

- 回講演会, 昭. 23.10
- 4) 福井武弘; 構造物の安全率に関する研究, 第3回関西工学連合講演会, 昭. 25.10
- 5) 多田美朝; 溶接々手疲労強度に就て, 溶接協会誌, 昭. 18.2
- 6) 横堀武夫; 鋼の疲労破壊, J. Phys. Soc. Japan, No. 2, March-April, 1951.
- 7) G. Lobo, Jr; Strength of Butt Welds, J. A. W. S., April 1929.
- 8) 佐藤良一郎; 数理統計学, 培風館
- 9) J. J. Slade; An Asymmetric Probability Function, Trans. A. S. C. E., Vol. 62, 1936.
- 10) 岩井重久; 水文学における非対称分布に就て, 土学会論文集, 昭. 21. 2号
- 11) 岩井重久; 統計的継続曲線とその土木工学への応用, 土木技術, 昭. 24.8~11
- 12) 岩井重久; 濾過砂粒度の統計的解析とその濾過理論への応用, 第3回関西工学連合講演会, 昭. 25.10
- 13) 統計科学研究会; 統計数値表 I, 河出書房
- 14) Committee on Fatigue Testing Welding Research Council, N. Y.; Fatigue Strength of Butt Welds in Ordinary Bridge Steel, Report No. 3., The Welding J. May, 1943.
- 15) W. M. Wilson; University of Illinois Bulletins, No. 327 (Feb., 1941), No. 344 (Oct., 1943).
- 16) A. W. S.; Welding Handbook, 3rd Edition, Chapter 48. 1950.
- 17) I. A. B. S. E., Final Report, II Congress, 1936.
- 18) A. S. T. M.; A. S. T. M. Manual on Presentation of Data,
- 19) 石原, 岩井; 降雨曲線の決定に関する一統計的方法, 建設工学, 昭. 22.1 (昭. 26.4.12)

底流砂又は伏流に関する一考察

正員 久 宝 保*

A RESEARCH OF THE FLOW OF SANDY BED-LOAD OR UNDERGROUND WATER

(JSCE Aug. 1951)

Tamotsu Kuboo, C. E. Member

Synopsis As an example of the application of Psammo-hydraulics which was established by the author, the author mentions, in this paper, a method of solving a problem on uniform velocity flow and exchange of internal energy.

From that results the author seems that (1) the velocity distribution of the flow of underground water and sandy bed-load (the flow of under layer) is approximately parabolic, (2) if the sand or gravel is settled without containing impervious materials, the thickness of the underlayer has a relation to the mean velocity of surface water, (3) also there is a relation between the mean velocity of the under flow and that of the upper water flow, and (4) the Psammo-hydraulics is consistent with the usual hydraulics on the alluvial river.

要旨 著者が前に示した土砂水理学¹⁾の応用例として、本論では2層の流れの等流及び内部エネルギーの交換の問題の解法を示すこととする。即ちその表層は水のみ流れとし下層は底流砂又は伏流とする。

その結果、(1)伏流及び底流砂(下層流)の速度分布は大体抛物線を示し、(2)もしも砂礫が不透透材に会うことなく下方に連続していると、その下層流

を生ずる厚さは表層の平均流速により、(3)同様に下層流と表層流との平均流速の間にはある関係があり、又(4)土砂水理学が沖積地河川流のための従来の水理学と矛盾するものではないと思われた。

最後に沖積地河川の不等流の内部エネルギーの交換を論ずる目的で、著者は土砂水理学のエネルギー方程式により、沖積地河相を定性的に示し、特に表面定常波及び水流の慣性を強調しておく。ここにこれらの結

* 徳島大学教授, 工学部土木工学科

図-1 砂上の平均流速図
Mean velocity of flow on sand

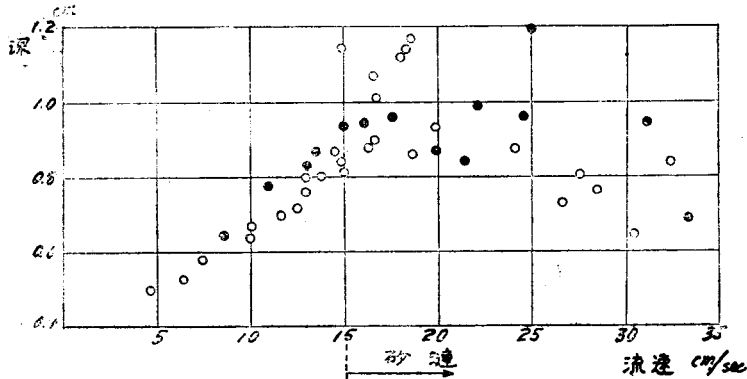


図-2 砂 漣
Sand ripple

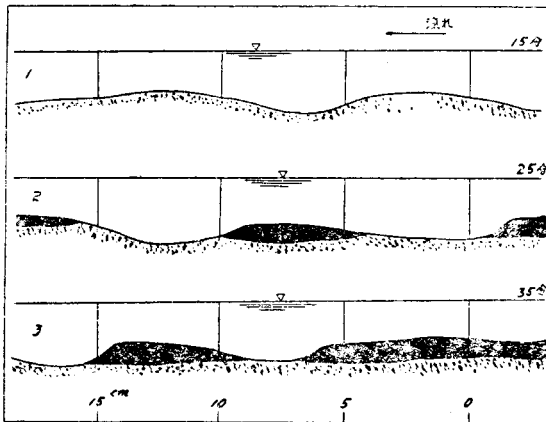
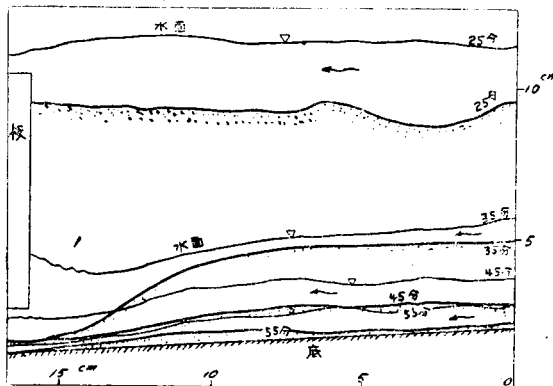


図-3 射流中の砂の動き
Sand movement in jet flow



果を用いれば河川工事の目的に多大なる貢献をなしうるものと思つているものである。

1, 底流砂及び伏流に関する実験

古くは Sainjon が砂礫層上の水流とその底流砂の

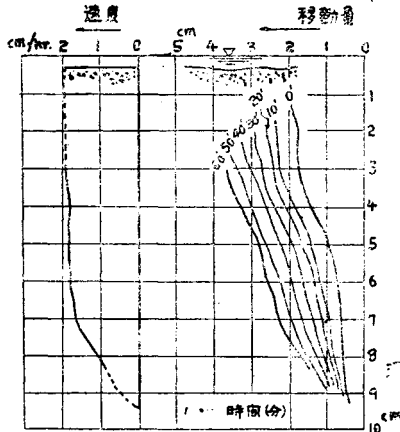
平均流速とが比例的関係にあることを認め²⁾, Deacon はその平均流速と砂礫の運動状況を分けて考へ³⁾, 安芸皎一博士は Deacon より詳細な実験を行っている。⁴⁾ 著者はそれらの実験結果と White⁵⁾ 等の考へにより, 表層水流々速の小さな場合の底流砂は砂漣として移動し, その水流々速の大なる場合の底流砂は水中に捲上げられるようにして移動し, その境界が常流と射流との限界にあるとしたのがよいと考えている。これら

らに関して著者はガラス張水路⁶⁾ に豊浦産の標準砂を厚さ約 10 cm 程水平に均して入れ, その上に水を通じて実験を行つたが, (1) このような小水路では砂漣が発達すると水深の測定が困難となり, 従つて表層水流の平均流速も求め難くなり, (2) たとえ同一状況の水深における平均流速でも砂漣が移動すると水深と流速との関係が安芸博士の示されたようには⁴⁾ 整然とはならない場合のあることが認められた。(図-1 参照)。次に著者はその水路の上流端に墨染の砂を埋め, 通水により砂漣を発達移動せしめ, (1) 砂漣が定期的には相似形をもつて下流に移動するが, (2) 局部的には砂粒自身は可なり遠くまで移動せしめられることがあり, (3) 砂漣の谷には墨染の砂が堆積し難く, (4) (この場合定常波を生じたが,) 平均水面は水平に近くなることが認められた。(図-2 参照)。同様な実験を射流の場合について行つてみたが, (1) 底流砂は薄層で剝がれるように流下し, その流速は水の流速と大体等しく, (2) 射流部上流位の土砂はそれを補給するために迅速に移動し, 砂漣はみられなかつた。(図-3 参照) なお吉野川 42 km 間の土砂の実地調査の結果, その淵の部分か必しも土砂の堆積部でなく, 瀬が必しも浸蝕部とは限らないことを認め, 局部的には河川自身の治水作用が行われるものではなく,⁷⁾ なお河川改修工事の必要なことが痛感せられたのである。

次に地下水流に関する研究は Darcy, Forchheimer, Kozeny⁸⁾, Muskat⁹⁾ 等によりなされて来たが, 表層流を伴う伏流の理論及びその実験はあまり見られなかつた。ここに著者は相馬及び豊浦産の砂を前記のガラス張水路につめ, 色素を用いて伏流の状況を実験してみたが, 砂のつめ方及び締固め程度と通水

後の時間によつて、伏流の状況が相異し定量的な結果は得られ難かつたが、(1) 伏流水と表層水流とが関連すること、(2) その伏流々速分布が大体抛物線状をなすことが認められた。(図-4 参照)。

図-4 伏流の動き
Movement of underground water



2. 流速分布

前述のような下層流について、その等流に関する流速分布を濁濁水の場合と同様に⁶⁾、

$$u = gJ \int \int [\rho_r dy]_{y=0} - \int \rho_w dy / \mu_k dy + u_0 \dots (1)$$

で与えられることとし、ここに u を流速、 y は下層流の表面より上向きにとつた座標軸、 $y = -H_0$ で $u = 0$ 、 $y = 0$ で $du/dy = 0$ 及び $u = u_0$ とし、又ここに μ_k は著者のいう総合的粘性係数であり、これが y 軸方向の分布に関しては現在の研究段階では、

$$\mu_k = \text{const} \dots (2)$$

とおくこととする。次に ρ_r は下層流の流質の合成密度を示すものであつて、底流砂の場合には土砂と水との混合の割合より定められ、伏流の場合には土砂の空隙率によつて定められる。この y 軸の方向の分布に関しては勿論一概に定められ難いが、著者の実験及び Kozeny⁸⁾ の考え方より誤差曲線で示したのが妥当と思われ、

$$\left. \begin{aligned} \text{底流砂: } \rho_r &= (\rho_w - \rho_b) e^{ay} + \rho_b \\ \text{伏流: } \rho_r &= \rho_w \{ (1 - K_b) e^{ay} + K_b \} \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

但し ρ_w は水の密度、 ρ_b は底流砂の最下部の合成密度、 K_b は伏流を生じない深部の土砂の空隙率とする。著者が豊浦産の砂で実験すると大体、底流砂で $a = 1.36$ 、伏流の場合で $a = 2.27$ (単位 cm) と思われた。このように (3) 式で ρ_r を仮定すれば本質的に濁濁水流の場合と相異がない。⁶⁾ さて (2) 及び (3) 式により (1) 式を積分することによりその流速分布

が求められるが、(2) 式及び (3) 式の示す a の値のように、その a が比較的大きいときには $\rho_r = \text{const}$ となり、結局流速 u の分布は (1) 式より抛物線に近くなることを示す。(これは 1. の実験よりみても明らかであつた。) 次に $y = -H_0$ で $u = 0$ 、 $y = 0$ で $u = u_0$ 及び $du/dy = 0$ と仮定すれば、

$$u_0 = \frac{gJ}{\mu_k} \left\{ \frac{1}{2} \rho_b H_0^2 - (\rho_b - \rho_w) (e^{-aH_0} - 1) / a^2 \right\} \dots (4)$$

又は、

$$u_0 = \frac{gJ}{\mu_k} \left\{ \frac{1}{2} \rho_w K_b H_0^2 - \dots \right\}$$

とせられ、土砂が不透透性層に会うことなく無限に続いているときの下層流を生ずる厚さ H_0 とその下層の表面の流速との関係が得られる。更にもしも u_0 が表層水流の平均流速に比例するものと仮定し、

$$u_0 = b u_{1w} \dots (5)$$

とおくことができれば、(4) 式より (a が充分大きければ)

$$H_0 = \sqrt{\frac{2b \mu_k u_{1w}}{\rho_b gJ}} \dots (6)$$

又は、

$$H_0 = \sqrt{\frac{2b \mu_k u_{1w}}{\rho_w K_b gJ}} \dots (6)$$

とすれば実際の沖積地河川に使用できる式になるように思われた。[即ち著者の豊浦産砂の実験では、底流砂では $H_0 = \sqrt{\frac{u_{1w} - 8.8}{1.06}}$ 、伏流では $H_0 = \sqrt{\frac{u_{1w}}{4170 JK_b}}$ (cm-sec 単位) となつた。]

3. 平均流速

さて下層流の流量を論ずる上にはその平均流速を知る必要がある。その流速分布が前の 2. によつて論ぜられると、これを全体の深さ H_0 について積分し平均し、

$$u_{2r} = \frac{1}{H_0} \int_0^{H_0} u dy$$

として平均流速 u_{2r} を求めることができる。しかし前に示したように a の値が大きければ、

$$u_{2r} / u_0 = 1/6$$

即ち、

$$u_{2r} = \varepsilon u_{1w} \dots (7)$$

となり、(豊浦産の砂で $\varepsilon = 1/634$ 、同じく伏流では $1/2000$ 。) Sainjon の底流砂の結果と一致しよう。²⁾ 更に (6) 及び (7) 式よりこの下層流の流量を求めると大体において、

$$Q_{2r} = H_0 u_{2r} \propto u_{2r}^{3/2} \propto u_{1w}^{3/2} \dots (8)$$

となり、底流砂に関する Straub¹⁰⁾ の結論が大体成立することになる。

さてこのような2層流に関する結果を著者の示したエネルギー方程式¹⁾にあてはめて、底流砂に関する2次元流に改めると、

$$\begin{aligned}
 & -J'(y_{1w} + \varepsilon y_{2w} + \varepsilon \gamma_s' y_{2s}) + \frac{1}{2g} \left(y_{1w} u_{1w}^2 \frac{d\alpha_{1w}}{dx} \right. \\
 & \left. + y_{2w} \varepsilon^3 u_{1w}^2 \frac{d\alpha_{2w}}{dx} + y_{2s} \gamma_s' \varepsilon^3 u_{1w}^2 \frac{d\alpha_{2s}}{dx} \right) \\
 & + u^3 U_{1w} \frac{dC_{1w}}{dx} + \varepsilon^4 u_{1w}^3 U_{2w} \frac{dC_{2w}}{dx} \\
 & + \varepsilon^4 u_{1w}^3 \gamma_s' U_{2s} \frac{dC_{2s}}{dx} = 0 \dots\dots\dots(9)
 \end{aligned}$$

但し J' は水面勾配, y は実質流部の厚さ, γ_s' は土砂の比重, U は潤辺長, suffix 1 は表層流, 2 は下層流, w は水, s は土砂を示すものとする。($u_{2r} = u_{2w} = u_{2s} = \varepsilon u_{1w}$ とする) こゝに C_{1w} , C_{2w} , C_{2s} は周辺で失うエネルギーの割合を示すもので、これを無視する代りに、内部で失うエネルギーの割合 α_{1w} , α_{2w} , α_{2s} を含めて考えるならば、

$$u_{1w} = \{2gJ'(y_{1w} + \dots\dots\dots)\}^{1/2}$$

となり、表層水流の平均流速即ち底流砂の平均流速が Chézy 系の流速公式に従うこととなり、これからでも(8)式と同様な結果を得ることになる。しかしこれに反して、内部で失うエネルギーの割合を無視し、周辺で失うエネルギーのみを考えると、

$$u_{1w} = \{J'(y_{1w} + \dots\dots\dots)\}^{1/3}$$

となり、いわば Manning 系の式を得る。これを実験的に検してみようとしたが、1. に示したように求めた結果が比較的散在し、Chézy, Manning 系の何れとも定め難く、又底流砂に関する $u_{1w}^{3/2}$ 則は勿論、O'Brien の u_{1w} に比例する説¹⁰⁾の何れとも判断し兼ねた。

次に周辺の摩擦の項を考慮しない場合の伏流に関する2次元等流を考えると、そのエネルギー方程式は、

$$\begin{aligned}
 & -J'(u_{1w} y_{1w} + u_{2w} y_{2w}) + \frac{1}{2g} \left\{ u_{1w}^3 y_{1w} \frac{d\alpha_{1w}}{dx} \right. \\
 & \left. + u_{2w}^3 y_{2w} \frac{d\alpha_{2w}}{dx} \right\} = 0 \dots\dots\dots(10)
 \end{aligned}$$

となり、本式において表層流が Chézy の平均流速公式により、伏流が Darcy の法則に従うものとすれば、伏流の平均流速 u_{2w} を求めることができる。即ち、

$$\begin{aligned}
 & y_{1w} = 0, u_{1w} = 0; J' = J_{2w} \\
 & u_{2w} = k J_{2w} \quad (k \text{ は滲透係数})
 \end{aligned}$$

及び、

$$\begin{aligned}
 & y_{2w} = 0, u_{2w} = 0; J' = J_{1w} \\
 & u_{1w} = \frac{1}{n} \sqrt{y_{1w} J_{1w}} \quad (n \text{ は粗度係数})
 \end{aligned}$$

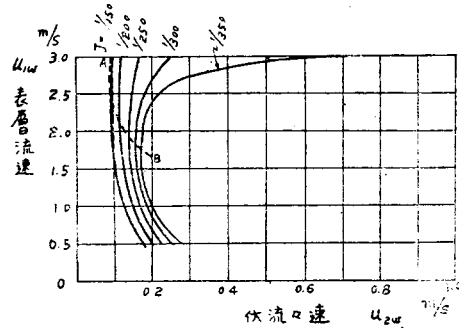
とし、 $J' = J_{1w} + J_{2w}$ とすると、

$$\begin{aligned}
 & u_{2w} = \frac{J' y_{2w} \pm \sqrt{J'^2 y_{2w}^2 - \frac{4}{k} (n^2 u_{1w}^3 - J' u_{1w} y_{1w}) y_{2w}}}{2(n^2 u_{1w}^3 - J' u_{1w} y_{1w}) / k} \\
 & = \frac{\sqrt{k y_{2w} (J' u_{1w} y_{1w} - n^2 u_{1w}^3)}}{J' u_{1w} y_{1w} - n^2 u_{1w}^3} \dots\dots\dots(11)
 \end{aligned}$$

となり、(11)の後の式は水面勾配 J' が実際何川のように比較的小さい場合に用いることができよう。その計算例として $n=0.025$, $k=0.0002$, $y_{1w}=2$, $y_{1w}=2$, $y_{2w}=1$, $J'=1/150$ 等を図示すると、図-5 のようになり、そのA, B より上位の曲線は表層流と伏流との関連が特に著しく(時には底流砂を生ずる前提となり) A, B より下部は従来の考えのように伏流が表面勾配のみによる(即ち Darcy 法則のみによる)と考えた場合に應ずるものである。

図-5 伏流水の平均流速

Mean velocity of underground water



4. 2層流間のエネルギーの交換

沖積地河川流に関してそのエネルギー方程式の数値計算例の結果から、大体次のことが明白である。即ち(1) 2次元流で表面波を考えなければ、底流砂を生ずる厚さは流れの方向に変化し難い、(2) 底流砂は表層流が加速されると捲上られ易く、(河床は浸蝕され易く) 逆も成立する、(3) 底流砂は滑動的に移動することより捲上げられて移動され易い、(4) 表層水は水深の減少部で滲透し易く、逆の場合に伏流水が湧出復元する、(5) 表面定常波は一般に減衰するが、河床が順勾配よりも逆勾配、河幅の拡る区域より狭まる区域、水深の大なる場合より小なる場合の方が減衰の割合が大きい。(6) 河川の彎曲蛇行部では水位が上昇し、流れを阻止し易いことが明白となつた。

以上は2層間或いは各種エネルギーの交換として、そのエネルギー方程式より一般に論ぜられるものである。特にその不等流(或いは不定流)に関するエネルギー方程式¹⁾より、(1) 水面の変化が河床の急変に応じて生じなかつたり、水面が河床の急変の下流部にお

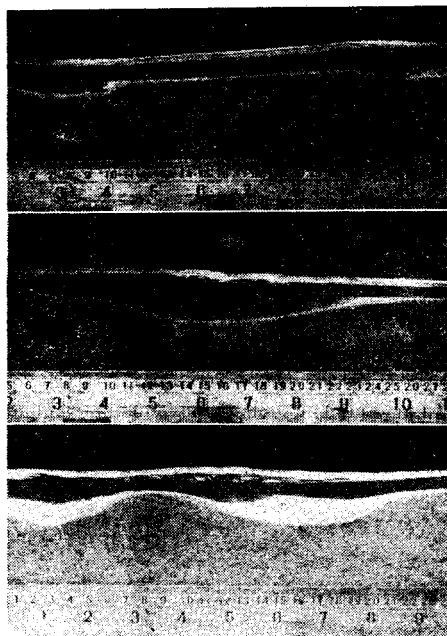
いて生ずることがあるので、これを水流の慣性による項を考えに入れなければ説明され難く、(2) 表面定常波は水面の(正則的)連続を保つために必要な項であると思われ、各種エネルギーの交換余分量として波及び水流の慣性によるエネルギーを考えておいたのがよいのではないと思われる。

その他著者の考えを簡単に示すと、

- (1) 加速流——攪乱化——河床浸蝕——表層流滲透——表面波減衰著しい。(2) 減速流——静穏化——土砂堆積——伏流水湧出——表面波の減衰率小(増大することあり)

という傾向が認められた。例えば 写真—1 はその写真を示したものである。

写真—1 砂上の流れの写真
Photos of water flow on sand



5. むすび

本論文の他に、「沖積地における河川流について」⁹⁾をもつて沖積地河相の全般を論じたものであるが、紙面の都合でいわば結論の列記に止つた。しかしこれらより明らかなことは、著者の示す土砂水理学(Psammo-hydraulics)により、従来極めて概念的であつた妥当な河相論を少くとも式の上で論ずることができるようになったものと考えている。この水理学及びその結果を用いて河川工法の企画設計をなし、それに貢献せんとするのが本論の目的である。しかしなお本論を定量的に進展させることを目的としているが、幸にも石原藤次郎博士その他各位の絶大なる御支援により、それが達成に懸命の努力をなしているものであり、ここにそれら各位に対して深甚なる謝意を表するものである。終りに昭和 25 年迄の文部省科学研究費は本研究のために費されたことを記しておこう。

参考文献

- 1) 久宝保; “沖積地における河川流について,” 土木学会誌, 第 36 卷, 第 5 号, 9 頁
- 2) Sainjon, Ann. des Ponts et Chausees, 5, 1871, p.272.
- 3) Buckley; Irrigation Pocketbook, 1920, p.152.
- 4) 安芸皎一; 「河相論」
- 5) White; “The equilibrium of grains on the bed of a stream,” Proc. of Roy. Soc. London, 1940, p.322.
- 6) 久宝保; “潤濁水流について” 土木学会誌, 第 36 卷, 第 6 号
- 7) 安芸皎一; “河川工学の展望,” 科学, 第 21 卷 第 2 号, 54 頁
- 8) Kozeny; “Über Grundwasserbewegung,” W. u. W. 1927.
- 10) 野満隆治; 「河川学」179 頁等

(昭. 26.4.15)

御 詫 び

6号よりコンクリートダム特論として講座を毎号連載する予定でございましたが、筆者の都合により7号及び本号は登載出来ませんでした。謹んで御詫び申し上げます。尚9号より引き続き登載の予定ですから不悪御諒承願います。

訂 正

6号講座「ダムの設計条件について」中次の通り訂正致します。

32 頁右段上から 25 行目

誤

$$n \leq 4, f = 0.75 \dots$$

正

$$n \geq 4, f = 0.75 \dots$$

准員 小林庄五郎氏は去る 5 月 22 日逝去された旨通知がありました。本会は茲に深甚なる哀悼の意を表します。