

混合機構の研究

—特に水平回転円筒内の細粗固体粒子の混合中における分離について—

正員 工学博士 村山 朔郎*

准員 榎場 重正**

STUDIES ON MIXING OF GRANULAR MATERIAL —ESPECIALLY ON THE MECHANISM OF SEGREGATION OF THE MIXED FINE AND COARSE GRAINS IN A HORIZONTAL ROLLING CYLINDER—

(JSCE Oct. 1951)

Dr. Eng. Sakuro Murayama, C.E. Member, Sigemasa Hasaba, C.E. Assoc. Member

Synopsis If the mixed fine and coarse grains are poured into a horizontal rolling cylinder, they do not maintain the mixing state, but soon segregate into separated zones. This paper is a note on the experiments and theoretical analysis for the mechanism of segregation.

要旨 水平に回転する円筒に入れられた細粗の2成分よりなる固体粒子の混合中に生ずる分離について、その実験結果、分離機構の解析等を記したものである。

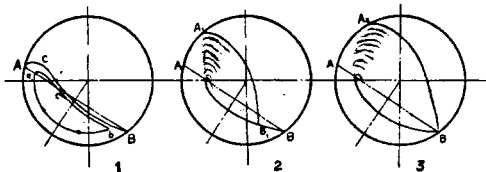
1 緒言

単純な水平円筒内に細粗粒よりなる2成分系固体粒子を入れ、円筒をその軸のまわりに回転して粒子を混合させようとする時、これら粒子は混合するよりはむしろ分離するに至ることを実験的、理論的に研究したものである。

水平回転円筒内における固体粒子の運動についてはボールミル等に関して研究されているが、2成分系固体粒子としてはその運動機構が複雑なためか殆んど扱われておらず、知るところでは僅かに大山義年氏¹⁾が行つておられる程度の様である。固体粒子を入れた水平円筒を回転すると、回転速度の遅い間は粒子は相互の摩擦及び粒子と円筒周面との摩擦によつて円筒壁に附着して円運動を行い、ある高さまで持ち上げられる

とABなる斜面を図-1・1の示す様に流下し、斜面下端において再び円運動に入る。この際低速度では斜面ABは殆んど平面であるが、速度が稍速くなるとACBの如き曲面状となり、あたかも断面は「曲玉」のような形状をなす。然し粒子と円筒との摩擦係数が小さくてABの傾斜角が粒子の安息角よりも大きくなれない場合には、粒子は上記のような運動をしないで粒子全体がそのまま円筒周面を滑る。曲玉状を呈する場合、回転速度を次第に上げると粒子はついに図-1・2に示すように円筒空間に飛び出し、拋物線運動を行つて斜面上に落下し、そこより斜面を流下した後円運動に戻る。粒子が上述の斜面流下の状態から円筒空間に飛び出すようになる瞬間の速度を大山氏は臨界速度と称している。回転速度が更に上ると図-1・3に示すように粒子の落下点が次第に図の右方に進み、更に速くなればついに粒子は円筒内面に固着して円筒と同一体のように回転する。粒子が細粗粒の混合物でも上記の様相には大差がない。この実験に用いた回転速度は上述の臨界速度以下の速度であつて、今後はこの場合についてのべる。

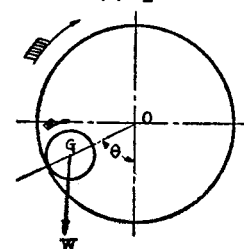
図-1



2 水平回転円筒内における粒子集合体の運動

前節においては粒子の流動状態についてのべたが、今これら粒子の集合体を全体一括して一体として見、恰もこの集合体を一つの円筒内面を転動し乍ら平衡位置を保つている円柱型剛体のように考えよう。(図-2)

図-2



*京都大学教授 工学部土木工学教室

**金沢大学講師 工学部土木工学教室

1) 大山義年: 水平回転円筒内の粒体の運動 理化学研究所彙報 第12輯12号 昭.8, 第14輯7, 9号 昭.10, 第15輯6号 昭.11, 第18輯8号 昭.14, 第19輯8号 昭.15.

円筒の中心をO、粒子集合体或いは仮想円柱剛体の重心をGとし、平衡位置における諸力のO点に関するモーメントを考えると(図-3・1 参照)

$$W(r-b)\sin\theta = T \cdot r \dots\dots\dots(1)$$

但し W: 粒子集合体又は円柱剛体の重量

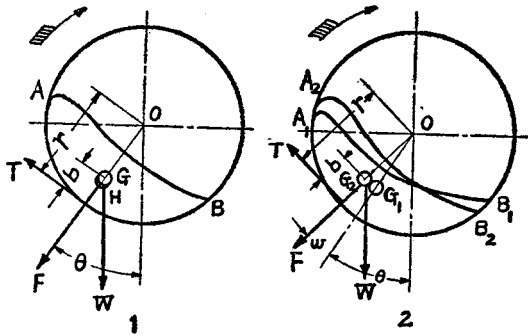
r: 円筒内径(半径) θ: 重心傾斜角

b: 重心Gの円筒周面よりの距離

T: 円筒周面に沿う全摩擦力

但し粒子集合体は仮想のような剛体ではないから、集合体の中には円筒と固着して回転する部分と集合体表面を斜面に沿って流下する部分の2つに別けられる。円筒に固着する部分の重心をHとすれば、点HにはOHの方向に遠心力Fが作用するが、Fの力線は点Oを通るから(1)式には表面的には関係しない。然し(1)式右辺のTは円筒壁に加わる粒子の直圧力に比例するから、回転数が増加する程Fは大きくなり、従つてTも亦大きくなる。故に円筒の回転速度を上昇すればTが増加する結果図-3・1の点Aは上位に移るのである。

図-3



今別に或る一定回転速度の時を考え、その時の粒子集合体の平衡位置を図-3・2に示すA₁B₁とし、その重心をG₁とする。それが或る瞬間何かの原因によつてA₁がA₂の所まで上昇してA₂B₂なる位置を占めたものとすればG₁は新たな重心G₂に移動し、∠θは∠wだけ増加する。斜面が一瞬∠wだけ急になると、今簡単に考えて斜面を流下する粒子の量が増すとみられるから、円筒に固着する粒子の量がそれだけ減じ、従つて円筒回転速度は不変であつても遠心力の大きさは小さくなる筈である。斜面の傾斜角は重力と遠心力との合力の方向に対し息角だけ傾くものであるから、遠心力が減少すると傾斜は緩にならんとする傾向を生ずるとともに、摩擦力Tが減少して粒子集合体全体が下位に動き出す。反対にwが負の場合には上と反対の現象が出来る。このようにして粒子集合体は平衡位置の上下に振動するであろう。wの大きさは実際は微小で

あるから、今仮にwによるTの変化を無視して何れの瞬間においても(1)式の時のTの値を有するとすれば、A₂B₂の位置を占めた瞬間における各力のO点に関するモーメントの約合式は次のようになる。

$$\frac{W}{g}(r-b)^2 \frac{d^2w}{dt^2} + W(r-b)\sin(\theta+w) = Tr \quad (2)$$

ここにwは微小な角として取扱い、(1)式を(2)式に入れて整理すると

$$\frac{d^2w}{dt^2} + n^2w = 0 \quad \text{但し } n^2 = g \cos\theta / (r-b) \dots\dots(3)$$

これは単弦振動を表わすもので最大振幅をw₀とし、この時を時間原点(t=0)とすれば

$$w = w_0 \cos nt \dots\dots\dots(4)$$

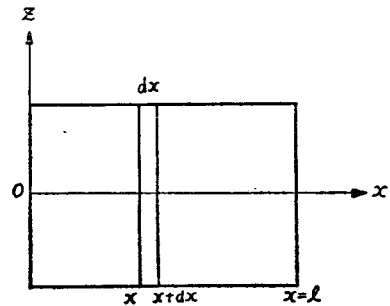
又粒子集合体の重心に作用する周期力Pは

$$P = W \cos \theta w = W w_0 \cos \theta \cos nt = K \cos nt \dots\dots(5)$$

(但し K = W w₀ cos θ)

次に図-4に示すように平衡位置にある粒子集合体の重心位置に長さの方向にx軸をとり、これに直角に単弦振動面内にz軸をとる。粒子集合体のx=0, x=lの両側面には壁があるため、そこでのz方向の変位は困難であると考え、且つかくの如き集合体が前述の如き単弦振動に伴う強制周期力をうけているものと考え。但し単弦振動の結果生ずる周期力は厳密に考えれば、このような境界条件を有する集合体に対してはxの全長に亘り一様とは出来ないけれども、単弦振動が両側壁面の極く近くまで生じているとして一応周期力の大きさはxに無関係に(5)式で示されるものと仮定

図-4



する。その結果今z軸に平行な各断面において、粒子集合体がこの断面に沿つて剪断振動を生じるものとなし、dxなる薄片についてξをw>0の方向の変位、μを剛性率とする。然らばxなる位置の断面に働く剪断応力はμ ∂ξ/∂x、又(x+dx)なる断面での剪断応力はμ ∂ξ/∂x + ∂/∂x (μ ∂ξ/∂x) dxであり、粒子集合体の断面積をA、粒子単位体積の重量をγとすれば

$$A \frac{\gamma}{g} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} dx = A \mu \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} dx + K \cos nt dx$$

$$\therefore \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + k \cos nt$$

但し $c^2 = \mu g / \gamma$, $k = \alpha_0 g \cos \theta$ }(6)

こゝにおいて粒子集合体内に生ずる振動は時間が経ち自己振動が消滅すると、 n なる振動率に応じたものだけが表われると考えて

$$\xi = Y(x) \cos nt$$

とおいて、(6)式を恒数変化の方法²⁾によつて解けば

$$Y(x) = A \cos(nx/c) + B \sin(nx/c) - k/n^2 \dots\dots(7)$$

上述のように両端面にては剪断振動が抑制されていると考えると

$$x=0, x=l \text{ にて } Y(x)=0 \text{ とすれば}$$

$$A = k/n^2, \quad B = (k/n^2)\{1 - \cos(nl/c)\} / \sin(nl/c)$$

.....(8)

$$\therefore Y(x) = k/n^2 \left[\cos(nx/c) + \frac{1 - \cos(nl/c)}{\sin(nl/c)} \sin(nx/c) \right]$$

.....(9)

粒子集合体自体の最低振動率は π/l でこれを p とすると

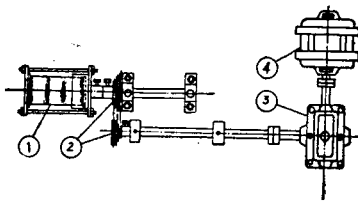
$$Y(x) = \frac{k}{n^2} \left[\cos \frac{\pi}{l} \frac{n}{p} x + \frac{1 - \cos(n\pi/p)}{\sin(n\pi/p)} \sin \frac{\pi}{l} \frac{n}{p} x - 1 \right] \dots\dots(10)$$

粒子集合体内には(10)式のような剪断振動が生じていることとなる。(3)式、(10)式の実際の振動は実測装置の不備で実測することは出来なかつたが、点Aの上下動をトランシットの望遠鏡で観察した所では明らかに振動が存在することを認めることが出来た。本研究は(10)式の振動によつて細粗粒子の分離の主因と考えたのであるが、分離の様相とその機構の考察は以下に述べる。

3 実験装置及び実験方法

図-5 は実験装置の概略で、①はガラス円筒(内径

図-5



12.6cm, 長さ 20cm) 且つこの両側面にはガラス板を当てて塞ぐ。②は変速用丸ベルト段車, ③は減速用羊虫及び羊虫歯車, ④は三相誘導電動機(1HP)。粒子は相馬, 豊浦標準砂を用い粒径は夫々標準篩目 1.2mm 目通過, 0.6mm 目止り及び 0.3mm 目通過, 1.5mm 目止り(粒径比 4:1) 真比重 2.63 のものを使用し,

2) 坪井忠二: 振動論 p388

粗粒の相馬砂は黒色に染めて識別を便にした。円筒の回転数は 22, 34, 51 r.p.m., 混合比は粗/細の重量比で 1/2, 2/3, 1/1, 2/1 の 4 種とし, 挿入量は回転を停めた時粒子集合体弓形断面を挟む円筒中心における中心角 (2α) で測り, (2α) は $91^\circ 42'$, $114^\circ 38'$, $137^\circ 36'$ の 3 種とした。細粗粒は回転前よく混合しておき, 回転約 2 分間後において略分離完了時の分離状態を求めた。これは回転をこれ以上続けても分離状態には大差がなかつたからである。又分離後の砂体には寒天を流し込み, 砂体を固結後これを切断して内部の分離状態

図-6

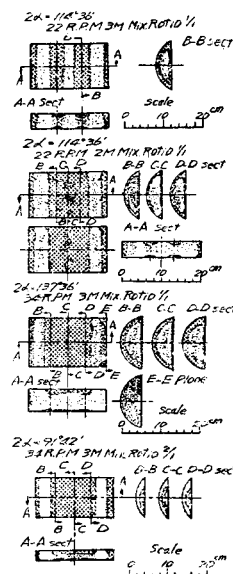


を記録した。

4 実験結果

3 において述べた装置, 方法によつて得た結果の平均を示すと, 図-6, 7 のようになる。その概要をのべると, 粗/細の比が 2/3 くらい迄の細粒の割合の多い時は黒縞(粗粒の集る帯状部分)は中央に 2 本と両壁沿いに出る。粗粒の割合を 2/3 を越える位に多くすると黒縞は中央に幅広く 1 本出る事がしばしば見られ, 2/1 では常に 1 本或

図-7



いは一様に粗粒が表面を覆うが, これらを寒天で固め切断すると図-7.3, 7.4 のように黒縞は 2 本になる様な傾向にあつたことが分かる。次に挿入量 (2α で示す) の影響は, 同一混合比においても挿入量が多くなると黒縞の位置が中央による傾向がある。

又挿入量一定のもので回転速度が増すと, 両側の黒縞が狭くなり殆んど表われない場合が出来る。なほ縞の発生状況は最初の混合の如何によらず, たとい細粗粒を別々に挿入しても同様

の結果を見た。

5 分離機構に対する考察

今細粗の粒径を異にする粒子をよく混合して容器に入れ、容器に振動を与えると器内の粒子は変位をおこし、又粒子間に間隙を生じるが、粗粒子は大径のため隙を通りにくく粒子群の内部に浸入出来ないでいる間に、小径の細粒子は容易に粗粒子の変位した間隙等をぬつて重力の方向へ移動する。従つて細粒子の移動によつて粗粒子は細粒子の移動方向と反対方向に押しやられ、結局細粗粒子は分離することとなる。換言すれば粒子群に振動のような攪乱を与えると、細粒子は物体力の方向に動き、粗粒子は力と反対の方向に動き、こゝに分離の傾向が生ずると言える。

水平回転円筒内の2成分系(細粗)粒子の分離に対する考察としては、大山氏の研究⁹⁾があるが、氏の研究では粒子の分離を粒子の流下する斜面内の剪断滑り面を用いて説明されている。然し本実験の経験から見ると、分離の原因が滑り面にあると考えることは稍疑義がある様に思われる。そこでこゝでは本項始めにのべた現象と(10)式の剪断振動とを併せて考えて、分離の進展する過程は次の3段階によつて進むものと考えた。

第1段階：円筒が回転を始めると砂体の斜面を一樣に薄層をなして粒子が流下する。従つて流下層内の粒子は攪乱されるため、細粒子は流下しつゝ粗粒子の間隙をぬつて流下層の下部に沈降する。またいくらかの斜面上を転動流下する細粒子は粒径に比し斜面の凹凸が大きいため、その転動抵抗が粗粒子よりも大きくなり、粗粒子程斜面下端より遠くに行かず砂体の中心部に近いところから円運動に入る。従つて回転の初期においては斜面及び円筒の接面の表層部は殆んど粗粒子により占められる。故に粗粒の多い場合は粗/細比 $\frac{1}{2}$ の時見られたように、第1段階での粗粒子の表層への出方が多すぎて第2、第3段階の分離が進みにくくなり、黒線は1本のみか又は全然細粒子が表層に出ずに終る。

第2段階：図-8は(10)式の示す剪断振動の振動波形を $l=20, 10,$ 及び 5cm の3場合について後述の方法によつて画いたものである。(表-1参照)即ち回転が進むと砂体内には図-8に示す様な剪断振動が生ずるが、振動の腹の所では振幅が最大であるから攪乱を激しくうけ、細粒子は重力と遠心力との合力方向に粗粒子の間隙をぬつて次第に移動し、第1段階で円筒との接面に表われた粗粒子の中に侵入する。一方振動の節の部分では粒子に攪乱がないため、粒子は第1段階で得た相互位置を変えない。この間第1段階の分離

図-8

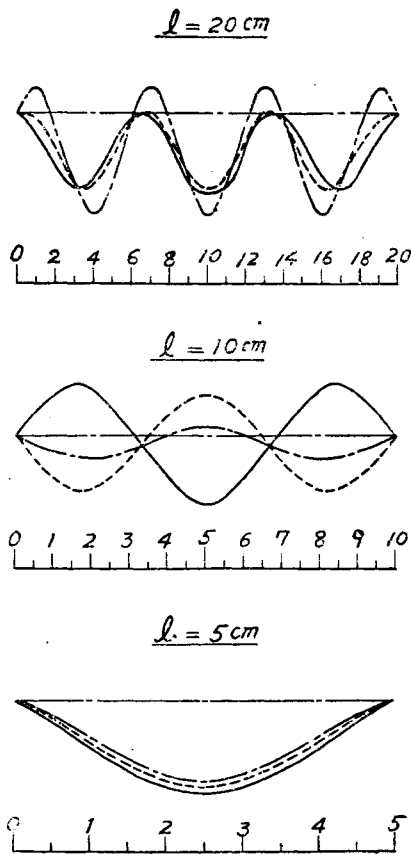


表-1

中心角	θ	$r-b$ (cm)	n	図-8中の 符号
$91^{\circ}42'$	35°	5.16	12.46	———
$114^{\circ}38'$	"	4.59	13.21
$137^{\circ}36'$	"	3.94	14.21	- · -

もあるがその流下層の厚さが非常に薄いため、上記の第2段階での分離を妨げることがない。そして第1段階での粗粒子の分離層の出来方が第2段階の腹の部の分離の出来方よりも少いときには、細粒子は表層への出方が多くなり逐次分離が明らかになる。一方振動の腹の部分では内部の細粒子が表層に移るため内部に空隙を生じる。その空隙をうめる様に節の部分から細粒子が横向に移動し、このため粗粒子は逆に節の方に押しやられ図-7の切断面において見られる様に節に多く集ることになる。

第3段階：第2段階による分離が進むにつれ振動の腹の位置と考えた細粒子部分が量的に多くなり、図-9に示すよう

図-9



3) 前掲 1)

に細粒子の部分の表面が山をなし、節に当たると考えた粗粒子の部分の表面が谷をなす。そのため山より谷への表面流れも生じ、第1段階によつて表面に出た粗粒子は流動性がよいためこの流れにより細粒子よりも多く谷に向つて流れ集り益々分離が増進する。

以上は $l=20\text{cm}$ の場合の水平回転円筒における細粗粒子の分離機構の解明であるが、この理論の普遍性を吟味するため $l=10\text{cm}, 5\text{cm}$ の各場合について実験した。なお図-8 の剪断振動の波形を最初から画くことは(10)式中の剛性率(μ)の値の実測が極めて困難なために出来ない。そこで $l=20\text{cm}$ の場合については上述の第2段階の理論が成立するものと仮定して、黒縞(粗粒帯)の位置と(10)式より求められる節の位置とを一致させる様な μ の値を算出した。それらを平均してその結果、 $\mu \cdot g = 314.3\text{gr/cm}^2$ (平均値)

但し単位体積の見掛け重量は $\gamma = 1.7\text{gr/cm}^3$

次にこの μ の値を用いて $l=20\text{cm}, 10\text{cm}, 5\text{cm}$ の各円筒について(10)式より波形を求めたものが前掲の図-8 である。この波形を見て予想される事項は $l=10\text{cm}$ の場合には黒縞の位置は $2\alpha = 91^\circ 42'$ の時は両端より 3.2cm の附近に、 $114^\circ 38'$ の時は 3.5cm 附近に、 $137^\circ 36'$ の時には 4.0cm 附近に生ずる。又 $l=5\text{cm}$ の場合には黒縞は生じない。これに対する実験結果は、図-10 及び 11 のように殆んどよく一致しており、砂体を寒天で固結して切断した結果も $l=5\text{cm}$ の場合には黒縞の発生傾向は全く見られない。そして又 4 でのべたように粒子挿入量の多い程黒縞の位置が中央に寄る事実も図-8 の結果とよく一致してい

図-10

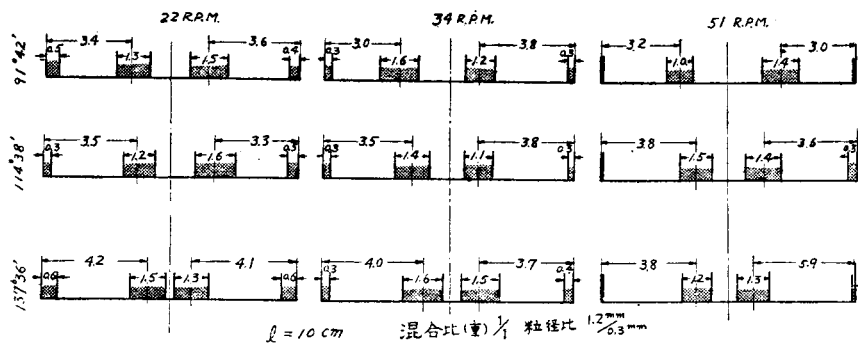
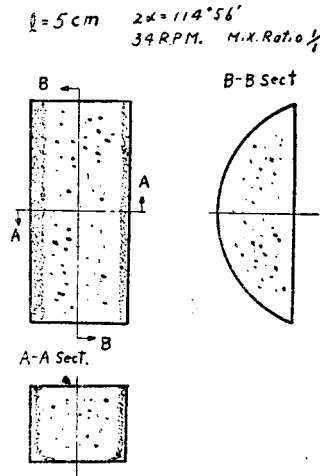


図-11



る。なほ回転が速くなると両端の黒縞が幅狭くなることは、回転が速くなったため両側壁寄りの部分の剪断作用が激しくなり、接触面より或る深さ迄は流動性に富む乱流層を生じ壁面による拘束が緩和されて、壁面の極く附近まで剪断振動が生じる結果、粗粒子がこゝにも表われて黒縞が消失するものと考えられる。

6 結言

以上の解明はこゝに扱つた実験の範囲では細粗固体粒子が水平回転円筒内で混合中分離して行く機構をよく説明づけることが出来たが、仮定があり又実測例にも乏しいのでその普遍性については今後の研究にまきたいと思う。若し本理論が正しければ分離の主因は砂体の円筒内での平衡位置を中心としておこる単弦振動より誘発される砂体自身内の剪断振動であり、分離を避けるためには円筒長さをその径に比して短くすること等により剪断振動の節を砂体中につくらぬようにすることである。本研究は更に延長して土木機械にお

ける種々の混合機構の解明及び一層よい混合条件の発見につとめるつもりである。なほこゝに文部省科学研究費の援助を受けたことをのべ感謝の意を表する。

(昭.26.7.13)