

(2) 加撃が支点に極めて接近している場合を除いては、最大反力の大きさは、衝撃の位置によつて、たいして変化しない。

(3) 図-4 及び図-5 によると、最大反力は鋼球の質量に比例する。

(4) 図-6 によると、最大反力は鋼球の衝撃直前の速度にほぼ比例する。

(5) 銅梁にくらべて、モルタル及び杉梁は、衝撃の緩和吸収の程度が顕著である。

(6) いづれの梁においても、最大反力は、加撃が測定支点附近の場合には初期に生じ、測定点からある

程度以上距たると、微小時間経過後に生じる。

(7) 落下衝撃によつて銅梁の表面に生ずる凹みの深さも、衝撃圧力がやはり非常に大きな値であり、また、加撃位置に関係せず、それがほぼ一定であることを示している。

以上の結論は、この実験の結果のみから知られるもので、その普遍性については、今後充分確かめたいと思つている。なお、この研究は、文部省科学研究費の補助を得て行い、東大第二工学部教官加藤年男氏の援助をうけたことを附記し、こゝに感謝の意を表する。

薄層流に関する研究 (第2報)

—路面流水の理論¹⁾—

准員 岩 垣 雄 一*

STUDIES ON THE THIN SHEET FLOW (2nd. REPORT) THEORY OF FLOW ON ROAD SURFACE

(JSCE Dec. 1950)

Yuichi Iwagaki, C. E. Assoc. Member.

Synopsis By solving the momentum equation to a thin sheet flow on road surface numerically with the condition of continuity obtained under the condition that rain falls on road uniformly, water depth and mean velocity of thin sheet flow and also frictional velocity related with soil-erosion of road surface are computed, and then the effects of camber shape and longitudinal slope of road surface on the drainage and stabilization of road surface are discussed.

In this calculation, the equation of velocity distribution in laminar flow confirmed by our experiment of thin sheet steady flow (described in the 1st report) is applied, because a sheet flow of rain-water on road surface is laminar generally.

1. 緒言

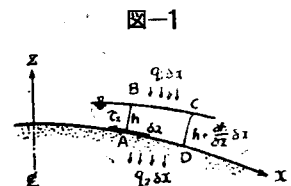
路面排水及び路面の安定の問題は、道路の横断面形及び縦勾配を決定するときに当然考慮されるべき重要な要素であるが、これに関する研究は余り見当らない^{1),2)}。路面排水に関する従来の理論的研究は、路頂線上の微小幅の部分に集中して雨が降るものと仮定し、その雨水が如何なる経路をとつて流下するか、又流下時間及び流速が縦勾配によつてどのように変化するかなどについて検討したものであるが、路頂に集中して雨が降るといふ不合理な仮定で行つたこれらの計算は、実際問題を解明する上に根本的に大きな欠陥があるといふことが出来る。又本間博士はこゝで取扱うような雨が一樣に路面上に降るといふ実的な仮定に立つて計算されたが、平均流速公式の適用に不満足な点があ

る。こゝでは運動量方程式及び連続式から基礎式を求め、これを数値積分して縦勾配のない場合及び縦勾配のある場合についての水面形、平均流速及び土壌浸蝕に関係ある摩擦速度を求め、道路の横断面形及び縦勾配などと路面の排水及び浸蝕との関係を理論的に論じようとしたものである。

2. 縦勾配のない場合

(1). 基礎式 縦勾配のない場合は2次元と考へて

よいから、図-1 に示すように路頂線に直角で路面に沿つて x 軸、鉛直上方に z 軸をとり原点は路頂にとる。雨量を q_1 、透透能を q_2



とし、 $q = q_1 - q_2$ とおく。又 u : 流速、 h : 水深、 J_x : 勾配、 ρ : 水の密度、 τ_x : 底面の摩擦応力とする。

* 京都大学講師

1) 昭.25,5,6 日本應用力学會第30回講演會にて講演

いま x 軸に沿つて微小距離 δx の間隔をもつ2断面 AB, CD を考え、雨の路面上への落下並びに雨水の滲透に際しこの運動量の変化を無視して連続式及び運動量方程式をつくると、

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u dz = q \dots\dots\dots (1)$$

$$\int_0^h \rho \frac{\partial u}{\partial t} dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h \rho u^2 dz = -\tau_x + \rho g h J_x - \rho g h \frac{\partial h}{\partial x} \dots\dots\dots (2)$$

となる。こゝでは定常状態を論ずるから、 $\sqrt{\tau_x/\rho} = u^*$ とおけば(2)式は次のようになる。

$$u^{*2} = g h J_x - g h \frac{dh}{dx} - \frac{d}{dx} \int_0^h u^2 dz \dots\dots\dots (3)$$

又(1)の連続式は u_m を平均流速とし、 $x=0$ 即ち路頂で流量は 0 であり、 q を一般に x のある函数とすれば、

$$u_m h = \int_0^x q dx \dots\dots\dots (4)$$

(2). 水面形、平均流速及び摩擦速度 路面上の雨水流は一般に層流であるから、速度分布として滑底面の薄層定流の実験⁽⁴⁾により確認された式

$$u/u^* = (u^*z/\nu)\{1 - (z/2h)\}, \nu; \text{動粘性係数} \dots\dots (5)$$

が普遍的にこの場合にも適用されるものとする。(5)式より平均流速 u_m は

$$u_m/u^* = (1/3)u^*h/\nu \dots\dots\dots (6)$$

となり、(4)、(5)、(6)式の関係と(3)式より u_m, u^* を消去すれば、

$$\left\{ g h^3 - \frac{6}{5} \left(\int_0^x q dx \right)^2 \right\} \frac{dh}{dx} - g h^3 J_x + \frac{12}{5} h q \int_0^x q dx + 3\nu \int_0^x q dx = 0$$

一般にこの式は解けないので、

$$\frac{dh}{dx} = F_1(h, x) / F_2(h, x) \dots\dots\dots (7)$$

$$こゝに F_1(h, x) = \left(\frac{h\sqrt{ghJ_x}}{\nu} \right)^2 - \frac{12}{5} \cdot \frac{qh}{\nu} \cdot \frac{\int_0^x q dx}{\nu} - \frac{3 \int_0^x q dx}{\nu}$$

$$F_2(h, x) = \left(\frac{h\sqrt{gh}}{\nu} \right)^2 - \frac{6}{5} \left(\frac{\int_0^x q dx}{\nu} \right)^2$$

とあらわし、境界条件を与えて数値積分を行い水面形を求めることが出来る。このようにして水深 h と x との関係が求まれば、(4)式より平均流速 u_m が求まる。

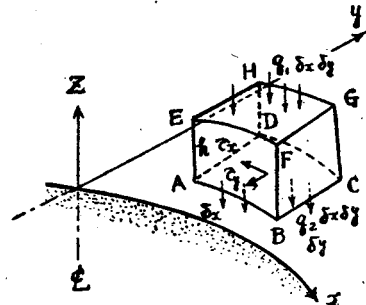
又(4)式及び(6)式より

$$u^* = \sqrt{3\nu \int_0^x q dx} / h \dots\dots\dots (8)$$

となり、これから摩擦速度 u^* が求められる。

3. 縦勾配のある場合

(1). 基礎式 図-2 に示す如く路頂線を y 軸と



し、雨水の流れる方向を正とする。記号は(2)の場合と同じで、更に v, J_y 及び τ_y を夫々 y 方向の流速、勾配(縦勾配)、底面摩擦応力の分値とし、図に示す如く x 軸、 y 軸及び z 軸に夫々平行で微小距離 $\delta x, \delta y$ を2辺とする底面をもつ6面体 ABCDEFGH を考え、 x 方向、 y 方向について連続式並びに運動量方程式をつくると、定常状態の場合は

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^h \rho u^2 dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^h \rho u v dz = -\tau_x + \rho g h J_x - \rho g h \frac{\partial h}{\partial x} \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \int_0^h \rho v^2 dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h \rho v u dz = -\tau_y + \rho g h J_y - \rho g h \frac{\partial h}{\partial y} \dots\dots\dots (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^h v dz = q \dots\dots\dots (11)$$

一般に道路の縦方向即ち y 方向の上端及び下端の境界付近を除けば u, v 及び h の y 方向の変化はないものと考えられるから(9)、(10)及び(11)式の y で微分した項が消え、 $v^* = \sqrt{\tau_y/\rho}$ とおけば次式のように簡単になる。

$$u^{*2} = g h J_x - g h \frac{dh}{dx} - \frac{d}{dx} \int_0^h u^2 dz \dots\dots\dots (12)$$

$$v^{*2} = g h J_y - \frac{d}{dx} \int_0^h v u dz \dots\dots\dots (13)$$

$$u_m h = \int_0^x q dx \dots\dots\dots (14)$$

(12) 及び (14) 式は夫々 (3) 及び (4) 式と全く同じ式である。

(2). 水面形、平均流速及び摩擦速度 速度分布として 2. の場合と同じ式

$$u/u^* = (u^*z/\nu)\{1 - (z/2h)\} \dots\dots\dots (15)$$

$$v/v^* = (v^*z/\nu)\{1 - (z/2h)\} \dots\dots\dots (16)$$

を用いると、(12)~(15)式より(7)式と全く同じ式

$$\frac{dh}{dx} = F_1(h, x) / F_2(h, x) \dots\dots\dots(17)$$

を得る。このことから縦勾配があつても水面形は変わらないという重要な結果が得られる。

次に (14)~(16) 式より

$$v_m^2 = 3\nu v_m / h, \quad \int_0^h \nu v dz = (6/5) v_m \int_0^2 q dx$$

の関係が得られるから、これらの式を (13) 式に代入すると、

$$\frac{6}{5} \int_0^x q dx \frac{dv_m}{dx} + \frac{6}{5} q v_m + \frac{3\nu v_m}{h} - gh J_y = 0 \dots\dots\dots(18)$$

となり、 v_m と x に関する微分方程式が得られる。これは一般に解けないので数値積分を行わねばならないが、 $q = \text{const.}$ として (18) 式を変形すると

$$\frac{d}{dx} (v_m x) = \frac{5gJ_y}{6q} h - \frac{5\nu}{2q} \frac{(v_m x)}{hx} \dots\dots\dots(19)$$

となり、この式を用いて数値積分を行う。特別な場合として $h = \text{const.}$ のときには (19) 式は簡単に解けて次のようになる。

$$v_m = \frac{gJ_y h^2}{3\nu} \left/ \left(1 + \frac{2qh}{5\nu} \right) \right. \dots\dots\dots(20)$$

v_m が求まると、(14) 式から得られる v_m を用い、 $V_m = \sqrt{u_m^2 + v_m^2}$ として合成平均流速 V_m がわかり、又摩擦速度 V^* も次のようになる。

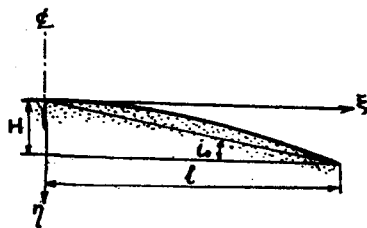
$$V^* = \sqrt{3\nu V_m / h} \dots\dots\dots(21)$$

4. 数値計算例

(1). 水面形 今路面横断形を図-3 の如く路頂

図-3 道路の横断形

Fig.3 (cross-sectional shape of road.



に原点をとり鉛直下方に η 軸、それに直角に ξ 軸をとつて、

$$\eta = H(\xi/l)^n \dots\dots\dots(22)$$

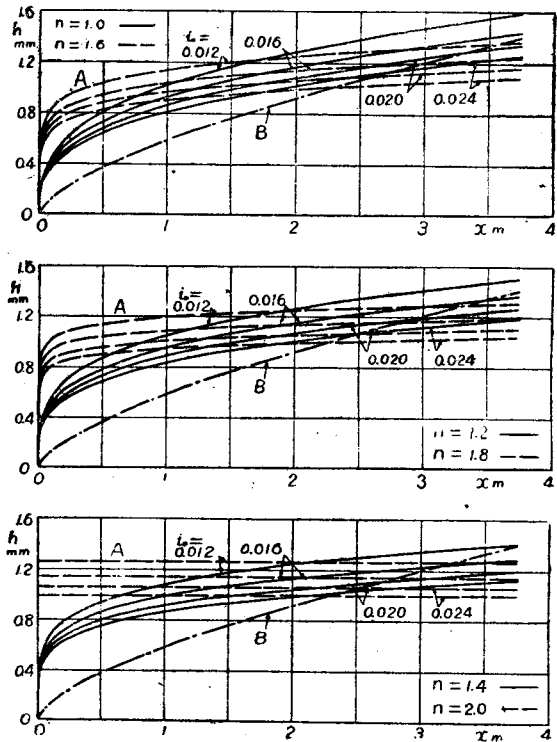
であらわす。こゝに l は路幅の半分、 H は路頂高である。 $i_0 = H/l$ とすれば (22) 式より $\frac{d\eta}{d\xi} = ni_0(\xi/l)^{n-1}$ であるから、 J_x と x との関係を $J_x = ni_0(x/l)^{n-1}$ で近似させ $q = \text{const.}$ とすれば、(7) 式の F_1, F_2 の函数は

$$F_1(h, x) = \frac{gh^3 ni_0}{\nu^2} \left(\frac{x}{l} \right)^{n-1} - \frac{12}{5} \cdot \frac{q^2 hx}{\nu^2} - \frac{3qx}{\nu}$$

$$F_2(h, x) = -\frac{gh^3}{\nu^2} - \frac{6q^2 x^2}{5\nu^2}$$

となる。数値計算例として $l = 375\text{cm}$, $q = 0.004\text{cm/s}$, $g = 980\text{cm/s}$, $\nu = 0.01\text{cm}^2/\text{s}$ の場合について $i_0 = 0.012, 0.016, 0.020, 0.024$; $n = 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0$ を色々組合せて $F_1 = 0, F_2 = 0$ の曲線を夫々図示したものが図-4 の A, B である。B の曲線は常流から射

図-4 $F_1(h, x) = 0$ 及び $F_2(h, x) = 0$ 曲線の図示
Fig.4 Graphical representation of $F_1(h, x) = 0$ and $F_2(h, x) = 0$ curves.



流に移る限界をあらわし、この線上では A 曲線との交点 P 及び原点を除いて $\frac{dh}{dx} = \infty$ であり、A の曲線上で

は同じく P 点及び原点を除いて $\frac{dh}{dx} = 0$ である。水面

形を求めるには与えられた境界条件のもとに数値積分すればよいが、自然流下の場合で交点 P が路面上にあらわれるときにはその交点 P から出発して上流の常流側並びに下流の射流側へ向つて順次水面形を求めて行かねばならない。交点 P における $\frac{dh}{dx}$ の値は $\left(\frac{dh}{dx} \right)_P$

$$= \lim_P \frac{dF_1}{dx} / \frac{dF_2}{dx}$$

を計算して求めることができる。これらのことについては本間博士の論文にくわしく出ているから省略する。こゝで用いた数値積分法は P. Wilh. Werner がやはり横から流入のある水路の計算

図-5 水面形
Fig.5 Profile of water surface.

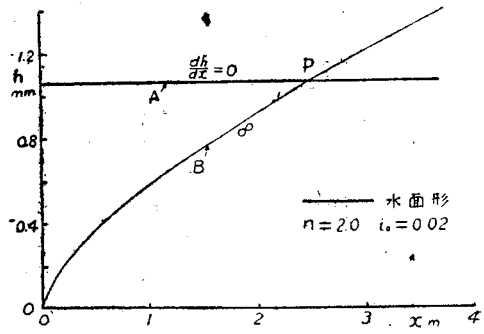
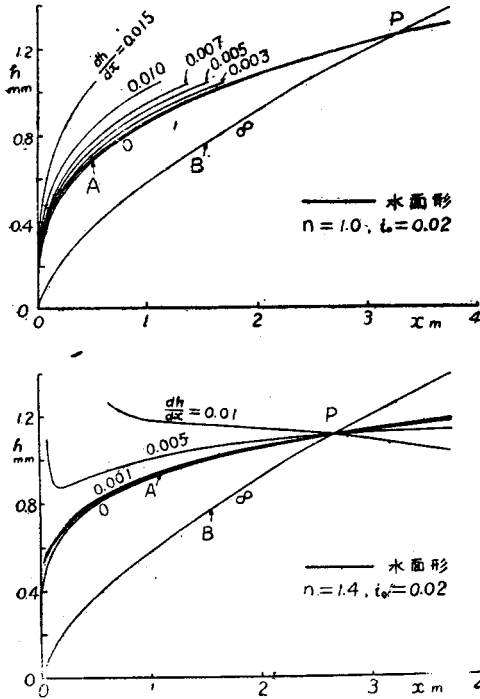


図-6 平均流速と n, J_y, x との関係
Fig.6 Relation between mean velocity and n, J_y, x

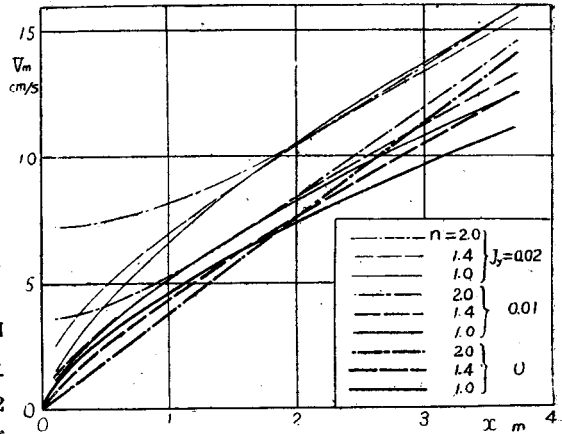
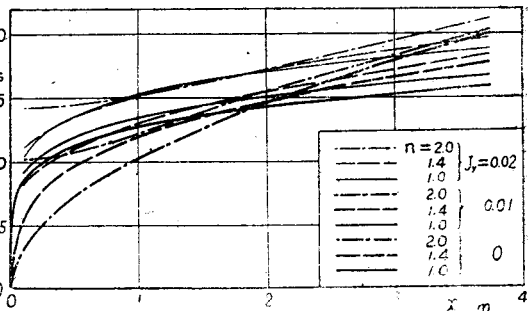


図-7 摩擦速度と n, J_y, x との関係
Fig.7 Relation between Frictional velocity and n, J_y, x

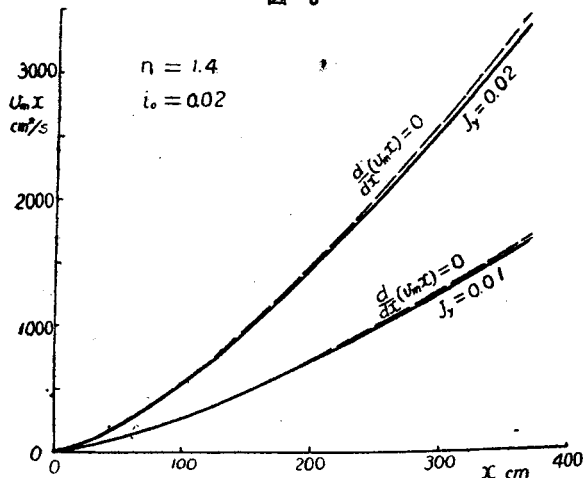
に用いた等傾斜線法 (Isoklinen-verfahren) である。これは $\frac{dh}{dx} = \text{const.}$ とおき const. の値を色々かえて曲線を描き P 点から出発して直線で結んで行き近似的に水面形を求める方法である。このようにして $i_0 = 0.02$ で $n = 1.0, 1.4, 2.0$ の場合の水面形を求めたものが図-5 である。同図から直ちにわかることは、水面形は x の小さはところを除いて大体 $\frac{dh}{dx} = 0$ の曲線即ち A の曲線に近似出来るということ、 $n = 2$ 即ち道路の横断面形が 2 次のパラボラの場合は水深が一定であるということである。従つて図-4 の A の曲線はほぼ水面形に等しいと見て差支えないわけである。

(2). 平均流速及び摩擦速度 縦勾配のない場合の平均流速 v_m 及び摩擦速度 u^* は水深 h と x の関係が求まると夫々 (4) 及び (8) 式から求めることが出来る。図-6 及び図-7 に示す $J_y = 0$ の曲線はこのようにして得られたものである。次に縦勾配のある場合は (19) 式を数値積分して v_m を求めなければならないが、やはり水面形を求めたときと同じように等傾斜線法を用いた。図-8 の破線は $\frac{d(v_mx)}{dx} = 0$ としたときの曲線であり、これは $v_m = gJ_y h^2 / 3\nu$ 即ち等速定流の式をあらわしている。実線は原点を通るという条件から得られた所要の v_mx と x との関係を示す曲線である。この



両者の差は最大約 4% 程度であるから、この程度の誤差を容認するならば等傾斜線法などで数値積分しなくても、簡単に等速定流の式から求めることが出来るわけである。 v_m が求まると合成平均流速 V_m は $V_m = \sqrt{u_m^2 + v_m^2}$ となり、これを用いて (21) 式から摩擦速度 V^* がわかる。図-6, 7 は夫々縦勾配 J_y が 0,

図-8



0.01, 0.02 の場合について計算した結果を示す。 $J_y = 0.002$ の場合についても計算したが x の小さいところを除き $J_y = 0$ の曲線に近接して図示出来ない。

5. 結論

以上の理論及び計算結果から次のように結論することが出来る。

(1). 水面形は縦勾配があつてもなくても不変である。

(2). 自然流下の場合、路頂附近を除いて水面形は $\frac{dh}{dx} = 0$ の曲線で近似出来る。

(3). 横断面形が $n=2$ 即ち 2 次のパラボラの場合は水深が一定となり、 n が 1 即ち直線に近づくに従い路頂附近の水深は小さくなり路側に行くに従つて大きくなる。

(4). 縦勾配があると 図-6, 7 からわかるように平均流速も摩擦速度も大きくなる。平均流速及び摩擦速度に対する縦勾配の影響は路頂附近では n が大きい程大で、路側附近では n が小さい程大きい。

(5). i_0 が 1/50 の場合、縦勾配が 1/500 以下では殆んど平均流速及び摩擦速度に影響を与えない。

(6). 限界掃流力即ち砂粒が流され始めるときの摩擦速度の値は粒径 0.2mm の砂で大凡 $V^* = 1.5\text{cm/s}$ 、0.6mm の砂で $V^* = 2.0\text{cm/s}$ 位であるから、雨量と滲透能の差が $q = 0.004\text{cm/s}$ で $i_0 = 1/50$ の場合では、図-7 から縦勾配のないときは $n=1$ で $x=2.7\text{m}$, $n=1.4$

及び 2.0 とともに $x=2.1\text{m}$ 附近より粒径 0.2mm 程度の砂が流れることがわかる。1/50 の縦勾配があるときは $n=1.0, 1.4, 2.0$ のいずれの場合も $x=1.0\text{m}$ 附近より粒径 0.2mm 程度の砂が流され、又粒径 0.6mm 程度の砂でも $n=2$ の場合は路側端附近より流されるということがわかる。

これらのことを総合して考察するに、雨水による浸蝕をあまり考慮する必要のない舗装道路の場合は、交通の関係から水深を一定にした方がよいから $n=2$ 即ち 2 次のパラボラがよいと思われる。縦勾配は水面形に影響がないから、水深だけを問題にする場合には縦勾配は他の条件から決定すべきである。舗装されていない道路では、 V^* をなるべく一様にして浸蝕の程度を等しくするという点からは、 $n=1$ 即ち直線に近い横断面形がよいわけである。路面の浸蝕だけを考えると V^* を小さくする意味から縦勾配がない方がよいのであるが、地形その他の条件でやむを得ざる場合には出来るだけ小さくした方がよい。前述の計算例では $n=1$ のとき縦勾配が 1/100 の場合は勾配のない場合に比し V^* は約 6% 大きくなっている。

以上の理論は滑面に対する流速分布を用いて展開したものであるから、粗面の場合にも適用されるかどうかは疑問であるが、これについては粗面に対する薄層流の実験を実施中であるから近く改めて検討できることと思つている。

この研究を行うに当つて終始御指導を賜つた京大教授石原博士並びに計算を手伝つていただいた石原安雄君(大学院特別研究生)に厚く感謝する。

文献

- 1). 工藤久夫; “道路縦勾配の路面排水に及ぼす効果に就て”, 土木学会誌 22 卷 1 号, 昭.11
- 2). 久野重一郎; “道路面流水の理論”, 土木学会誌 22 卷 11 号, 昭.11
- 3). 本間仁; “横から流入のある水路の計算について”, 建設工学 2 卷 1 号, 昭.24
- 4). 石原藤次郎, 岩垣雄一, 合田健; “薄層流に関する研究(第 1 報)”, 土木学会論文集 6 号, 未刊
- 5). P. Wilh. Werner; “Wasserspiegelberechnung von Kanälen bei gleichmäßiger Bewegung and veränderlich Wassermenge”, Bautech., Heft 23, 1941.

正員 安倍邦衛君は昭和 25 年 10 月 19 日, 准員 鈴木功君は 11 月 10 日逝去せられた。本会は謹んで哀悼の意を表す。