

率に差異が見られるので変化率を管径の函数とする。

以上の3式を結合し、更に常数を求めると、これも管径の函数となる。最後に  $\frac{D}{\nu} = \frac{Re}{V}$ ,  $\nu=0.01$  を

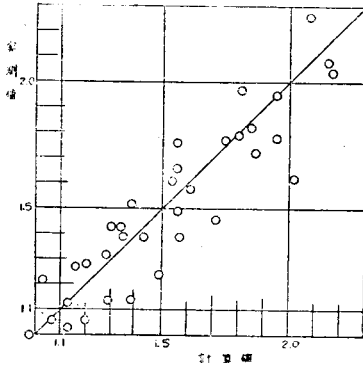
入れると最初に示した式となる。

この式によつて求めた値と実測値とを比較してみると図-4の如くである。

尙最初の筆者実験値及び落合値の場合をこの式によつて計算してみると各々次のようになる。

筆者実験  $k=0.93$  (実測 1.11)

図-4 計算-実測  $k$  値



落合値  $k=1.57$  (落合氏 1.27)

尙落合値の場合は、 $D=20\text{ cm}$  或いは  $V=3.55\text{ m/sec}$  と考えれば  $k$  の値は両者一致する。何れにしても普通に用いられる範囲である。

附記 以上は試みの域を出ないので更に検討を進めたい。文部省科学研究費による研究の一部である。

参考文献

- (1) G.W.Howard: Transportation of Sand and Gravel in a Four-Inch Pipe. Transaction of A. S. C. E. Vol. 104 (1939) P. 1334.
- (2) Morrourh P. O'Brien and Richard G. Folsom: The Transportation of Sand in Pipe Lines. University of California Publications in Engineering. Vol. 3. No. 7 P. 343
- (3) 三雲英之助 外2名: 微粒鉱石の水力輸送について, 日本機械学会誌 昭.8.12
- (4) 堀田正雄: サンドポンプの研究, 日立 評論22巻7号 (昭.14.7)
- (5) 河野正吉: ポンプ浅瀬船における流速の選定と摩擦損失の算定及び土砂含有量の測定法, 土木学会誌 29巻6号 (昭.18.6)

(昭.26.8.3)

UDC 532.51.032:532.13  
624.131.43-498.2

## 土の懸濁液の粘性に関する実験的研究<sup>1)</sup>

正員 松尾新一郎\*

准員 片山重夫\*\*

### EXPERIMENTAL STUDY ON THE VISCOSITY OF SOIL SUSPENSION

(JSCE Nov. 1951)

Shinichiro Matsuo, C. E. Member, Shigeo Katayama, C. E. Assoc. Member

**Synopsis** In this study the conformity of the Hagen-Poiseuille's law with the flow of soil suspension was verified and also the experimental consideration on various elements affecting on the viscosity of soil suspension, that is, concentration, temperature, grain size, electrolyte, was carried out.

**要旨** 本文は土の懸濁液(泥水)の流動における Hagen-Poiseuille の法則の適合性を確認するとともに土の懸濁液の粘度に影響を及ぼす種々の要素, すなわち濃度, 温度, 粒径, 電解質等に関して行つた実験的考察を述べたものである。

#### 1. 緒言

泥水の如く土の微粒子が水中に分散した状態は土の粒度分析(湿式), 洪水時における河水, あるいは地表を流れる水等において顕著である。

著者等はこゝに土の懸濁液の性質を究明する目的で, 水中に分散した土粒子が水の粘性に及ぼす影響ならびにこれに関連した種々の要素について実験的研究を実施した。

#### 2. 土の懸濁液の流動状況——Hagen-Poiseuille<sup>2)</sup>の法則に対する適合性

毛細管粘度計は Hagen-Poiseuille の法則を基礎としており, 水のような正則液体では臨界レイノルズ数以下の層流においてこの法則に従うが, 懸濁液の場合に果してこの法則に従つて流動するか否かを検討する必要がある。

\* 京都大学助教授 工学部土木工学教室

\*\* 建設省道路局建設課

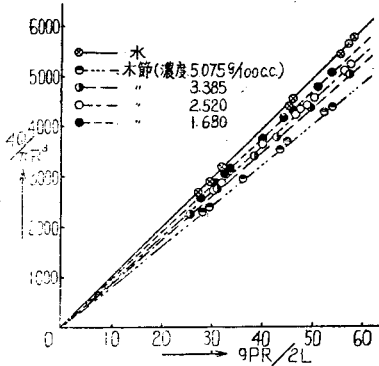
この検討のために用いた試料は、蒸留水と等価粒径  $5\mu$  以下の木節粘土粒子で作製した 4 種の濃度 ( $c=5.075, 3.385, 2.520$  および  $1.680\text{ g/100 c.c.}$ ) の懸濁液である。

この実験は Bingham 型粘度計<sup>3)</sup>を用い、液の流動を生ぜしめる圧力差は圧搾空気により粘度計の一方の口より一定圧力を加えることにより与えた。その圧力は水柱で約  $15\sim 30\text{ cm}$  程度の範囲内にあり、各測定毎に少しずつ変化せしめてそれぞれの圧力および流出時間  $t$  を測定した。有効圧力差  $P$  としては圧力計の読みに対し粘度計の両腕の両球の容積の差異による圧力差に対する補正ならびに運動エネルギーの補正を行った値を採つた。試料液を一定温度 ( $20^\circ\text{C}$ ) に保たしめるため電氣的恒温水槽を作製使用した。

以上の如くして測定した値より、縦軸は  $4Q/\pi R^3$ 、横軸に  $PR/2L$  ( $Q$ : 流量,  $R, L$ : それぞれ毛细管の半径, 長さ)をとると、

図一 土の懸濁液の流動  
Flow of Soil Suspension

図一の如くなり、水および懸濁液についての各測定値はそれぞれ一つの直線上に乗り、かつその直線は原点を通過する。



またその勾配は粘性係数  $\eta$  の逆数すなわち流動度をあらわしている。

これより稀薄な土の懸濁液は純水と同様に Newton の粘性法則に従い、Hagen-Poiseuille の法則が成立すると考えることが出来る。

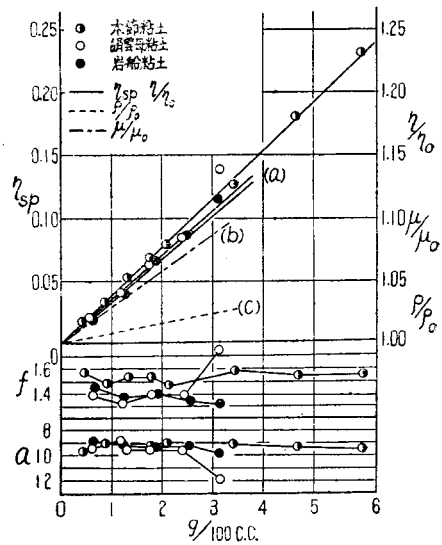
### 3. 濃度と粘度の関係

懸濁液の濃度と粘度の関係を明かにするため、この実験は主として操作の簡単な Ostwald 粘度計<sup>4)</sup>を用い、水との相対粘度  $\eta_{rel}$  を測定した。

試料は蒸留水と等価粒径  $<5\mu, <2\mu, <1\mu$  等の木節、絹雲母、岩船等の粘土粒子からなる数種の濃度の懸濁液である。

これらの測定結果は図-2 に示すように粘度は濃度とともに増加し、粘度を濃度のある函数として表わしうることが期待される。比粘度  $\eta_{sp}$  と濃度  $c$  (懸濁液  $100\text{ c.c.}$  中に含まれる土粒子の互数)との間にはほぼ直線的な比例関係が成立する。いま濃度を表わすのに

図-2 土の懸濁液の粘性と濃度との関係  
Correlation between viscosity of soil suspension and concentration



$c$  の代りに懸濁液の単位容積中に含まれる土粒子の容積  $\phi$  (容積濃度)を採れば、比粘度と濃度の関係は

$$\eta_{sp} = a \cdot c = a \cdot \phi \dots\dots\dots (1)$$

により表わされる。 $a$  は比例常数であり、各試料につき濃度に無関係なほぼ一定値を示している。これは Einstein の粘度式<sup>5)</sup>と同じ形である。ただし  $a$  の値は図-2 に示す如く Einstein 式の 2.5 に比して数倍大きい。

### 4. 粒径と粘度との関係

Einstein の粘度式によれば懸濁液の粘度は、単位容積の懸濁液中に含まれる粒子容積の総和のみ支配される。しかしながら硫黄ゾルについての Oden の研究<sup>6)</sup>によると、直径  $10\mu, 100\mu$  の 2 種の膠質液において同じ濃度で粒子の小さい方が大きい粘度を与えている。土の懸濁液の場合にも次の実験から同様の事を確めた。

既述の実験に用いた試料はそれぞれ各粒径以下の種類の粒径の粒子を含んでいるので、粒径と粘度の関係をより明らかにするため、蛙目粘土に沈降分析を繰返し行つて粒径分布に制限を加え、等価粒径  $5\sim 10\mu, 2\sim 5\mu, <2\mu$  および  $<1\mu$  の粒子を含む 4 種の懸濁液を作製し測定に用いた。粒子の比重は粒径の大小にかかわらず一定として求めた  $a$  の値は表-1 の如く、粒径の小となるほど大きくなつている。

この事は粒子表面における水和の影響によるものとして一応説明される。すなわち粒径の減少は粒子の比表面積(単位重量当りの表面積)を増大せしめるから、

表一 土の懸濁液の粒径と  $a$  との関係  
Correlation between grain size in soil suspension and coefficient  $a$

蛙 目 粘 土				
粒 径 $a$	<1 $\mu$	<2 $\mu$	2~5 $\mu$	5~10 $\mu$
	16.0	15.6	10.6	10.3

粒子が小さくなるほど水和作用による粒子表面の水和水の粒子単位容積当りの量が大となる。それゆえ液中において粒子の占める容積として水和作用による粒子表面の水和水も含めて考えるときは、粒子が微細となるほど液中における単位重量当りの容積が大となり、したがって粘度が大となるものと考えられる。なおこの他に異なる粒径の粒子における形状の差異、比重の相異による影響も考えられる。

5. 温度と粘度との関係

一般に液体は温度の上昇とともにその粘度が低下する。いま土の懸濁液の温度による粘度の変化状態を明かにするため、Ostwald 粘度計を用い、10~40°C の範囲において、蒸留水と土の懸濁液の流出時間を測定した。その結果は図-3 に示す如くであり、上の懸濁液の粘度に及ぼす温度の影響は純水の場合とほぼ同様であり、したがって相対粘度はほぼ一定の値となる。

この事は土の懸濁液の温度による変化を主として支配するものは、分散媒たる水であることを示している。

6. 電解質の影響

一般に疎水膠質に対する少量の電解質の添加はその粘度を低下させ、それはコロイドの性質と電解質の種類に従属する。さらに電解質の添加はその種類と量により、膠質液の凝固または解膠(分散)作用を生じ粘度に変化を生ぜしめる。膠質液の凝固は粘度の著しい増加を生ぜしめ、逆に解膠作用が行われるときは、分散相の全有効容積の減少、したがって粘度の減少を生ぜしめる。

以上の見地から土の懸濁液の粘度に及ぼす電解質の影響をしらべるため実験を行つた。試料として木節粘土、蛙目粘土の等価粒径 2 $\mu$  以下の粒子からなる懸濁

液に KOH, NaCl, HCl 等の少量を加えたものを用い、Ostwald 粘度計により測定した。

添加電解質の量が微少なる間は凝固を生ぜず粘度の変化はあまり見られなかつたが、電解質の量の増大とともに凝固を生じ粘度は急激に増大した。又この場合電解質添加後の時間の経過とともに粘度は増大した。これは時間の経過とともに凝固が進行する結果であると考えられる。なお粘度の連続的な測定すなわち連続的に流動せしめたい場合は、粘度が一時減少する傾向を示した。これは液の流動により凝固が破壊されるためであると考えられ、いわゆる Thixotropy effect を表すものと想像される。この現象は凝固しない液については認められず常にほぼ一定の粘度をえた。

7. 土の懸濁液の濃度と粘性係数、動粘性係数および密度との関係

土の懸濁液の粘性係数を  $\eta$ 、動粘性係数を  $\mu$  および密度を  $\rho$ 、純水のこれらの値をそれぞれ  $\eta_0, \mu_0$  および  $\rho_0$  とし、懸濁液の濃度とこれらの値との関係をあらわすのにそれぞれの比  $\eta/\eta_0, \mu/\mu_0$  および  $\rho/\rho_0$  を用いると、図-2 の如くなる。こゝに見る如く濃度の増加による  $\eta/\eta_0$  の増加の割合は  $\rho/\rho_0$  の増加の割合に比して大きく、また  $\mu = \eta/\rho, \mu_0 = \eta_0/\rho_0$  したがって

$$\mu/\mu_0 = \frac{\eta}{\eta_0} \bigg/ \frac{\rho}{\rho_0} \dots\dots\dots(2)$$

であるから  $\mu/\mu_0$  の変化の割合は前 2 者の中間に位する。

Ostwald 粘度計によれば  $\eta = c\rho t, \eta_0 = c\rho_0 t_0$

で与えられ  $\eta_{rel} = \eta/\eta_0 = \rho t/\rho_0 t_0$

したがって上式を変形すれば

$$\frac{\eta}{\rho} \bigg/ \frac{\eta_0}{\rho_0} = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{t}{t_0} \dots\dots\dots(3)$$

となり、Ostwald 粘度計において一定量の液の流出時間  $t, t_0$  を測定すれば、その比は直ちに動粘性係数の比を与え

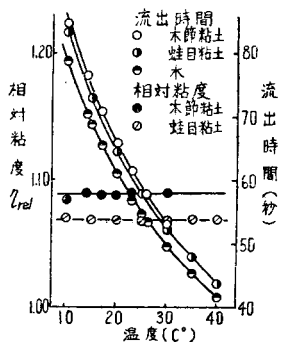
$$\mu = \mu_0 \frac{t}{t_0} \dots\dots\dots(4)$$

より懸濁液の動粘性係数が求められる。

なお一般に膠質液の比重は多くは分散媒の比重と粒子の比重から計算しうる。分散媒の比重を  $d_w$ 、粒子の比重を  $d_p$ 、膠質液の比重を  $d$  とし、分散媒および粒子自体の比重は膠質液の濃度により変化せぬものと仮定する。いま膠質液の単位容積中に含まれる粒子の質量を  $xg$  とする。もしも膠質液の容積が分散媒と粒子の容積との総和であるとする、次式が成立する。

$$1 = \frac{d-x}{d_w} + \frac{x}{d_p}$$

図-3 土の懸濁液の粘度と温度との関係  
Correlation between viscosity of soil suspension and temperature



この式を書きかえると

$$d = d_w + \left(1 - \frac{d_w}{d_p}\right) x \dots\dots\dots(5)$$

となるから、つまり

$$d = k_1 + k_2 x \dots\dots\dots(6)$$

の如き形に書くことが出来る。すなわち膠質液の比重は液の一定容積中に含まれる粒子の質量と直線の関係にある。これは本実験の土の懸濁液においても成立することが認められた。

あるいは膠質液の密度を  $\rho$ 、分散媒のそれを  $\rho_0$  とすれば  $\rho = \rho_0 + k_3 x$

なる関係が成立し、したがって

$$\rho/\rho_0 = 1 + k_3 x \dots\dots\dots(7)$$

となる。また式(1)を書き直すと

$$\eta/\eta_0 = 1 + a x \dots\dots\dots(8)$$

となる。したがって式(8)、(7)の比で与えられる  $\mu/\mu_0$  もまた近似的に直線関係にあるとみなすことが出来る。

8. 比容積  $f$  およびその他の事項について

Einstein の粘性式<sup>9)</sup>

$$\eta = \eta_0 \left(1 + a \frac{f_0}{100}\right) \dots\dots\dots(9)$$

における比容積  $f$  は「ある懸濁液の充分稀薄なものにおいて、その懸濁液の呈するものと同一の粘度を同一濃度、同一測定条件において与えるには、Einstein の仮定に従うある球形粒子ならば、その 1g が幾何の容積を占有しなければならないかを示す値」である。したがって  $f$  の値はこの定義より明かな如く、粒子の水中に占める容積そのものを示すのではなく、形状等による影響もこの中に含まれている。Einstein の粘性式において  $a=2.5$  として求めた  $f$  の値および粒子の容積として比重より計算された固体容積  $\phi$  を用いて計算した  $a$  の値は、それぞれ図-2 に示す。  $a$  の値の 2.5 よりの偏移は粒子形状の球形よりの偏移および粒子の水和、膨潤等による粒子の水中において占める有効容積の増大等によるものであると考えられ、理論値 2.5 の数倍の値を示し、かつ粒径の小なる粒子よりなる懸濁液ほど大きい値を与えている。

さらに懸濁液の粘性係数が分散媒(水)のそれに比して濃度とともに増大することは、Stokes の式を用いて粒子の沈降速度を求める場合、液の粘性係数として分散媒のそれを採れば、実際より大なる沈降速度を与えるものであるが、懸濁液の濃度が稀薄なる場合にはこれによる誤差は僅少である。また粒子の水和および形状の球形よりの偏移もまた沈降速度を小ならしめるものである。

9. 結論

以上述べた如く土の懸濁液の粘性に関する種種の事項について、実験結果に基づき、ある程度明かにすることが出来た。これを要約すると

1. 稀薄な土の懸濁液の流動状況は純水液体とほぼ同様である。
2. 土の懸濁液の粘性はその濃度とともに増加し、比粘度  $\eta_{sp}$  と容積濃度  $\phi$  の関係は直線的である。  
すなわち  $\eta_{sp} = a\phi$
3. 同一濃度においても分散粒子が小さいほど、懸濁液の粘性は大きくなる。
4. 土の懸濁液に対する温度の影響は分散媒(水)の粘性に対する温度の影響とほとんど同様である。(10~40°C の範囲)

5. 電解質の添加等による凝固の発生は粘度を著しく増大させる。
6. 懸濁液の粘性係数  $\eta$ 、密度  $\rho$ 、および動粘性係数  $\mu$  と、濃度  $c$  との間にはそれぞれ直線関係が成立し、 $\eta$ 、 $\rho$  および  $\mu$  と分散媒のこれらの値  $\eta_0$ 、 $\rho_0$  および  $\mu_0$  との比との間には

$$\frac{\eta}{\eta_0} > \frac{\mu}{\mu_0} > \frac{\rho}{\rho_0}$$

なる関係がある。

本研究は石原教授の御指導、河盛孝夫、北村正也、宮前博志、高間佐太男の諸君の御協力をえて文部省科学研究費で実施したもので関係方面に謝意を表する。

文献その他

- 1) 松尾新一郎「土壌懸濁液の粘性について」日本学術振興会土質力学第 104 小委員会、土木学会関西支部合同講演会 昭.23.4；松尾新一郎、片山重夫「土粒子分散系の流体力学的性質について」関西工学連合講演会 昭.24.10 発表
- 2) Hagen: Abh. d. Berliner Akad. d. Wiss. Math. Abt., S. 17; Ann & Phys., 46 (1839) 413  
Poiseuille: Mem. Savants Etrangers, 9 (1846) 437  
両氏により実験的に発見せられ、後に Wiedermann (1856) および Hagenbach (1860) により理論的に誘導された。
- 3) Bingham: Fluidity and Plasticity (1922) p. 75 本実験に使用した粘度計の寸法は毛細管の半径  $R=0.0392$  cm, 長さ  $L=9.55$  cm, 両球の容積は 11.00 c.c. と 10.85 c.c. である。
- 4) 本実験に用いた粘度計は  $R=0.035$  cm,  $L=9.8$  cm, (レイノルズ数約 140) と  $R=0.036$  cm,  $L=9.787$  cm (レイノルズ数約 150) のものである。
- 5) Einstein: Ann. Physik, 19 (1906), 289, 34 (1911), 591
- 6) Oden: Nov. Act. Upsala., 3, Nr. 4. (1913) (昭.26.8.20)