



UDC 624.072.2  
624.043:539.376

## 鉄筋コンクリート梁のクリープ応力近似解

准員 岡 田 清\*

1. 序 持続荷重を受けたコンクリートは、時間の経過と共にその歪みが増大する。このコンクリートのクリープに対する計算法の体系を最初に樹立したのは独逸の Dischinger である。然し鉄筋コンクリート梁についての彼の理論に矛盾のある事は既に京大坂教授の指適せられた通りである。梁のクリープ応力計算法についての厳密解は頗る困難であつて、坂教授の等価弾性比を用いる近似解や、京大横尾教授の単鉄筋梁についての近似解、建築研究所大崎博士の近似解等があるが、著者は以上すべての近似解と同様に、コンクリートの応張力を無視した近似解と共に、応張力を若干の考慮を加えた近似解をも同時に求めてみた。

2. クリープに関する基礎法則 クリープ歪みについて普通一般に認められている基礎法則は次の2つである。

- (1) クリープ歪みは応力に比例し、圧縮に対しても引張に対しても比例常数は相等しい。
- (2) 同一コンクリートでは載荷時期が異なつても、ある時期におけるクリープ進行速度は一定である。

(1) は Davis-Glanville の法則、(2) は Whiney の法則と言われる。

今材令によるコンクリートの弾性係数の変化、および硬化収縮の影響をさしあたり考えない事にすると、持続応力  $\sigma(t)$  がコンクリートに加えられた時、時期  $t$  におけるコンクリートの総歪み  $\delta(t)$  (弾性歪みとクリープ歪みとを加えたもの) は上記2法則によつて次の如く表わすことが出来る。

$$\delta(t) = \frac{\sigma(t)}{E_c} + \frac{1}{E_c} \int_0^t \sigma(\tau) \frac{d\varphi(\tau)}{d\tau} d\tau \quad \dots\dots\dots(1)$$

茲で  $E_c$ : コンクリートの弾性係数  
 $\varphi(t)$ : コンクリートのクリープ特性  
 $= \frac{f_t}{\varepsilon_c}$  ( $f_t$ : クリープ歪み,  $\varepsilon_c$ : 弾性歪み)  
 $\tau$ : 載荷した時期  $\tau < t$

尚  $\varphi(t)$  の値は  $t=0$  で  $\varphi(t)=0$ , で普通のコンク

リートではその終極値として 3~4 年後に 3~4 となる。(又  $t=0$  というのはコンクリート打設直後という意味ではなく、強度が充分出た所を以て  $t=0$  と考えるのである。)

従つて  $\sigma(t)$  が  $t=0$  より加えられた時は (1) 式は

$$\begin{aligned} \delta(t) &= \frac{\sigma(t)}{E_c} + \frac{1}{E_c} \int_0^t \sigma(t) \frac{d\varphi(t)}{dt} dt \\ &= \varepsilon_t + \int_0^t \varepsilon_t \frac{d\varphi(t)}{dt} dt \quad \dots\dots\dots(2) \end{aligned}$$

と表わすことが出来る。更に (2) 式において  $\varphi(t)$  を独立変数の如く考えれば

$$\delta(\varphi_t) = \varepsilon(\varphi_t) + \int_0^{\varphi(t)} \varepsilon(\varphi_t) d\varphi(t) \quad \dots\dots\dots(3)$$

とすることが出来る。

今一定持続曲げモーメント  $M$  をうけた鉄筋コンクリート梁のクリープ応力を求めるに当つては、平面保持の法則が成立し、断面応力は直線分布し、鉄筋はクリープしないが、コンクリートは上記クリープ法則を梁の上縁部で満足させるものとして近似的に求めようとするものである。

### 3. コンクリートの応張力を無視する場合

解を一般化するために複鉄筋の場合について求めてみる。

図-1

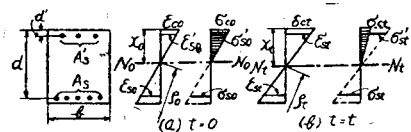


図-1(a)は  $t=0$  における梁断面の歪み、応力分布の状態を示し、この時の中立軸の位置  $x_0$  は常用計算式で求められる。又  $\rho_0$  は断面の曲率半径である。 $t=t$  においては図-1(b)に示す如く、圧縮縁コンクリートの歪みはクリープのために  $\delta_{ct}$  と増大するが応力は  $\sigma_{c0}$  より減少して  $\sigma_{ct} = \varepsilon_{ct} \cdot E_c$  となり、中立軸は  $x_0$  よりやや下降して  $x_t$  となり、従つて引張圧縮両鉄筋の歪み、応力は増大して夫々  $(\varepsilon_{st}, \sigma_{st} = \varepsilon_{st} E_s)$ ,  $(\varepsilon_{st}', \sigma_{st}' = \varepsilon_{st}' E_s)$  となり平衡を保つている。この時次の関係が存在する。

\* 京都大学助教授, 工学部土木工学教室

$$\begin{cases} \delta_{ct} = \frac{x_t}{\rho_t} \\ \sigma_{ct} = \epsilon_{ct} \cdot E_c \end{cases} \quad \begin{cases} \epsilon_{st} = \frac{d-x_t}{\rho_t} \\ \sigma_{st} = \frac{d-x_t}{\rho_t} E_s \end{cases}$$

$$\begin{cases} \epsilon_{st}' = \frac{x_t-d'}{\rho_t} \\ \sigma_{st}' = \frac{x_t-d'}{\rho_t} E_s \end{cases} \quad \dots\dots\dots(4)$$

又力及びモーメントの平衡条件から

$$\frac{1}{2} x_t \cdot \sigma_{ct} \cdot b = \sigma_{st} \cdot A_s - \sigma_{st}' \cdot A_s'$$

$$\frac{1}{2} x_t \cdot \sigma_{ct} \cdot b \left( d - \frac{x_t}{3} \right) + \sigma_{st}' \cdot A_s' (d-d') = M$$

上式に(4)の関係を代入して夫々  $x_t$  について求めると

$$x_t = \frac{2nd^2 A}{\epsilon_{ct} \rho_t + 2ndP} \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$x_t = \frac{d}{2P} [C - \sqrt{D + \alpha \rho_t}] \quad \dots\dots\dots(6)$$

但し

$$n = \frac{E_s}{E_c} \quad p = \frac{A_s}{bd} \quad p' = \frac{A_s'}{bd}$$

$$A = p + p' \frac{d'}{d} \quad P = p + p'$$

$$B = p' \left( 1 - \frac{d'}{d} \right) \quad C = A + 3P - 3B$$

$$D = C^2 - 12P \left( A - B \frac{d'}{d} \right) \quad \alpha = 12 \frac{MP}{nE_c b d^3}$$

(5), (6) 式より  $\epsilon_{ct}$  を求めると

$$\epsilon_{ct} = \frac{2ndP}{\rho_t} \frac{E + \sqrt{D + \alpha \rho_t}}{C - \sqrt{D + \alpha \rho_t}} \quad \text{茲に } E = 2A - C \quad \dots\dots\dots(7)$$

(6) (4) 式より

$$\delta_{ct} = \frac{x_t}{\rho_t} = \frac{d}{2P} \frac{C - \sqrt{D + \alpha \rho_t}}{\rho_t} \quad \dots\dots\dots(8)$$

$\epsilon_{ct}$ ,  $\delta_{ct}$  が夫々  $\rho_t$  の函数として表わされているから、クリブ条件式(3)において  $\rho_t$  は又  $\rho_t$  の函数と考えればこれを解くことが出来る。即ち

$$\rho_t = \frac{1}{4nP^2} \left[ -u - 2L \ln(u - \sqrt{D}) - 2M \ln(u + \sqrt{D}) - (2N + E + C) \ln(u + E) \right] - \ln(E + u) + \ln(u - \sqrt{D}) + \ln(u + \sqrt{D}) + \ln(C - u) + k = f(u) + k \quad \dots\dots\dots(9)$$

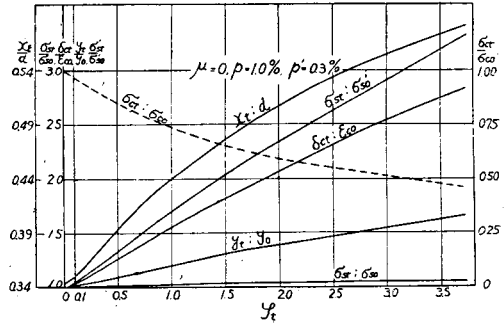
茲に  $u = \sqrt{D + \alpha \rho_t}$

$$L = \frac{-2CD + C^2 \sqrt{D} + DV \sqrt{D}}{2(CD + E \sqrt{D})}$$

$$M = \frac{-(2CD + C^2 \sqrt{D}) + DV \sqrt{D}}{2(CD - E \sqrt{D})}$$

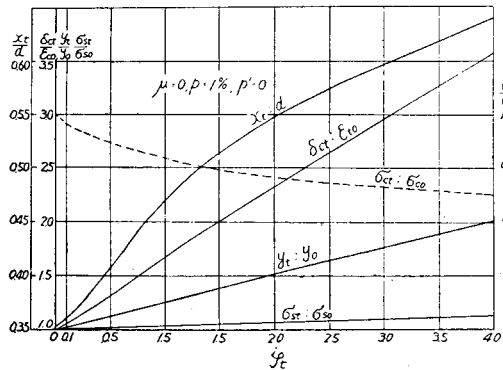
$$N = -\frac{E(C+E)}{E^2 - D} \quad k: \text{ 常数}$$

図-2



これに  $t=0$  のとき  $\rho_t=0, u=u_0$  なる初期条件を入れると  $\rho_t$  と  $u$  即ち  $\rho_t$  との関係として  $\rho_t = f(u) - f(u_0)$  が求められる。従つて(4)式によつてコンクリートの総歪み、応力、鉄筋の応力等が求まり、又  $\frac{1}{\rho_t}$  の値より梁の撓みの増大の状態も分る。一例として  $b=15\text{cm}, d=20\text{cm}, d'=0.1d=2\text{cm}, n=10, p=1\%$   $p'=0.3\%$  の場合について  $\rho_t$  と各応力、歪み、撓み等の関係を求めたのが図-2である。これを見れば  $\rho_t=3$  の場合  $\sigma_{ct}=0.51\sigma_{c0}, \sigma_{st}=1.05\sigma_{s0}, \sigma_{st}'=2.92\sigma_{s0}'$  撓み  $y_t=1.46y_0, \delta_{ct}=2.55\epsilon_{c0}$  である。又図-3は同じ梁で  $p'=0$  なる単鉄筋の場合について図示した

図-3

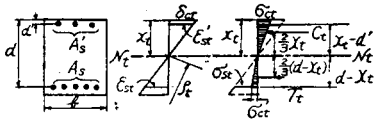


もので  $\rho_t=3$  のとき  $\sigma_{ct}=0.66\sigma_{c0}, \sigma_{st}=1.10\sigma_{s0}, y_t=1.75y_0, \delta_{ct}=2.95\epsilon_{c0}$  である。複鉄筋の場合圧縮鉄筋の応力がクリブ終極時近くにおいては初期応力の約3倍になっていることは注目値する。

4. コンクリートの応張力を考慮する場合 梁の断面応力等の計算にコンクリートの応張力を考慮する場合には、引張側コンクリートの応力分布は、やはり直線とし、 $\frac{E_c'}{E_c} = \mu$  ( $E_c'$ : 引張側コンクリートの弾性係数と考えられるもの) とおき、 $\mu=0.40 \sim 1.00$  なる関係を用いるのが普通である。 $(\mu=0$  とすればコンクリートの応張力を無視した場合に相当する)。この時  $t=t$  における断面の歪み、応力分布の状態は図-4に

示す如くであり、次の関係が存在する。

図-4



$$C_t = \frac{1}{2} x_t b \epsilon_{ct} E_c, \quad T_t = \frac{1}{2} x_t b \epsilon_{ct} \mu \left( \frac{d-x_t}{x_t} \right)^2$$

$$\sigma_{ct} = \epsilon_{ct} E_c, \quad \sigma_{st} = \frac{d-x_t}{\rho_t} E_s, \quad \sigma_{st}' = \frac{x_t-d'}{\rho_t} E_s$$

.....(10)

又  $C_t + A_s' \sigma_{st}' = T_t + A_s \sigma_s$

$$C_t \frac{2}{3} x_t + T_t \frac{2}{3} (d-x_t) + A_s' \sigma_{st}' (x_t-d') + A_s \sigma_s (d-x_t) = M$$

.....(11)

(10) (11) 式より  $\rho_t, \epsilon_{ct}$  を  $x_t$  の関数として求め  $x_t$  は  $\rho_t$  の関数と考えてクリーブ条件式 (3) に代入し、 $x_t$  と  $\rho_t$  との関係の求めると (9) 式に相当した次式をうる。

$$\rho_t = f(x_t) - f(x_0) + \frac{1}{n} \int_{x_0}^{x_t} \frac{F'(x_1)}{G(x_1)} \ln H(x_1) dx_1$$

.....(12)

但し  $x_1 = \frac{x_t}{d}, \quad x_0 = \frac{x_0}{d}$

$$f(x_1) = \frac{1}{n} \left[ \int \frac{F'(x_1)}{G(x_1)} dx_1 + \int \frac{F(x_1)}{x_1 G(x_1)} dx_1 - \frac{F(x_1)}{G(x_1)} \ln H(x_1) \right] - \ln x_1 - \ln G(x_1) + \ln H(x_1)$$

$$F(x_1) = \frac{1}{2} \left\{ x_1^2 - \mu(1-x_1)^2 \right\}$$

$$G(x_1) = (p+p' \frac{d'}{d} - (p+p')x_1$$

$$H(x_1) = G(x_1) \left\{ x_1^3 + \mu(1-x_1)^3 \right\} + 3F(x_1) \left\{ p(1-x_1)^2 + p' \left( x_1 - \frac{d'}{d} \right)^2 \right\}$$

図-5

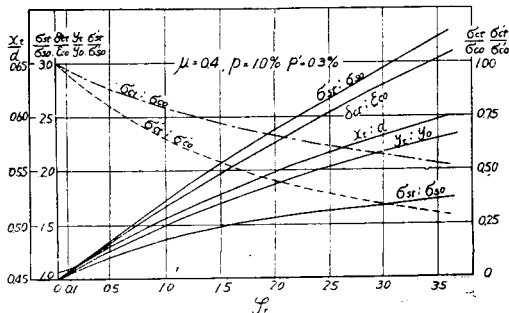
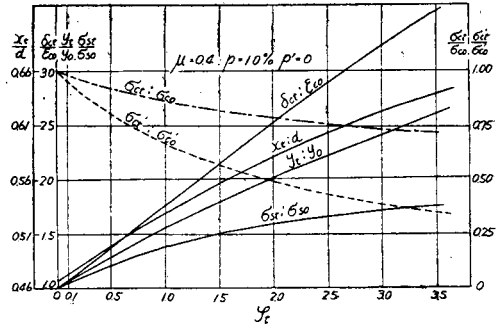


図-6



$f(x_t)$  は容易に計算出来るが  $\int_{x_0}^x \left( \frac{F'}{G} \right)' \ln H dx_1$  は数値積分する必要がある。

3. と同じ複鉄筋梁について、 $\mu=0.4$  として各応力歪み、撓み等と  $\rho_t$  との関係の求めたのが図-5 である。又  $p'=0$  なる単鉄筋の場合は図-6 に示してある。

5. 両解法の比較 以上求めた  $\rho_t=3$  における各応力、歪み、梁の撓み、中立軸の位置等について、3, 4 へのべた両方の解を比較して纏めて見ると表-1 の如くである。 $t=0, \rho_t=0$  における初期応力、中立軸の位置は表-2 に示してある。

表-1

	単鉄筋		複鉄筋		
	$\mu=0$ の時	$\mu=0.4$ の時	$\mu=0$ の時	$\mu=0.4$ の時	
$\sigma_{ct}$	0.66	0.73	0.51	0.57	$\times \sigma_{co}$
$\sigma_{ct}'$	—	0.38	—	0.34	$\times \sigma_{co}'$
$\sigma_{st}$	1.10	1.72	1.05	1.66	$\times \delta_{so}$
$\sigma_{st}'$	—	—	2.92	2.96	$\times \delta_{so}'$
$y_t$	1.75	2.43	1.46	2.17	$\times y_0$
$\delta_{ct}$	2.95	3.23	2.55	2.80	$\times \epsilon_{co}$
$x_t$	0.596	0.622	0.555	0.582	$\times d$

但し ( $p=1\% \quad p'=0.3\%$ )

表-2

	単鉄筋		複鉄筋		
	$\mu=0$ の時	$\mu=0.4$ の時	$\mu=0$ の時	$\mu=0.4$ の時	
$\sigma_{co}$	6.35	5.68	5.86	5.25	$\times \frac{M}{bd^2}$
$\sigma_{co}'$	—	2.61	—	2.52	$\times "$
$\sigma_{so}$	113.5	64.2	112.7	63.2	$\times "$
$\sigma_{so}'$	—	—	41.5	41.2	$\times "$
$x_0$	0.358	0.468	0.342	0.455	$\times "$

これを見ると  $\mu=0.4$  の場合の方がコンクリート圧縮応力度の軽減はやく、引張鉄筋応力度の増大、

梁の撓みの増大は著しく表われている。又複鉄筋の場合にはいづれの解においても、圧縮鉄筋の応力が著しく大きくなり、初期応力の約3倍となつている。今  $\frac{M}{bd^2} = 6\text{kg/cm}^2$  なるモーメント  $M$  が作用している場合を仮定してみると、複鉄筋梁における鉄筋応力として  $\rho_t = 3$  の時次の如くなる。

$\mu = 0$  とする時

$$\begin{aligned} \sigma_{st} \\ (6 \times 112.7) \times 1.05 \\ = 710.0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{st}' \\ (6 \times 41.5) \times 2.92 \\ = 727.1\text{kg/cm}^2 \end{aligned}$$

$\mu = 0.4$  とする時

$$\begin{aligned} (6 \times 63.2) \times 1.66 \\ = 629.5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (6 \times 41.2) \times 2.96 \\ = 731.7\text{kg/cm}^2 \end{aligned}$$

即ち  $\mu = 0$  の場合も  $\mu = 0.4$  の場合も実際の計算応力においては大差のない値が得られ、圧縮鉄筋の応力

度は引張鉄筋の応力度以上にもなる事が分る。しかしながら全般的に言えば  $\mu = 0.4$  とする方が、鉄筋応力、梁の撓みの増加速度は大きい。いづれの解が実際によく適合するかについては現在迄に行われている諸実験では、コンクリートのクリープ特性  $\rho_c$  および硬化収縮の影響を、梁の実験と共に調べられたものが少いので正確には言えないが、やはり  $\mu = 0$  とはしないで  $\mu = 0.4 \sim 1.0$  の間の適当な値を用いて、コンクリートの応張力にある程度の考慮を加えるのがよいように思われる。

最後に本研究は文部省科学研究費の補助による研究の一部であり、本学坂、横尾岡教授の多大の御教示にあづかつたことを多謝する次第である。

UDC 025.45

## 国際十進分類法について

正員 井口昌平\*

今月の学会誌から報文などの右肩に一連の数字—国際十進分類法による分類標数—が付けられることになった。この標数はその文献の内容を一定の分類方式に従つて表示するもので、これを付けるのは、これらの文献の整理と利用の便利を増す目的で行われるのである。諸者の方々は自分の必要とする或る文献が学会誌の第何巻第何号に載つていたかを知りたい場合、また何かの問題に當つたとき、それに関してこれまでに発表された文献について早く知りたいというような場合を度々経験されることゝ思う。このような要求に応ずるために文献の分類と整理の操作が必要であり、各々の個人は或いは頭の中だけでそれを行い、或いはメモをファイルするなどの方法によつてそれを行つている。ここに掲げる国際十進分類法はそのような要求に応ずるための分類の一般的な方法である。自分に必要な範囲の各々の文献の標題、著者名、要旨、雑誌名、発行年月などと共に分類標数をカード（図書館用カードなど）に書き取り、集まつたカードを標数の順序に並べておいて文献の牽引とする方法はこの分類法の主な利用法である。

国際十進分類法—英語で Universal Decimal Classification というので、略して U. D. C.—は広くヨーロッパで採用されている合理的、統一的、国際的な分

類法である。発足以来既に半世紀以上を経たこの分類法は今や各国で標準規格として採用され、著名な科学技術関係の研究機関、学術団体、図書館で雑誌の文献、規格、図書、文書などの整理と牽引に応用され、この分野での標準的な分類法となつてきた。

分類の方法 この分類法は人間の知的活動をまず次のように 10 個の部門に分類する。

- |            |                          |
|------------|--------------------------|
| 0 一般事項     | 6 応用科学, (医学, 工学, 農学, 産業) |
| 1 哲学, 心理学  | 7 美術, 工芸, 音楽, 娯楽, スポーツ   |
| 2 宗教, 神学   | 8 文学                     |
| 3 社会科学     | 9 地理, 伝記, 歴史             |
| 4 言語学, 語学  |                          |
| 5 数学, 自然科学 |                          |

そして、各々の部門を10個以内の部門に分けるという方法を繰返して、次第に細かい観念に進む。そのとき例えば 62 (工学) という標数によつて表わされるものは6の細分であるから、標数は六十二というのではなく、六二というように読むべきである。また、細分が進むにつれて数字が沢山並ぶから、見分け易さのために、一般に数字を3けた毎に点を打つて区切る。例えば、625.143.3 レールの破損。このようにして作られた標数は主要標数と呼ばれ、現在 10 万以上になつており、この分類法の本体をなしている。これとは別

\* 東京大学助教授, 生産技術研究所