

なお装置の点, 実験に必要な人員, 実験操作等を考慮すれば電気的方法に比して多くを要する事が本実験の欠点である。

6. 結 語

上記の所論より本実験はあたかも Sand-Model と電気的方法との中間を行くものであり両者の長短所を交錯して持つものである事が知られるので, 要は研究す可き対象と注目す可き測定量より何れの方法を選択するかを決定する必要がある。

なお本実験の将来としては, 毛管水流の問題をこの方法に依り実際の毛管水流との相似性を確めた上研究して行く可きである。

最後に本実験は滲透流の非定常運動を知るのに最も適切なものであるから潮汐に依る地下水水位面の変動や出水時に於ける堤防の浸潤線の変動等を将来の対象として研究が行われる可きであると思う。

本研究は東京大学本間 仁教授の御指導の下に大学院特別研究生の研究題目として行われたものであり, 此処に厚く感謝の意を述べさせて載く次第である。

なお実験に協力された島田, 染野両助手並びに学生

柴田, 田神両君に感謝する次第である。

参 考 文 献

- 1) Muskat: the flow of homogeneous fluid through porous media p.204
本間 仁: 滲透性基礎の地下水流と揚圧力に就いて
浜田徳一: 土木学会誌 昭19.3.
- 2) Wyckoff, Reed: Physics, Vol. 6, 1935
Muskat: 前出. p.318
Mohamed Ahmed Selim: Dams on Porous Media, Proc. A.S.C.E. Dec. 1945
- 3) Günther: Lösung von Grundwasseraufgaben mit Hilfe der Strömung in dünnen Schichten, Wasserkraft u. Wasserwirtschaft H.3 1940
- 4) 藤本武助: 応用流体力学 p.343
- 5) Hamel: Über Grundwasserströmung Z. A. M. M. Bd.14. 1934
- 6) Muskat: 前出 p.316
- 7) 同上 p.372
- 8) 久保田敬一: 堤体の滲透に関する実験的研究 土木学会第6回年次大会講演梗概. 昭.25.5
- 9) 丹羽義次: 滲透流の電気的計測について 土木学会誌 35 卷 7 号, 昭.25.7.

(昭.25.11.21)

UDC 624.072.32:624.92.012.4

鉄筋コンクリート固定アーチ設計々算の一方法

正員 川 上 暢 夫*

A METHOD FOR CALCULATION OF REINFORCED CONCRETE FIXED ARCH

(JSCE May 1951)

Nobuo Kawakami, C.E. Member

Synopsis To calculate the reinforced concrete arch, this method is far more convenient and practical than the conventional method in many respects as mentioned below.

The equation of the axial curve can be readily obtained from the formula, if the ratio of span to rise is determined.

If we assume the cross sections of the crown and springing, we can eliminate the tedious measurements and calculations such as vertical distance at the center point of each segment of the axial curve which being divided into many segments, the angle of tangent, cross-sectional area, moment of inertia and the elastic load, all of which must be measured or calculated in the conventional method, and we can mechanically calculate the acting point of the indeterminate force and the effective line, by means of the formula.

Even the vertical and excentric stresses can be taken into consideration without much trouble.

Even in case it is necessary to entirely re-calculate because the assumption of cross-section was not proper, this proposed method is far simpler to work it out than the conventional one.

要 旨 鉄筋コンクリートアーチの計算は本方法によれば, 先づスパンとライズとの比をきめれば, 公式により直ちに軸曲線の式を求めることができ, 次にクラウンとスプリングの断面を仮定すれば従来の方

法のように軸曲線を多数の部分に分割し各部の中心点の縦距や接線の角度や断面積や慣性モーメントやこれ等による弾性荷重を計算しないで, 直ちに公式により不静定力の作用点及び影響線を機械的に計算することができるのである。垂直応力やずれ応力の影響を無視

* 山口大学教授, 工学部土木教室。

しなくても大して手数はかからない。当初の断面の仮定が不適正で計算をやり直す様な場合も従来の方法よりもはるかに簡単である。

1. アーチの軸曲線

アーチの軸曲線は最も合理的な形として変形カタナリを用いる。 p :長 1m 当り動荷重 (衝撃を含む), q :長 1m 当り静荷重, $1/2p+q=g$ とする。そうして g はスプリングよりクラウンに至る間パラボラ形に変化するものと仮定すれば、軸曲線の式は (1) の様になる。但し $g_A/g_C=\alpha$, $l/f=n$ とする。

$$\eta = \frac{8l}{n(\alpha+5)} \left\{ 2(\alpha-1)t^4 + 3t^2 \right\} \dots\dots(1)$$

$$\tan\phi = \frac{16}{n(\alpha+5)} \left\{ 4(\alpha-1)t^3 + 3t \right\} \dots\dots(2)$$

図-1

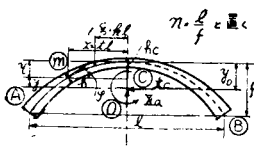


図-2



2. リブの断面

断面は図-2 に示す様なものとする。 A :断面積, I :慣性モーメント, h :リブの高さ, $n=E_s/E_c$, p :鉄筋比, $h'/h=i$ とすれば,

$$A = bh + 2nA_s = bh(1+2np)$$

$$I = \frac{bh^3}{12} + 2nA_s \left(\frac{h}{2} - \alpha \right) = \frac{bh^3}{12} (1+6npi^2)$$

今 p 及び i の値はアーチの全スパンにわたり一定であるとすれば,

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \frac{I_c}{I} \sec\phi = \left(\frac{h_c}{h} \right)^3 \sec\phi \\ v &= \frac{A_c}{A} \sec\phi = \left(\frac{h_c}{h} \right) \sec\phi \end{aligned} \right\} \dots\dots(3)$$

$$\frac{I_c}{A_c} = \frac{1+6npi^2}{12(1+2np)} h_c^2 \dots\dots(4)$$

今 $i=0.76 \sim 0.92$, $p=0.004 \sim 0.012$ として

$$\left\{ \frac{1+6npi^2}{12(1+2np)} \right\}$$

の値を求めれば、表-1 の様になる。

即ち、 $I_c/A_c=1/10h_c^2$ としても大した誤差を生じない。次に、リブの高さ h は次の式で表わされる様に変化するものとする。

表-1

$i \setminus p$	0.012	0.010	0.008	0.006	0.004
0.76	0.0995	0.0974	0.0951	0.0926	0.0899
0.80	0.1036	0.1010	0.0982	0.0950	0.0915
0.84	0.1080	0.1048	0.1014	0.0975	0.0933
0.88	0.1125	0.1088	0.1047	0.1001	0.0951
0.92	0.1173	0.1129	0.1082	0.1029	0.0971

$$h = h_c(1+4m^2t^2)^{3/2} \sqrt{\sec\phi} \dots\dots(5)$$

ここに,

$$m^2 = \frac{h_A}{h_c^3 \sqrt{\sec\phi_A}} - 1 \dots\dots(6)$$

そうすれば

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \left(\frac{h_c}{h} \right)^3 \sec\phi = \frac{1}{(1+4m^2t^2)^3} \\ v &= \frac{h_c}{h} \sec\phi = \frac{\sec^2\phi}{1+4m^2t^2} \div \frac{\sec\phi'}{1+4m^2t^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots(7)$$

ϕ' は軸曲線がパラボラであつた場合の ϕ の値で,

$$\tan\phi' = 8t/n$$

$$\sec^2\phi \div \sec\phi' = \sqrt{1+\tan^2\phi'}$$

$$= \left(1 + \frac{64t^2}{n^2} \right)^{1/2} \div 1 + \frac{32}{n^2} t^2$$

$$\text{故に, } v = \frac{1 + \frac{32}{n^2} t^2}{1 + 4m^2 t^2} \dots\dots(7')$$

$$\text{又, } E/G = 5/2 \dots\dots(8)$$

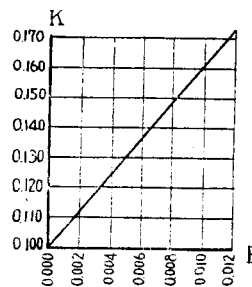
次に、ずれ応力によるひずみの分布係数 β は次の如し。

$$\beta = \frac{A}{I^2} \int \frac{Q^2}{b} dy = \frac{A}{I^2} \frac{bh^5}{120} \left\{ 1 + 75pi^2(3-i^2) + 6750p^2i^3 \right\}$$

ここに Q : y より上の断面の一次モーメント。

$$\frac{I_c}{A_c} \beta = \frac{1+75pi^2(3-i^2)+6750p^2i^3}{10(1+90pi^2)} h_c^2 = Kh_c^2 \dots\dots(9)$$

図-3 K の平均値



K の平均値は図-3 のグラフに示す通りである。

3. 原点

原点 0 は下の式を満足する点である。

$$\int \omega y dx = 0 \dots\dots(10)$$

即ち

$$y_0 = \frac{\int \omega \eta dx}{\int \omega dx} = \gamma l \dots\dots(11)$$

但し、

$$\gamma = \frac{8\{2(\alpha-1)\Psi_4^0 + 3\Psi_2^0\}}{n(\alpha+5)\Psi_0^0} \dots\dots(12)$$

4. 不静定力

不静定力 $X_a X_b X_c$ は一般に下記の式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned}
 X_a &= - \frac{\left[\int M_0 \omega dx + EI_c \varepsilon \Delta t \int \frac{dx}{h \cos \varphi} + EI_c L_a \right]}{\int \omega dx} \\
 X_b &= \left[- \int M_0 \omega x dx - \frac{I_c}{A_c} \int N_0 v \sin \varphi dx \right. \\
 &\quad \left. + \frac{E}{G} \frac{I_c}{A_c} \beta \int S_0 v \cos \varphi dx - EI_c L_b \right] \\
 &\quad + \left[\int \omega x^2 dx + \frac{I_c}{A_c} \int v \sin^2 \varphi dx \right. \\
 &\quad \left. + \frac{E}{G} \frac{I_c}{A_c} \beta \int v \cos^2 \varphi dx \right] \\
 X_c &= \left[\int M_0 \omega y dx + \frac{I_c}{A_c} \int N_0 v \cos \varphi dx \right. \\
 &\quad \left. + \frac{E}{G} \frac{I_c}{A_c} \beta \int S_0 v \sin \varphi dx + EI_c \varepsilon t \right] \\
 &\quad + EI_c \varepsilon \Delta t \int \frac{y}{h \cos \varphi} dx - EI_c L_c \\
 &\quad + \left[\int \omega y^2 dx + \frac{I_c}{A_c} \int v \cos^2 \varphi dx \right. \\
 &\quad \left. + \frac{E}{G} \frac{I_c}{A_c} \beta \int v \sin^2 \varphi dx \right]
 \end{aligned} \right\} (13)$$

今基礎の移動なく、リブの上縁と下縁との間に温度の差がない場合は、 $\Delta t=0, L_a=0, L_b=0, L_c=0$ 又温度変化の影響は別途に計算するものとし、外力のみによる不静定力を求めるものとし、(7) (7') (8) (9) 等の値を (13) 式に代入して不静定力の値を計算すれば、下の様になる。

$$\left. \begin{aligned}
 X_a &= \frac{\Psi_1 - k\Psi_0}{2\Psi_0^0} l \\
 X_b &= \frac{(\Psi_2 - k\Psi_1) + (h_c/l)^2 (1/10\phi + 5/2K\phi_4)}{2\Psi_2^0 + (h_c/l)^2 (1/10G_2 + 5/2KG_1)} \\
 X_c &= \left[-\gamma(\Psi_1 - k\Psi_0) + \frac{24}{n(\alpha+5)}(\Psi_3 - k\Psi_2) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{16(\alpha-1)}{n(\alpha+5)}(\Psi_5 - k\Psi_4) \right. \\
 &\quad \left. - (h_c/l)^2 (1/10\phi_2 - 5/2K\phi_3) \right] \\
 &\quad + \left[2\gamma^2\Psi_0^0 - \frac{32\gamma}{n(\alpha+5)} \left\{ 2(\alpha-1)\Psi_4^0 \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + 3\Psi_2^0 \right\} + \frac{128}{n^2(\alpha+5)^2} \left\{ 4(\alpha-1)\Psi_8^0 \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + 12(\alpha-1)\Psi_6^0 + 9\Psi_4^0 \right\} + (h_c/l)^2 \right. \\
 &\quad \left. \left(1/10 G_1 + 5/2 K G_2 \right) \right]
 \end{aligned} \right\} (14)$$

ここに $K = \frac{I_c \beta}{A_c h_c^2}$, $k = \xi/l$ であつて、

$$\left. \begin{aligned}
 \Psi_0 &= \frac{1}{16m} \left[3(\tan^{-1}m - \tan^{-1}2mk) \right. \\
 &\quad \left. + \left\{ \frac{m(5+3m^2)}{(1+m^2)^2} - \frac{2mk(5+12m^2k^2)}{(1+4m^2k^2)^2} \right\} \right] \\
 \Psi_1 &= \frac{1}{16m^2} \left\{ \frac{1}{(1+4m^2k^2)^2} - \frac{1}{(1+m^2)^2} \right\} \\
 \Psi_2 &= \frac{1}{64m^3} \left[(\tan^{-1}m - \tan^{-1}2mk) \right. \\
 &\quad \left. + \left\{ \frac{2mk(1-4m^2k^2)}{(1+4m^2k^2)^2} - \frac{m(1-m^2)}{(1+m^2)^2} \right\} \right]
 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned}
 \Psi_3 &= \frac{1}{64m^4} \left\{ \frac{1+8m^2k^2}{(1+4m^2k^2)^2} - \frac{1+2m^2}{(1+m^2)^2} \right\} \\
 \Psi_4 &= \frac{1}{256m^5} \left[3(\tan^{-1}m - \tan^{-1}2mk) \right. \\
 &\quad \left. - \left\{ \frac{m(3+5m^2)}{(1+m^2)^2} - \frac{2mk(3+20m^2k^2)}{(1+4m^2k^2)^2} \right\} \right] \\
 \Psi_5 &= \frac{1}{256m^6} \left\{ \frac{4m^2k^2(2+12m^2k^2)}{(1+4m^2k^2)^2} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{m^2(2+3m^2)}{(1+m^2)^2} + 2 \log_e \frac{1+m^2}{1+4m^2k^2} \right\} \\
 \Psi_6^0 &= \frac{1}{1024m^7} \left\{ \frac{m(15+25m^2+8m^4)}{(1+m^2)^2} \right. \\
 &\quad \left. - 15 \tan^{-1}m \right\} \\
 \Psi_8^0 &= \frac{1}{4096m^9} \left\{ 35 \tan^{-1}m \right. \\
 &\quad \left. - \frac{m(105+175m^2+56m^4-8m^6)}{3(1+m^2)^2} \right\} \\
 G_1 &= \frac{n^2}{m^2n^2-8} \left\{ m \tan^{-1}m \right. \\
 &\quad \left. - \frac{2\sqrt{2}}{m} \tan^{-1} \frac{2\sqrt{2}}{n} \right\} \\
 G_2 &= \frac{16}{m^2n^2-8} \left\{ \frac{\sqrt{2}}{4} n \tan^{-1} \frac{2\sqrt{2}}{n} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{m} \tan^{-1}n \right\} \\
 \phi_1 &= -\frac{8}{m^2n^2-8} \left[\frac{1}{m} (\tan^{-1}m - \tan^{-1}2mk) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\sqrt{2}}{4} n \left\{ \tan^{-1} \frac{2\sqrt{2}}{n} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \tan^{-1} \frac{4\sqrt{2}}{n} k \right\} \right] \\
 \phi_2 &= \frac{n}{m^2n^2-8} \left\{ \log_e \frac{1+m^2}{1+4m^2k^2} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{n} \log_e \frac{n^2+8}{n^2+32k^2} \right\} \\
 \phi_3 &= \frac{2}{m^2n} \log_e \frac{1+m^2}{1+4m^2k^2} \\
 \phi_4 &= \frac{1}{2m} (\tan^{-1}m - \tan^{-1}2mk)
 \end{aligned} \right\} \dots (15)$$

Ψ_0 は Ψ に於て $k=0$ と置いたもの。

又 (14) 式に於て~~~~印の項は影響が小さいから無視しても差支えない。

もし垂直応力及びずれ応力の影響を無視する場合は、 $\phi=0, G=0$ と置けばよい。然し之を無視しないでも計算は差程面倒にはならない。又、軸曲線にパラボラを用いる場合は $\alpha=1$ とすればよい。

5. 結 論

計算は次の順序に行う。

1. n, h_c, h_A, α を決定し (1) 式より軸曲線の式を求める。
2. p を決定して図-3 より K の値を求める。
3. (15)式より k の各値に対する Ψ, G, ϕ の値を求める
4. (12) 式より γ の値を求める。
5. (14) 式より不静定力 X_a, X_b, X_c を求める。
(昭.25.10.5)