

# 衝合溶接の疲労強度決定に関する一統計的考察

正員 福井 武 弘\*

## A STATISTICAL INVESTIGATION OF FATIGUE STRENGTH OF BUTT WELD

(JSCE Aug. 1951)

Takehiro Fukui, C. E. Member.

**Synopsis** In order to increase the reliability of butt weld against the repeated load, the present author has tried, in this paper, to determine a fatigue-strength curve by treating the problem statistically, introducing the conceptions of "frequency of happening of repetition" and "non-super probability" and thus tried to give a definite ground. Although it is a common practice to make the distribution of  $n$  for each of  $\sigma$  an asymmetric distribution, the author adopted the Gauss's regular distribution in which the logarithmic transformation is applied to the variable of probability.

As an example of its application, the author has obtained equations of the standard strength and the repetition strength utilizing the test result by Committee-F of the United States.

**要旨** 溶接合の繰返荷重に対する信頼度を大ならしめるために、繰返数生起の頻度、非超過確率の観念を導入した統計的取扱いによる疲労強度曲線を決定し確固たる根拠を与えようとしたものである。

各  $\sigma$  に対する  $n$  の分布は非対称分布をするのが普通であるが、これに対しては「確率変数の対数変換を行つた Gauss の正規分布」を採用した。

なお、適用例としては、米国の Committee-F の試験結果を用いて基本強度及び反覆強度の式を求めた。

### 1. 緒言

構造物の設計計算をする場合、安全率の値をいかなる値にとるべきかということは、我々の取扱う土木構造物の規模及び公共性が大きいことから考えて非常に重要な問題である。

安全率を合理的にかつ客観的に決定するには、その物理的性質に統計的概念を挿入することによつてのみ可能であり、これによつて歪みや抵抗の現象を組成している個々の性質は、個々の最大、最小の値によつてではなくして頻度によつてあらわされることになる。

以上の観点から、最近統計科学を活用した安全率が考察されている。<sup>1),2),3),4)</sup> この場合、歪み及び抵抗の値の頻度分布範囲に影響を与える個々の原因の中、主要なものについては予め解析しておく必要があり、本論文はそのための一つである。

### 2. 衝合溶接の疲労強度

疲労試験においては、他の条件をいかに同一に保つ

ても疲労破壊するまでの繰返数に著しい変動を生ずること、すなわち  $\sigma$ - $n$  曲線が帯状をなすことはしばしば経験されることで<sup>5),6)</sup>、ことに溶接の場合は影響を与える因子が多いために必ず相当に分散するものである<sup>7)</sup>。このように分散する結果から、従来のごとく最小自乗法により  $\sigma$ - $n$  曲線を決定しても信頼性少なく無意味であつて、こゝに繰返数生起の頻度、非超過確率の観念を導入した疲労強度曲線を決定し、確固たる根拠を与え、溶接に対する信頼性を大ならしめようとするものである。

### 3. 繰返数生起の頻度及び非超過確率の導入

今試験結果を相当多くして、一定の  $\sigma$  に対してそ

表一 1 相関表

	$G_1$	$G_2$	$G_3$	...
$\pi_1$	$f_{11}$	$f_{12}$	$f_{13}$	+
$\pi_2$	$f_{21}$	$f_{22}$	$f_{23}$	+
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\pi_p$	$f_{p1}$	$f_{p2}$	$f_{p3}$	+
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\pi_n$	$f_{n1}$	$f_{n2}$	$f_{n3}$	+
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\Sigma$	$f_{.1}$	$f_{.2}$	$f_{.3}$	+

それぞれの区分の  $n$  の生起する回数  $f$  を分類すると表一 1 のような相関表が得られる。この場合は試験結果を絶対的のものとして、ある母集団に属する代表値と考えるのであつて、各  $\sigma$  はその縦欄に示された

ような頻度分布をすることになるから、ある繰返応力  $\sigma$  に相応する繰返数  $n$  は、ある確率をもつてのみしか明白にはいゝ得ないわけであつて、例えば表一 2 の累加表において、

$$\sum_{i=p}^n f_{i,m} / \sum_{i=1}^n f_{i,m} = 1/N$$

となつたとすると  $n_p$  なる繰返数は  $\sigma_m$  に対する (100/N%—確率繰返数) とみなすことができることになる。それゆゑに、今 3 軸をとつて表一 2 を図示した

\* 熊本大学工学部教授

場合を考えると、非超過の頻度面とも称し得る曲面を描くことができ、 $\sigma$  に対する  $n$  と非超過の確率  $S$  を示すことになり、これより  $\sigma$ - $n$  曲線は必ずある非超過の確率をもつて示されねばならないことがわかる。

すなわち、従来は試験結果全部にあてはまるような一本の曲線  $\sigma=en^a$  のみが求められたのに対し、このように確率  $S$  に応じて多数の曲線に分離されるわけである。以上の考え方は水文学においては、相当以前より採用されている。

4. 統計的累加曲線

分布曲線は正規曲線とはならぬ<sup>8)</sup>で、非対称分布をなすのが普通である<sup>9)</sup>。著者は、Grassberger, Gib-rat, Slade<sup>9)</sup> により 10 数年前より提唱され、我国においても京大岩井博士<sup>10), 11)</sup> が 2 つの基本分布型を提案されている所の、非対称分布を「確率変量の対数変換を行つた Gauss の正規分布」であらわすことの有効性を認めて<sup>4)</sup>、これを採用することにした。

今、岩井法の両側有限分布を示せば、  
密度函数、

$$V_s(x) = \frac{(g+b)C_0 \log e}{(x+b)(g-x)\sqrt{\pi}} \cdot e^{-C_0^2 [\log(\frac{x+b}{g-x}) - \log(\frac{x_0+b}{g-x_0})]^2} \\ = \frac{1}{2} \varphi_0(\xi) \frac{d\xi}{dx} \dots\dots\dots(1)$$

$$\xi = C_0 \left[ \log\left(\frac{x+b}{g-x}\right) - \log\left(\frac{x_0+b}{g-x_0}\right) \right] \dots\dots\dots(2)$$

$$C_0^2 = \frac{1}{2 \left\{ \text{str. log}\left(\frac{x+b}{g-x}\right) \right\}^2} = \frac{1}{2 \left\{ \log \text{str. } f' \right\}^2} \dots\dots\dots(3)$$

$g > x > -b$ ,  $g$ : 上限,  $-b$ : 下限,  $x_0$ : 中央値,

累加函数,  $S(x) = \frac{1}{2} [1 + \phi_0(\xi)] \dots\dots\dots(4)$

$\varphi_0(\theta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-\theta^2}$  Gauss の誤差函数

$\phi_0(\theta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\theta e^{-u^2} du = \int_0^\theta \varphi_0(u) du$  Gauss の誤差積分

5. 疲労強度曲線への適用

[I] 従来形を一応認めて、 $\log n = A_1 + A_2 \log \sigma$  に上限、下限の  $g, -b$  を用いた中央値を代入して次式を考える。

表-2 累加表

	$G_1$	$G_2$	$\dots$	$G_n$	$\dots$	$\dots$
$n_1$	+	+	---	$f_{1m}$	+	+
$n_2$	+	+	---	$f_{2m}$	+	+
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$n_p$	+	+	---	$f_{pm}$	+	+
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$n_m$	+	+	---	$f_{mm}$	+	+
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$n_n$	+	+	---	$f_{nm}$	+	+

$$\left[ \log\left(\frac{x_0+b}{g-x_0}\right) \right]^0 = A_1 + A_2 \log \sigma \dots\dots\dots(5)$$

なお、[ ]<sup>0</sup> は相關曲面全体について考えることを意味するものとする。

[II] 次に  $\log \text{str. } f' = \text{str. log}[(x+b)/(g-x)]$  と  $\log[(x_0+b)/(g-x_0)]$ ,  $\log(-b)$  及び  $\log g$  と  $\log \sigma$  はそれぞれ直線相関をなすと仮定して回帰直線の式を求め

$[\log(-b)]^0 = k_3 + K_4 \log \sigma \dots\dots\dots(6)$

$[\log g]^0 = k_3' + K_4' \log \sigma \dots\dots\dots(7)$

$[\log(\text{str. } f')]^0 = A_3 + A_4 [\log\{(x_0+b)/(g-x_0)\}]^0 \dots\dots\dots(8)$

$= A_5 + A_6 \log \sigma \dots\dots\dots(9)$

但し、 $A_5 = A_3 + A_1 A_4$ ,  $A_6 = A_2 A_4$ ,

[III] 式(2), (3), (5), (9) を用いて、

$$[\log(x+b)/(g-x)]^0 = (\sqrt{2\xi} A_5 + A_1) + (\sqrt{2\xi} A_6 + A_2) \log \sigma \\ = k_1 + K_2 \log \sigma$$

$\therefore (x+b)/(g-x) = K_1 \sigma^{K_2} \dots\dots\dots(10)$

但し、 $k_1 = (\sqrt{2\xi} A_5 + A_1)$ ,  $\log K_1 = k_1$

$K_2 = (\sqrt{2\xi} A_6 + A_2)$

[IV] 以上の関係から曲面の方程式は  $n = x, \sigma, S$  を含む次の式であらわされることになる。

$$\left. \begin{aligned} S &= \frac{1}{2} [1 + \phi_0(\xi)] \\ n &= \frac{K_3 \sigma^{K_4} + K_5 \sigma^{K_6}}{1 + K_1 \sigma^{K_2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

$$\left. \begin{aligned} \log K_1 &= k_1 = \sqrt{2\xi} A_5 + A_1 \\ K_2 &= \sqrt{2\xi} A_6 + A_2 \\ \log K_3 &= k_3 \\ K_5 &= K_1 K_3' \\ \log K_3' &= k_3' \\ K_6 &= K_2 + K_4' \end{aligned} \right\}$$

上式において、 $A_1, A_2, A_5, A_6, k_3, k_3', K_1, K_4'$  は常数であり予め求めておくことができるから、ある  $S$  に対する  $\xi$  を数値表<sup>13)</sup> から求めて  $K_1, K_2, K_5, K_6$  を計算するとその非超過確率  $S$  に対する疲労強度曲線の方程式を求めることができる。なお、統計的取扱いをした場合、その信頼度を検討することは必要かくべからざることであるが、以上の方法では最小自乗法や相関計算の過程を経たのでその確率誤差ははなはだ複雑で簡単でない。しかし乍ら、古典誤差論的な方法によつてもある程度の判断は下し得るものと思う。すなわち誤差伝播の法則、分散の伝播の法則によればよい<sup>8)</sup>。

6. 適用例, 衝合溶接の疲労強度曲線

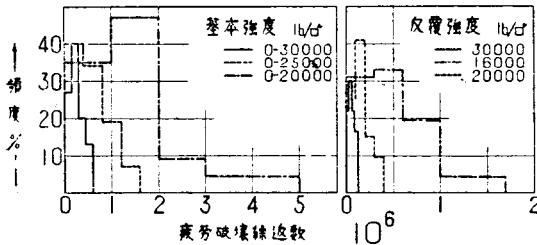
著者は京大小西博士の御厚意により同大学の Lo-senhausen 試験機を用いて, 衝合溶接の疲労強度の commercial test を実施中であるが, その結果は次の機会に譲るとして, 米国で大規模に行われた衝合溶接の疲労強度試験<sup>(14),(15)</sup>の結果について上記の式の適用を示してみることにする。

[I] 使用した試験結果の大部分は, 普通の炭素鋼の衝合溶接について Committee-F が実施したものであつて, 試験片の長さ 4 呎, 溶接されたままの Commercial Condition のものである。試験結果は表-3 のごとくその分布を图示したものが 図-1 である。

表-3

	片 振 lb/sq.in			両 振 lb/sq.in			
	0 to +20 000	0 to +25 000	0 to +30 000	+16 000 to -16 000	+20 000 to -20 000	+30 000 to -30 000	
最大繰返数	4 543	600 1	471 000	591 200	1 634 300	434 700	121 500
最小繰返数	451 300	105 700	83 000	56 200	42 300	24 600	
標本数	23	53	30	42	32	9	

図-1 繰返数頻度分布図



[II] 準備計算及び常数の決定

表-4 に準備計算の結果を示す。これらの値を用いて基本強度について計算すれば,

$$[\log\{(x_0+b)/(g-x_0)\}]^0 = A_1 + A_2 \log \sigma$$

$$= -3.062 + 1.905 \log \sigma \quad \dots\dots\dots(5)'$$

$$[\log(-b)]^0 = k^3 + K_4 \log \sigma = 13.612 - 6.384 \log \sigma,$$

$$r \doteq -1 \quad \dots\dots\dots(6)'$$

表-4 準備計算

	基本強度 lb/sq.in			反覆強度 lb/sq.in			備考
	20 000	25 000	30 000	16 000	20 000	30 000	
log σ	1.30103	1.39794	1.47712	1.20412	1.30103	1.47712	
log x <sub>0</sub>	6.12307	5.76466	5.37914	5.58719	5.20025	4.70943	
x <sub>0</sub>	1 328 000	582 000	239 000	386 500	158 600	51 200	
-b	200 000	50 000	15 000	50 000	20 000	5 000	(12)
σ	6 000 000	1 650 000	680 000	1 700 000	600 000	130 000	(12)
(x <sub>0</sub> +b)/(g-x <sub>0</sub> )	0.24144	0.49813	0.50794	0.25619	0.31400	0.58629	
log[(x <sub>0</sub> +b)/(g-x <sub>0</sub> )]	1.38281	1.69734	1.70581	1.40856	1.49693	1.76811	
√2 C <sub>0</sub>	1.6912	1.4981	1.5995	1.4277	1.5152	1.1688	式(2)
log(str.f')	0.5913	0.6675	0.6252	0.7004	0.6600	0.8556	式(3)

$$[\log g]^0 = k_3' + K_4' \log \sigma = 13.776 - 5.388 \log \sigma,$$

$$r \doteq -1 \quad \dots\dots\dots(7)'$$

$$[\log(\text{str.}f')]^0 = A_3 + A_4 [\log\{(x_0+b)/(g-x_0)\}]^0$$

$$= 0.697 + 0.170 [\log\{(x_0+b)/(g-x_0)\}]^0, r \doteq 0.8 \quad \dots\dots\dots(8)'$$

$$= A_5 + A_6 \log \sigma = 0.176 + 0.324 \log \sigma \quad \dots\dots\dots 9)'$$

[III] 衝合溶接基本強度曲線

$$x = \frac{K_3 \sigma^{K_4} + K_5 \sigma^{K_6}}{1 + K_1 \sigma^{K_2}} \quad \dots\dots\dots(11)'$$

$$\log K_1 = k_1 = \sqrt{2} \xi \times 0.176 - 3.062$$

$$K_2 = \sqrt{2} \xi \times 0.324 + 1.905$$

$$\log K_3 = k_3 = 13.612$$

$$K_4 = -6.384$$

$$\log K_5 = \sqrt{2} \xi \times 0.176 + 10.714$$

$$K_6 = \sqrt{2} \xi \times 0.324 - 3.483$$

表-5

	基本強度		反覆強度	
	S=0.001	S=0.5	S=0.001	S=0.5
log K <sub>1</sub>	-3.606	-3.062	-1.763	-2.207
K <sub>2</sub>	0.904	1.905	0.724	1.328
log K <sub>5</sub>	10.170	10.714	9.322	8.878
K <sub>6</sub>	-4.484	-3.483	-4.779	-2.723

表-6

σ lb/sq.in	基本強度 繰返数		反覆強度 繰返数	
	S=0.001	S=0.5	S=0.001	S=0.5
35 × 10 <sup>3</sup>	7.4 × 10 <sup>3</sup>	126.6 × 10 <sup>3</sup>	2.9 × 10 <sup>3</sup>	29.4 × 10 <sup>3</sup>
30	18.6	246.6	5.1	48.9
27.5	31.5	357.7	7.1	64.9
25	56.4	535.0	9.9	88.0
22.5	105.8	832.8	14.6	123.1
20	223.3	1 369.6	22.6	178.4
17.5	512.5	2 408.5	37.0	265.1
15	1 345.2	4 710.0	65.6	435.2
10	17 355.2	31 693.3	298.9	1 495.9

以上の結果から任意の非超過確率 S に対する疲労強度曲線を導くことができる。例えば S=0.001 及び 0.5

に対しては数値表<sup>(13)</sup>より  $\sqrt{2} \xi = -3.0902$  及び 0 で表-5, 6 のような結果が得られる。

[IV] 衝合溶接反覆強度曲線

表-4 を用いて同様に計算すると次の結果が得られる。

$$\log K_1 = k_1 = \sqrt{2} \xi \times (-0.144)$$

$$= -2.207,$$

$$K_2 = 2 \xi \times 0.664 + 1.328,$$

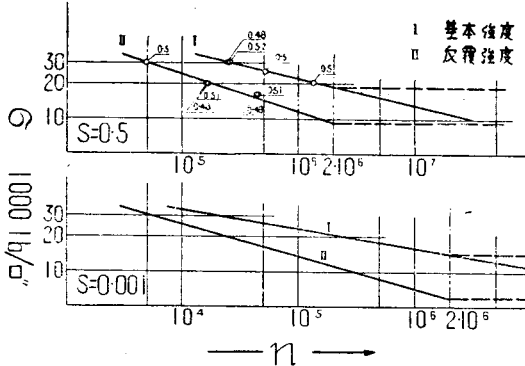
$$\log K_3 = k_3 = 9.056,$$

$K_4 = -3.633, \log K_5 = \sqrt{2} \times (-0.144) + 8.878$

$K_6 = \sqrt{2} \times 0.664 - 2.723,$

$S=0.001$  及び  $0.5$  に対しては 表—5, 6 のごとくなる。これらを図示すれば 図—2 のようである。

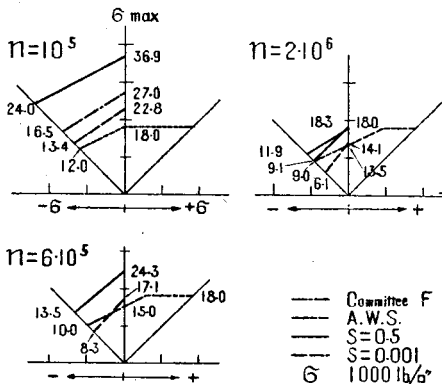
図—2 疲労強度曲線



7. 考察

著者の方法においては,  $\sigma = cn^a$  を一つの基礎とした。このことは過去における数多くの実験の結果から考えて先づ差支えないものと思われる。次に式(6), (7), (8)の仮定を用いたのであるが, これも適用例によつて裏付けられたようにその相関係数はほとんど1であり, その確率誤差も0に近く直線相関とみなしてよいであろう。ただ, 今回の論文において不十分と思われる点は信頼度の検定法であり, 今後の問題に譲りたいと思う。しかし乍ら, 最後の結果として得られた式(11)は, 非超過確率を因子として含み, 従来の漠然たる安全率ないしは頻度の概念によるものちがつて, 確固たる根拠の下に疲労強度の特性を把握し得て, それに応じた合理的設計を行うことができるのである。例えば, 図—3におけるそれぞれの値<sup>16)</sup>を対照すれば, 適当な確率によつて区別するのでな

図—3 疲労強度



ければその値が信頼し得ないものであることがわかるであろう。

また疲労線の傾斜, すなわち 反覆強度/基本強度の値は重要であり, これに対して従来種々の説があるが著者は  $S$  及び  $n$  の種々の値に対する結果から, Weyrauch, Graf<sup>17)</sup> と同じく  $0.5$  すなわち  $45^\circ$  をとりたく, 更にいえば, 繰返数により変化させねばならないと思うのである。最後にそれぞれの値の確率誤差は大體  $0.07 \sim 0.16$  となり反覆強度 30 000lb/sq.in 以外は十分信頼できるようである。また曲線と標本値の適合度をみるために,  $S=0.5$  またはこれに近い値を 図—2 に同時に示すとほとんど完全に曲線に重なつて好結果をあらわしている。かくして疲労強度の決定に対し非超過確率を考慮した著者の方法は従来のものに比べて大きい進歩をきたしたと思う。

8. 結語

以上は著者の「構造物の安全率に関する研究」の一環をなすものであつて, 構造物に作用する荷重の作用強度の頻度分布と上記の疲労強度の分布とを考慮すれば, 繰返応力を受ける部材, 構造物に対し合理的かつ客観的に安全率を決定し得て, 均衡のとれた設計計算をなし得ることになる。

更に, 式(11)は溶接の場合のみでなく, 一般の疲労強度決定に適用し得ること, また本論文の考え方は他の場合にも応用し得ることを強調したい。例えば, セメントコンクリートの強度, 材齢の関係のごときであつて著者はこれについても近く発表する予定である。

統計的に工学資料を取扱うことは従来は水文学の領域においてのみといつてよいくらいであり, 殊に吾国においては最近漸やく注目されてきたにすぎない。これに反して, 米国においては非常にさかんに取扱われていて, 既に 1933 年に A. S. T. M. が統計的处理方法の標準<sup>18)</sup>を發表している。著者は諸賢のご後援を得てこのような考え方を大いに進めたいと念願している次第である。最後に, 以上の考察に関し, 京都大学石原博士より激励を, また同じく小西, 岩井両博士より懇切なるご指導を頂いたこと, 石原, 岩井博士の論文を特に参考としたことをここに記して, 各位のご厚意に感謝する次第である。

参考文献

- 1) A. M. Freudenthal; The Safety of Structures, Proc. A. S. C. E., Oct., 1945.
- 2) 岩井重久他二氏; 安全率の統計的実験考察, 土木学会第6回年次講演会, 昭.25.5
- 3) 押田勇雄; 安全率の統計的取扱, 応力学会第6

- 回講演会, 昭. 23.10
- 4) 福井武弘; 構造物の安全率に関する研究, 第3回関西工学連合講演会, 昭. 25.10
- 5) 多田美朝; 溶接々手疲労強度に就て, 溶接協会誌, 昭. 18.2
- 6) 横堀武夫; 鋼の疲労破壊, J. Phys. Soc. Japan, No. 2, March-April, 1951.
- 7) G. Lobo, Jr; Strength of Butt Welds, J. A. W. S., April 1929.
- 8) 佐藤良一郎; 数理統計学, 培風館
- 9) J. J. Slade; An Asymmetric Probability Function, Trans. A. S. C. E., Vol. 62, 1936.
- 10) 岩井重久; 水文学における非対称分布に就て, 土学会論文集, 昭. 21. 2号
- 11) 岩井重久; 統計的継続曲線とその土木工学への応用, 土木技術, 昭. 24.8~11
- 12) 岩井重久; 濾過砂粒度の統計的解析とその濾過理論への応用, 第3回関西工学連合講演会, 昭. 25.10
- 13) 統計科学研究会; 統計数値表 I, 河出書房
- 14) Committee on Fatigue Testing Welding Research Council, N. Y.; Fatigue Strength of Butt Welds in Ordinary Bridge Steel, Report No. 3., The Welding J. May, 1943.
- 15) W. M. Wilson; University of Illinois Bulletins, No. 327 (Feb., 1941), No. 344 (Oct., 1943).
- 16) A. W. S.; Welding Handbook, 3rd Edition, Chapter 48. 1950.
- 17) I. A. B. S. E., Final Report, II Congress, 1936.
- 18) A. S. T. M.; A. S. T. M. Manual on Presentation of Data,
- 19) 石原, 岩井; 降雨曲線の決定に関する一統計的方法, 建設工学, 昭. 22.1 (昭. 26.4.12)

## 底流砂又は伏流に関する一考察

正 員 久 宝 保\*

### A RESEARCH OF THE FLOW OF SANDY BED-LOAD OR UNDERGROUND WATER

(JSCE Aug. 1951)

Tamotsu Kuboo, C. E. Member

**Synopsis** As an example of the application of Psammo-hydraulics which was established by the author, the author mentions, in this paper, a method of solving a problem on uniform velocity flow and exchange of internal energy.

From that results the author seems that (1) the velocity distribution of the flow of underground water and sandy bed-load (the flow of under layer) is approximately parabolic, (2) if the sand or gravel is settled without containing impervious materials, the thickness of the underlayer has a relation to the mean velocity of surface water, (3) also there is a relation between the mean velocity of the under flow and that of the upper water flow, and (4) the Psammo-hydraulics is consistent with the usual hydraulics on the alluvial river.

**要旨** 著者が前に示した土砂水理学<sup>1)</sup>の応用例として、本論では2層の流れの等流及び内部エネルギーの交換の問題の解法を示すこととする。即ちその表層は水のみ流れとし下層は底流砂又は伏流とする。

その結果、(1)伏流及び底流砂(下層流)の速度分布は大体抛物線を示し、(2)もしも砂礫が不透透材に会うことなく下方に連続していると、その下層流

を生ずる厚さは表層の平均流速により、(3)同様に下層流と表層流との平均流速の間にはある関係があり、又(4)土砂水理学が沖積地河川流のための従来の水理学と矛盾するものではないと思われた。

最後に沖積地河川の不等流の内部エネルギーの交換を論ずる目的で、著者は土砂水理学のエネルギー方程式により、沖積地河相を定性的に示し、特に表面定常波及び水流の慣性を強調しておく。ここにこれらの結

\* 徳島大学教授, 工学部土木工学科