバリの曲げ破壊実験に於て示され

* 早稲田大学講師，理工学部土木工学教室

るハリの降伏点と破壊点は異つている。図-1に於けるaは鉄筋比の大きい場合、bは鉄筋比の小さい場合の鉄筋歪と抵抗曲げモーメント係数の関係を示したものである。a, b共にハリの破壊は最大抵抗曲げモーメントをとるときに起るのでなく、それより多少低下した状態で起るのである。ハリの降



伏後の歪速度は降伏前より著しく大となり、釣合状態の異なることが推察し得る。

2. 仮 定

コンクリートの圧縮応力-歪曲線は図-2 に示す如く限界歪 $\epsilon_{c.cr.}$ に達するまでは Schreyer の式に従うものと仮定する。この式に於て α_c, β_c は実験常数であつて種々の条件によつて異なるが一例を掲げれば表-1⁶⁾の如くである。

図-2 コンクリートの圧縮応力-歪曲線
Stress-Strain Curve of Concrete

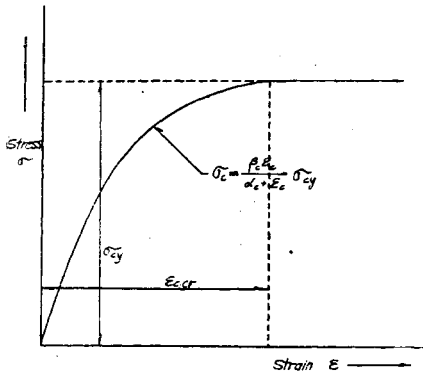


表-1

σ_{cy} kg/cm ²	α_c	β_c	材合	配 合
112	1.615×10^{-3}	1.575	5	w/c = 60% (重量比)
172	0.952×10^{-3}	1.400	10	重量配合比 1:2.14:4.21
275	0.530×10^{-3}	1.265	30	容積配合比 1:2:4
6) のデータに基いて求めた値である				スランプ 3cm

更にコンクリートは限界歪を越しても応力は低下しないものと仮定する。圧縮によるコンクリートの限界歪は表-1 の α_c, β_c を用いて次式によつて計算し得る。

$$\epsilon_{c.cr.} = \frac{\alpha_c}{\beta_c - 1} \dots \dots \dots (1)$$

コンクリートの引張応力-歪の関係は直線的であると仮定し、引張限界歪は図-4.⁸⁾ のようにとる。

鉄筋の応力歪の関係は図-3 のように変化するものと仮定する。図-3 は応力の代りに鉄筋応力係数と歪の関係を示したもので、応力は鉄筋応力係数に下降伏点応力 σ_{sy} を乗じて求められる。

図-3 鉄筋応力係数と歪の関係
The Relation Strain and Coeff. of Reinforcement Steel

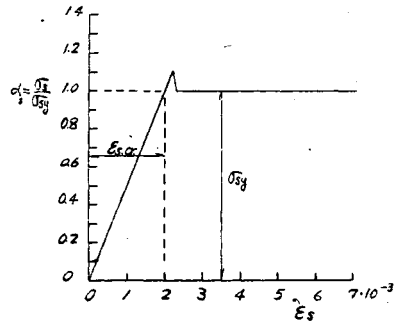
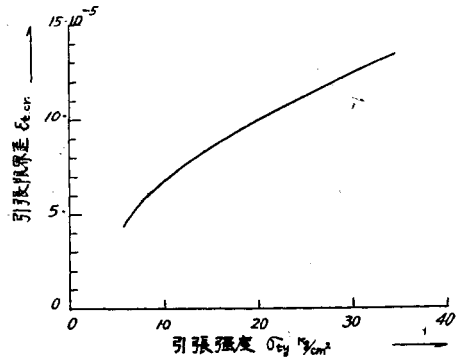


図-4 コンクリートの引張限界歪
Tensile Critical Strain of Concrete



3. 釣合条件及び曲げモーメント係数

ハリの降伏及び破壊近傍の釣合条件及び曲げモーメント係数は次のようになる。記号は図-5 による。

(i) 単鉄筋矩形バリ

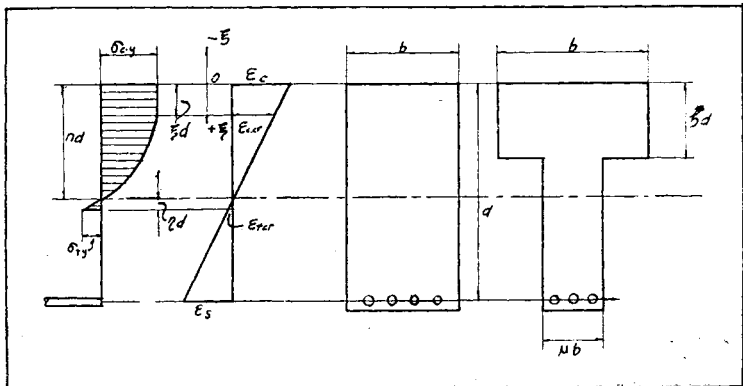
釣合条件は、

$$b \int_0^{nd} \sigma_y dy + b \xi d \cdot \sigma_{cy} = b \frac{\eta}{2} d \sigma_{cy} + A_s \alpha_s \sigma_{sy}$$

上式に於て

$$\sigma_y = \frac{\beta_c \epsilon_y}{\alpha_c + \epsilon_y} \sigma_{cy}, y = \frac{(1-n)d}{\epsilon_{c.cr.}} \epsilon_y, dy = \frac{(1-n)d}{\epsilon_{c.cr.}} d\epsilon_y$$

図-5 記号 Notation



この式を簡単にすると

$$\varphi(n, \xi) = \beta_c(n - \xi) \left\{ 1 - \frac{\alpha_c}{\epsilon_{c,cr.}} \log \left(1 + \frac{\epsilon_{c,cr.}}{\alpha_c} \right) \right\} + \xi - \frac{\eta}{2m} - \alpha_s p \beta_y = 0 \dots \dots \dots (2)$$

モーメントは

$$M = b \int_0^{n\xi} \sigma_y \cdot y dy + \xi b d^2 \left(n - \frac{\xi}{2} \right) \sigma_{cy} + \frac{1}{3} \eta^2 \sigma_{ty} b d^2 + \alpha_s A_s \sigma_{sy} (1 - n) d$$

前と同様に計算して簡単にすると

$$f(n, \xi) = \frac{M}{b d^2 \sigma_{cy}} = \beta_c(n - \xi)^2 \times \left[\frac{1}{2} - \frac{\alpha_c}{\epsilon_{c,cr.}} \left\{ 1 - \frac{\alpha_c}{\epsilon_{c,cr.}} \log \left(1 + \frac{\epsilon_{c,cr.}}{\alpha_c} \right) \right\} \right] + \xi \left(n - \frac{\xi}{2} \right) + \frac{\eta^2}{3m} + \alpha_s p \beta_y (1 - n) \dots \dots \dots (3)$$

茲に $\eta = (n - \xi) \frac{\epsilon_{t,cr.}}{\epsilon_{c,cr.}}$ $\beta_y = \frac{\sigma_{sy}}{\sigma_{cy}}$ $m = \frac{\sigma_{cy}}{\sigma_{ty}}$

$\alpha_s = \frac{\sigma_s}{\sigma_{sy}}$: 鉄筋心力係数⁽⁶⁾

$\epsilon_c = \frac{n}{n - \xi} \epsilon_{c,cr.}$ $\epsilon_s = \frac{1 - n}{n - \xi} \epsilon_{c,cr.}$ $p = \frac{A_s}{bd}$

$\eta \neq 0$ とすれば

$$\varphi(n, \xi) = \beta_c(n - \xi) \left\{ 1 - \frac{\alpha_c}{\epsilon_{c,cr.}} \log \left(1 + \frac{\epsilon_{c,cr.}}{\alpha_c} \right) \right\} + \xi - \alpha_s p \beta_y = 0 \dots \dots \dots (4)$$

$$f(n, \xi) = \frac{M}{b d^2 \sigma_{cy}} = \beta_c \cdot (n - \xi)^2 \times \left[\frac{1}{2} - \frac{\alpha_c}{\epsilon_{c,cr.}} \left\{ 1 - \frac{\alpha_c}{\epsilon_{c,cr.}} \log \left(1 + \frac{\epsilon_{c,cr.}}{\alpha_c} \right) \right\} \right] + \xi \left(n - \frac{\xi}{2} \right) + \alpha_s p \beta_y (1 - n) \dots \dots \dots (5)$$

(ii) 単鉄筋T型バリ

$$\zeta \geq \xi \quad b \int_{(n-\xi)d}^{(n-\xi)d} \sigma_y dy + \mu b \int_0^{(n-\xi)d} \sigma_y dy + \xi d \cdot b \sigma_{cy} = \frac{\eta}{2} d \cdot \mu b \sigma_{ty} + A_s \alpha_s \sigma_{sy}$$

単鉄筋バリの場合と同様積分して簡単にすると

$$\varphi(n, \xi) = \beta_c(n - \xi) \left[\mu \left\{ \frac{n - \xi}{n} - \frac{\alpha_c}{\epsilon_{c,cr.}} \right\} \times \log \left(1 + \frac{n - \xi}{n - \xi} \frac{\epsilon_{c,cr.}}{\alpha_c} \right) \right] + \left(1 - \frac{n - \xi}{n} \right) - \frac{n - \xi}{n} \frac{\alpha_c}{\epsilon_{c,cr.}} \log \left[\frac{1 + \frac{n}{n - \xi} \frac{\epsilon_{c,cr.}}{\alpha_c}}{1 + \frac{n - \xi}{n - \xi} \frac{\epsilon_{c,cr.}}{\alpha_c}} \right] + \xi - \frac{\eta}{2m} - \alpha_s p \beta_y = 0 \dots \dots \dots (6)$$

$$M = b \int_{(n-\xi)d}^{(n-\xi)d} \sigma_y \cdot y dy + \mu b \int_0^{(n-\xi)d} \sigma_y \cdot y dy$$

$$+ \xi \left(n - \frac{\xi}{2} \right) b d^2 \sigma_{cy} + \frac{\eta^2}{3m} \mu b d^2 \sigma_{ty} + A_s \alpha_s \sigma_{sy} (1 - n) d$$

積分して簡単にすれば

$$f(n, \xi) = \frac{M}{b d^2 \sigma_{cy}} = \xi \left(n - \frac{\xi}{2} \right) + \frac{\mu \eta^2}{3m} + \beta_c(n - \xi)^2 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{n - \xi}{n - \xi} \right)^2 - \frac{\alpha_c}{\epsilon_{c,cr.}} \left(1 - \frac{n - \xi}{n - \xi} \right) + \left(\frac{\alpha_c}{\epsilon_{c,cr.}} \right)^2 \right] \times \log \frac{1 + \frac{\epsilon_{c,cr.}}{\alpha_c}}{1 + \frac{n - \xi}{n - \xi} \frac{\epsilon_{c,cr.}}{\alpha_c}} + \mu \left\{ \frac{1}{2} \frac{n - \xi}{n - \xi} - \frac{n - \xi}{n - \xi} \frac{\alpha_c}{\epsilon_{c,cr.}} + \left(\frac{\alpha_c}{\epsilon_{c,cr.}} \right)^2 \right\} \times \log \left(1 + \frac{n - \xi}{n - \xi} \frac{\epsilon_{c,cr.}}{\alpha_c} \right) \dots \dots \dots (7)$$

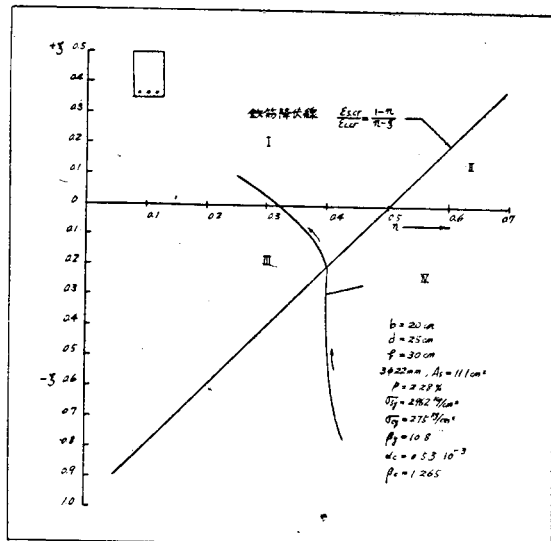
$\zeta \leq \xi$ 同様に

$$\varphi(n, \xi) = \zeta + \mu(\xi - \zeta) + \beta_c(n - \xi) \mu \times \left\{ 1 - \frac{\alpha_c}{\epsilon_{c,cr.}} \log \left(1 + \frac{\epsilon_{c,cr.}}{\alpha_c} \right) \right\} - \alpha_s p \beta_y = 0 \dots \dots \dots (8)$$

$$f(n, \xi) = \frac{M}{b d^2 \sigma_{cy}} = \zeta \left(n - \frac{\zeta}{2} \right) + \mu(\xi - \zeta) \times \left(n - \frac{\zeta + \xi}{2} \right) + \mu \beta_c \left[\frac{1}{2} - \frac{\alpha_c}{\epsilon_{c,cr.}} \right] \times \log \left(1 + \frac{\epsilon_{c,cr.}}{\alpha_c} \right) + (1 - n) \alpha_s p \beta_y \dots \dots \dots (9)$$

4. ハリの降伏及び破壊の条件とその力学的意味 $\alpha_c, \beta_c, \epsilon_{c,cr.}, \epsilon_{s,cr.}, p, \beta_y$ が夫々図-6の値⁽⁶⁾をとるハリについて(2)式を満足する n と ξ との関係を求める。

図-6 n と ξ との関係 The Relation n and ξ



先づ n を仮定し ξ の値を種々代入して ξ を求めれば n と ξ の関係は図-6 のようになる。鉄筋が降伏するときの n と ξ の関係は (10) 式で示され、この線上で鉄筋は降伏する。

$$\frac{1-n}{n-\xi} = \frac{\epsilon_{s,cr.}}{\epsilon_{c,cr.}}$$

図-6 は領域に分たれ、各領域より次の事が解る。

領域 I $\xi \geq 0, \frac{1-n}{n-\xi} > \frac{\epsilon_{s,cr.}}{\epsilon_{c,cr.}}$ 鉄筋, コンクリート共に降伏。

領域 II $\xi \geq 0, \frac{1-n}{n-\xi} < \frac{\epsilon_{s,cr.}}{\epsilon_{c,cr.}}$ 鉄筋降伏前, コンクリート降伏。

領域 III $\xi < 0, \frac{1-n}{n-\xi} > \frac{\epsilon_{s,cr.}}{\epsilon_{c,cr.}}$ 鉄筋降伏, コンクリート降伏前。

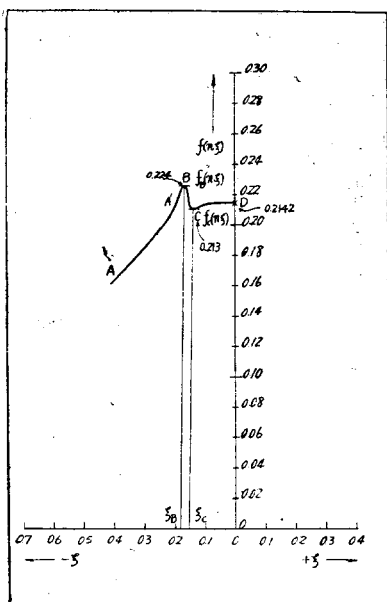
領域 IV $\xi < 0, \frac{1-n}{n-\xi} < \frac{\epsilon_{s,cr.}}{\epsilon_{c,cr.}}$ 鉄筋, コンクリート共に降伏前。

$\varphi(n, \xi) = 0$ を満足する $n-\xi$ 曲線がどの領域にあるかによって過少鉄筋比, 過剰鉄筋比を判別することが出来る。

図-6 の n と ξ の値を $f(n, \xi)$ に入れると, ξ と $f(n, \xi)$ の関係は図-7 のようになる。

$f(n, \xi)$ には ξ の増大, 即ち歪の増加に伴つて増加, 減少する領域が存在する。図-7 に於て $B(\xi = \xi_B)$ までは歪の増加と共に抵抗曲げモーメント係数 $f(n, \xi)$

図-7 ξ と $f(n, \xi)$ の関係
The Relation $f(n, \xi)$ and ξ



も増大するが B より $c(\xi = \xi_c)$ までは歪が増加するにも拘らず $f(n, \xi)$ は減少する。

歪が増加するにも拘らず $f(n, \xi)$ の減少する領域は釣合の状態から見れば不安定な釣合^{1) 2) 3)} と見ることが出来る。

- a. $\xi < \xi_B$ 安定な釣合
- b. $\xi_B < \xi < \xi_c$ 不安定な釣合
- c. $\xi > \xi_c$ 安定な釣合

以上の推察はコンクリートの歪が制限なしに増大し得るものとする仮定に基いたものである。

鉄筋の降伏がコンクリートの降伏よりも早い場合には, 破壊は $\xi = 0$, 即ちコンクリートの縁維圧縮応力が圧縮強度に達したときに起る。コンクリートが鉄筋よりも早く降伏する場合には鉄筋の降伏する点即ち c 点で破壊が起るものと思われる。

鉄筋又はコンクリートの一方が夫々降伏点, 破壊強度に達してもハリの釣合の安定性は必ずも破られるものではない。過剰鉄筋比の場合には鉄筋が降伏点応力に達したときハリの降伏が起るが, その時コンクリートは既に限界歪を越えているから c 点に於て破壊が起る。

然し乍ら過剰鉄筋比の場合と過少鉄筋比の場合でハリの破壊が多少異つた状態で起るとしても, この2つの場合を分離して考えるべき性質のものではない。

降伏及び破壊の条件は n 及び ξ の決定さるべき条件であるが, 一方に於ては歪の制限条件である。 n 及び ξ の決定条件は次のように示される。

$$\varphi(n, \xi) = 0$$

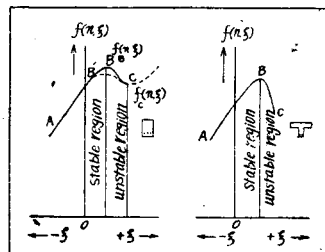
$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \varphi(n, \xi)}{\partial n} \cdot \frac{\partial f(n, \xi)}{\partial \xi} - \frac{\partial \varphi(n, \xi)}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial f(n, \xi)}{\partial n} = 0 \end{aligned} \right\} (11)$$

(11) 式は $\varphi(n, \xi) = 0$ を満足する n と ξ の関係に於て $f(n, \xi)$ が極値をとる如く, n 及び ξ を決定することを意味する。

5. 断面形状と降伏特性

単鉄筋矩形バリの降伏特性 釣合の状態から見ると安定釣合から不安定釣合へ, 更に不安定釣合から安定釣合に移る。鉄筋及びコンクリートの歪からみると c 点が破壊点であつて, c 点は不安定釣合から安定釣合へ移る点で

図-8 断面形状と降伏特性
Yielding Character and Cross Sectional Shape



あるから、釣合は安定であると見ることが出来る。

$f_B(n, \xi) > f_c(n, \xi)$ であるから $f_B(n, \xi) > f_c(n, \xi)$ であれば $f_B(n, \xi) > f_c(n, \xi)$ であっても $f_c(n, \xi)$ に移り得る可能性をもっている。特に材質的に不均一なコンクリートの場合この傾向は著しいものと思われる。従つて同一の鉄筋及びコンクリートを用いたハリであっても降伏点の値は相当異なるものと思われるが、破壊点の値は一定の値をとり得るものと思われる⁵⁾。

この傾向は軟鋼の曲げ降伏の現象に於ても認めることが出来る⁷⁾。実験に依つて得られる最大曲げモーメント係数は $f_B(n, \xi)$ と $f_c(n, \xi)$ の間の値をとることが推定出来る。

単鉄筋T型バリの降伏特性 釣合の状態は安定釣合から不安定釣合に移ると、後には安定な釣合の領域は存在しない。コンクリートの降伏が腹部迄進むと、鉄筋比の大小に拘らずハリは降伏を起し、釣合は不安定領域に入り、そのまま破壊に至る。

矩形バリとT型バリの曲げ降伏近傍に於ける釣合の安定状態はこの点に於て異なるのである。*

*即ち曲げ降伏及び破壊の特性はコンクリート断面の形状によつて異なるものと思われる。断面の形状は金属の場合と同様、次の3つの型に分類出来る⁴⁾。

- (i) 中立軸より離れた部分に断面の大部分がある場合 (T型, I型)
- (ii) 断面巾の変化しない場合 (矩形)
- (iii) 中立軸に断面の大部分が集中する場合 (十字型)

この3つの場合を比較すれば、その特性を明らかにすることが出来る。(ii)の特性は(i)と(iii)の中間の性質を示すものと思われる。

6. 最大曲げモーメント係数

(11)式に示した理論は推察に基くものであるから実験に依つて確かめられねばならない。現在実験中であるが降伏条件を確かめるためのデータを得ることは極めて困難である。本文に於ては実験に先立つて調べた各氏の実験の中、広範囲に亘つて行われた小野教授の実験結果⁶⁾に対する計算値を掲げるだけにする。

表-2

番 号	b cm	d cm	h cm	ρ %	材合 (日)	降 伏		破 壊		曲げモー メント係数		最大曲げ モーメン ト係数 (実験)	σ _{yk} kg/cm ²	配合, 其ノ他
						n	ε	n	ε	降 伏	破 壊			
A-No. 1	20	25	30	3φ12 mm 0.678	5	0.335 +0.06	0.300 +0.08	0.2096	0.1631	0.1730	105	w/c=60%1		
A-No. 2	"	"	"	"	30	0.205 -0.11	0.10 0	0.0720	0.0460	0.0682	285	重量配合比		
A-No. 4	"	"	"	3φ16 mm 1.206	5	0.470 +0.14	0.456 +0.164	0.2740	0.2620	0.2770	107	1:2.14:4.21		
A-No. 6	"	"	"	"	100	0.390 -0.24	0.160 0	0.0610	0.0580	0.0585	428	スランブ		
A-No. 8	"	"	"	3φ19 mm 1.702	30	0.375 -0.175	0.245 0	0.1398	0.1104	0.1145	290	σ _{sy} =2971~		
A-No.10	"	"	"	3φ20 mm 2.280	5	0.664 +0.39	0.691 +0.455	0.3930	0.3820	0.4150	98	3024kg/cm ²		
A-No.11	"	"	"	"	30	0.400 -0.182	0.335 0	0.2240	0.2130	0.2155	275	Spanlength 不詳		

7. 結 び

(i) 降伏及び破壊近傍の釣合には安定領域と不安定領域が存在するものと思われる。

(ii) 最大抵抗モーメントを示す点、即ち降伏点の釣合が不安定であるから、同一条件のもとに於ても相当の差異を生ずるものと思われる。

(iii) 破壊点の釣合は安定領域にあるものと考えられるから、実験値は破壊点の方が一定値をとるものと思われる。

(iv) 曲げ降伏及び破壊の特性は断面の形状によつて異なるものと思われる。

(v) 曲げ降伏及び破壊の条件を(9)式で示したが係数を適当にとれば、他の脆性材料にも適用し得るものと思われる。

参 考 文 献

- 1) 中西不二夫: “降伏内力の限界について” 機械学会誌昭和10年8月
- 2) 中西不二夫: “組合せ曲げ振りに依る軟鋼丸棒の強さ” 機械学会論文集 3-17, 1937, p.290
- 3) 寺沢一雄: “軟鋼に於ける塑性学の研究” 第2編曲げ p.45 河出書房昭和19年9月
- 4) F.Eric Peterson: “Effect of Stress Distribution on yield point” April 1946 Proceeding of A.S.C.E.
- 5) J.F. Baker and J.W. Roderick: “Effect of stress Distribution on yield Points” Discussion December 1946 Proceeding A.S.C.E.
- 6) 小野竹之助: “鉄筋コンクリートバリに於ける応力-歪関係について” 土木技術第3巻第11号
- 7) 神 山 一: “単鉄筋矩形バリの鉄筋応力係数” セメント技術年報 1950
- 8) 狩野 春一: “コンクリートの引張性質について” セメント界彙報昭和15年10月

(昭.26.8.20)