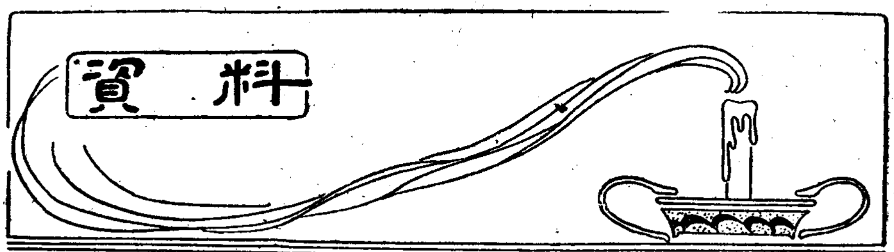


不静定値の選び方について

1. 一般方針 ある不静定構造物の仮の不静定値を $X_a\ X_b\ X_c\cdots\cdots$ として静定主系を作り，表―1 の様な記号を用うれば荷重 $P_i=1$ に対し（1）が成立つ。

表―1 δ の記号

荷重状態	X_aの作用点の$X_a=-1$方向への変位	X_bの作用点の$X_b=-1$方向への変位	X_cの作用点の$X_c=-1$方向への変位	…………	i点の$P_i=1$方向への変位
$X_a=-1$	δ_{aa}	δ_{ba}	δ_{ca}	………	δ_{ia}
$X_b=-1$	δ_{ab}	δ_{bb}	δ_{cb}	………	δ_{ib}
$X_c=-1$	δ_{ac}	δ_{bc}	δ_{cc}	………	δ_{ic}
………	………	………	………	………	………
$P_i=1$	δ_{ai}	δ_{bi}	δ_{ci}	………	δ_{ii}

$$\left.\begin{array}{l} X_a\delta_{aa}+X_b\delta_{ab}+X_c\delta_{ac}+\cdots\cdots-\delta_{ai}=0 \\ X_a\delta_{ba}+X_b\delta_{bb}+X_c\delta_{bc}+\cdots\cdots-\delta_{bi}=0 \\ Y_a\delta_{ca}+X_b\delta_{cb}+X_c\delta_{cc}+\cdots\cdots-\delta_{ci}=0 \end{array}\right\}\cdots(1)$$

茲で Maxwell の相反法則より

$$\delta_{ab}=\delta_{ba},\ \delta_{ac}=\delta_{ca},\ \delta_{bc}=\delta_{cb}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

（1）は不静定値 n 個を含む n 個の方程式であるから，之を解けば不静定値が求まるが，計算が非常に煩雑になるので，別に n 個の不静定値 $X_a\ X_B\ X_C\ \cdots\cdots$ を適当に選び，元の静定主系に $X_A\ X_B\ X_C\cdots\cdots$ を作用させた時の応力が $X_a\ X_b\ X_c\cdots\cdots$ を作用させた時と全く相等しくなる様にする。此の時 $X_a\ X_b\ X_c\ \cdots\cdots\ X_A\ X_B\ X_C\cdots\cdots$ の間には，次の様な関係式が成立つものとする。

$$\left.\begin{array}{l} X_a=X_Af_{aa}+X_Bf_{ab}+X_Cf_{ac}+\cdots\cdots \\ X_b=X_Af_{ba}+X_Bf_{bb}+X_Cf_{bc}+\cdots\cdots \\ X_c=X_Af_{ca}+X_Bf_{cb}+X_Cf_{cc}+\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{array}\right\}\cdots\cdots(3)$$

茲で一般に $f_{ab}\neq f_{ba}\ f_{ac}\neq f_{ca}\cdots\cdots$

（3）を（1）に代入すれば

$$\left.\begin{array}{l} X_AZ_{aa}+X_BZ_{ab}+X_CZ_{ac}+\cdots\cdots-\delta_{ai}=0 \\ X_AZ_{ba}+X_BZ_{bb}+X_CZ_{bc}+\cdots\cdots-\delta_{bi}=0 \\ X_AZ_{ca}+X_BZ_{cb}+X_CZ_{cc}+\cdots\cdots-\delta_{ci}=0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{array}\right\}\cdots(4)$$

茲に $Z_{aa}Z_{ab}\cdots\cdots$ 等は $\delta_{aa}\delta_{ab}\cdots\cdots$ 及び $f_{aa}f_{ab}\cdots\cdots$ 等の函数で，一般には

$$Z_{ab}\neq Z_{ba}\ Z_{bc}\neq Z_{cb}\ Z_{ac}\neq Z_{ca}\cdots\cdots\cdots$$

次に $X_A\ X_B\ X_C\cdots\cdots$ 等に対し表―1 と同様の記号 $\delta_{AB}\ \delta_{BC}\cdots\cdots$ 等を用うれば（1）と同様次式が成立つ。

$$\left.\begin{array}{l} X_A\delta_{AA}+X_B\delta_{AB}+X_C\delta_{AC}+\cdots\cdots-\delta_{Ai}=0 \\ X_A\delta_{BA}+X_B\delta_{BB}+X_C\delta_{BC}+\cdots\cdots-\delta_{Bi}=0 \\ X_A\delta_{CA}+X_B\delta_{CB}+X_C\delta_{CC}+\cdots\cdots-\delta_{Ci}=0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{array}\right\}\cdots(5)$$

茲で Maxwell の相反法則より

$$\delta_{AB}=\delta_{BA}\ \delta_{AC}=\delta_{CA}\ \delta_{Ai}=\delta_{iA}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

今若し（4）を変換して（5）を作り

$$\left.\begin{array}{l} \delta_{A\beta}=\delta_{BA}=0 \\ \delta_{AC}=\delta_{CA}=0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

を成立せしむる事が出来れば（5）より

$$X_A=\frac{\delta_{iA}}{\delta_{AA}},X_B=\frac{\delta_{iB}}{\delta_{BB}},X_C=\frac{\delta_{iC}}{\delta_{CC}}\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

となつて非常に簡単になる。

2. 2次不静定構造物 2次不静定の場合には（4）式として次式が得られる。

$$\begin{cases} X_A(f_{aa}\delta_{aa}+f_{ba}\delta_{ab})+X_B(f_{ab}\delta_{aa} \\ \qquad\qquad +f_{bb}\delta_{ab})-\delta_{ai}=0\cdots\cdots(9) \\ X_A(f_{aa}\delta_{ab}+f_{ba}\delta_{bb})+X_B(f_{ab}\delta_{ab} \\ \qquad\qquad +f_{bb}\delta_{bb})-\delta_{bi}=0\cdots\cdots(10) \end{cases}$$

$(9)f_{aa}+(10)f_{ba}$ 及び $(9)f_{ab}+(10)f_{bb}$ を作り $X_A\ X_B$ の係数を比較すると，（5）式が出来た事になるので（7）式を作れば

$$f_{aa}f_{ab}\delta_{aa}+(f_{ab}f_{ba}+f_{aa}f_{bb})\delta_{ab}+f_{ba}f_{bb}\delta_{bb}=0\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

従て f を X_AX_B の作用点の位置或は方向を示す x の函数で表わし，上式を解けば，Xが決定される事になる。

扨て，静定主系を作る時の $X_a\ X_b$ としては，モーメント M，鉛直方向の力 V，水平方向の力 H の何

れを取つてもよろしい。而かも其の作用点は同一点の場合と異る2点の場合とあり得る。即ち2次不静定構造物に於ける $X_a X_b$ の組合せは表—2 の様になる。

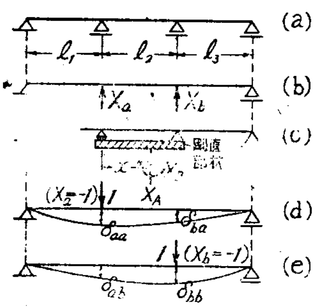
表—2　X_a と X_b の組合せ

作用点が同一点の時	作用点が異る二点の時	
V と H	V	H
V と M	V	V
H と M	H	H
	V	M
	H	M
	M	M

各々の場合について $X_A X_B$ をを求める事が出来るが，紙面の都合上一例として X_A と X_B とが異る2点に作用する V と V の場合のみを記載すれば，

図—1 に於て

図—1



$$\begin{cases} X_a=\dfrac{1}{l_2}\left\{X_A(l_2-x)+X_B\right\} \\ X_b=\dfrac{1}{l_2}\left\{X_A x-X_B\right\} \end{cases}$$

即ち

$$\begin{cases} f_{aa}=\dfrac{1}{l_2}(l_2-x) \\ f_{ab}=\dfrac{1}{l_2} \\ f_{ba}=\dfrac{x}{l_2} \\ f_{bb}=-\dfrac{1}{l_2} \end{cases}$$

之等を (11) に代入すれば

$$x=\frac{(\delta_{aa}-\delta_{ab})l_2}{\delta_{aa}-2\delta_{ab}+\delta_{bb}}$$

図—1 (d) 及び (e) より δ を求むれば x がきまる。若し左右対称ならば $\delta_{aa}=\delta_{bb}$ となり

$$x=\frac{l_2}{2} \text{ となる。}$$

x が定まれば (8) より X_A X_B の影響線を求める事が出来る。

3.　3次不静定構造物　一般方針に従て (7) を作れば次の3式が得られる。

$$f_{aa}(f_{ab}\delta_{aa}+f_{bb}\delta_{ab}+f_{cb}\delta_{ac})+$$
$$f_{ba}(f_{ab}\delta_{ba}+f_{bb}\delta_{bb}+f_{cb}\delta_{bc})+$$
$$f_{ca}(f_{ab}\delta_{ca}+f_{bb}\delta_{cb}+f_{cb}\delta_{cc})=0 \cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$
$$f_{aa}(f_{ac}\delta_{aa}+f_{bc}\delta_{ab}+f_{cc}\delta_{ac})+$$
$$f_{ba}(f_{ac}\delta_{ba}+f_{bc}\delta_{bb}+f_{cc}\delta_{bc})+$$
$$f_{ca}(f_{ac}\delta_{ca}+f_{bc}\delta_{cb}+f_{cc}\delta_{cc})=0 \cdots\cdots\cdots\cdots (13)$$
$$f_{ab}(f_{ac}\delta_{aa}+f_{bc}\delta_{ab}+f_{cc}\delta_{ac})+$$
$$f_{bb}(f_{ac}\delta_{ba}+f_{bc}\delta_{bb}+f_{cc}\delta_{bc})+$$
$$f_{cb}(f_{ac}\delta_{ca}+f_{bc}\delta_{cb}+f_{cc}\delta_{cc})=0 \cdots\cdots\cdots\cdots (14)$$

玆に f は，$X_A X_B X_C$ の作用点の位置及び方向を表わす $x\ y\ \alpha$ の函数なる故，上の3式を解けば $x\ y\ \alpha$ を決定する事が出来る。扨て，$X_a\ X_b\ X_c$ としては表—3 の様な組合せが考えられる。

表—3　$X_a\ X_b\ X_c$ の組合せ

作用点が同一点の時	作用点が異る二点の時		作用点が異る三点の時		
V H M	M H	V	V	V	V
	M V	H	H	H	H
	M H	H	V	V	H
	M V	V	H	H	V
	M H	M	V	V	M
	M V	M	H	H	M
	H V	M	V	H	M
	H V	V	V	M	M
	H V	H	H	M	M
			M	M	M

各々の場合について，$x\ y\ \alpha$ を決定する事が出来るが玆では一例として $X_a X_b X_c$ が異る3点に作用する3つの V の場合のみを記載すれば，図—2 において

$$X_a=-(X_A\cos\alpha-X_B\sin\alpha)$$

$$X_b=\frac{1}{l}\Big\{X_A\rho_2\sin(\beta_2+\alpha)+X_B\rho_2\cos(\beta_2+\alpha)+X_C\Big\}$$

$$=\frac{1}{l}\Big\{X_A(y\cos\alpha+x_2\sin\alpha)+X_B(x_2\cos\alpha-y\sin\alpha)+X_C\Big\}$$

$$X_C=-\frac{1}{l}\Big\{X_A\rho_1\sin(\beta_1-\alpha)-X_B\rho_1\cos(\beta_1-\alpha)+X_C\Big\}$$

$$=-\frac{1}{l}\Big\{X_A(y\cos\alpha-x_1\sin\alpha)-X_B(x_1\cos\alpha+y\sin\alpha)+X_C\Big\}$$

即ち

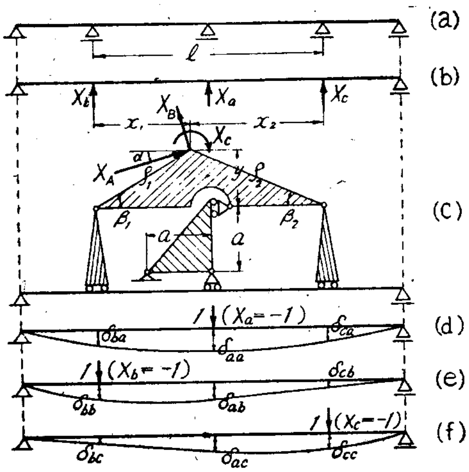
$$f_{aa}=-\cos\alpha$$

$$f_{ab}=\sin\alpha$$

$$f_{ac}=0$$

$$f_{ba}=\frac{1}{l}(y\cos\alpha+x_2\sin\alpha)$$

図—2



$$f_{bb}=\frac{1}{l}(x_2\cos\alpha-y\sin\alpha)$$

$$f_{bc}=\frac{1}{l}$$

$$f_{ca}=-\frac{1}{l}(y\cos\alpha-x_1\sin\alpha)$$

$$f_{cb}=\frac{1}{l}(x_1\cos\alpha+y\sin\alpha)$$

$$f_{cc}=-\frac{1}{l}$$

之等の f を (12), (13), (14) に代入し，尚

$x_1+x_2=l$ とおけば

$$\begin{cases} x_1=\dfrac{(\delta_{bb}-\delta_{bc})l}{\delta_{bb}-2\delta_{bc}+\delta_{cc}}, \quad x_2=l-x_1 \\ y=\dfrac{(\delta_{ab}-\delta_{ac})l}{\delta_{bb}-2\delta_{bc}+\delta_{cc}} \\ \tan 2\alpha=\dfrac{2(x_1\delta_{ca}+x_2\delta_{ba})l}{y^2(\delta_{bb}-2\delta_{bc}+\delta_{cc})+x_2{}^2\delta_{bb}+2x_1x_2\delta_{bc}+x_1\delta_{cc}{}^2-l^2\delta_{aa}} \end{cases}$$

若し左右対称ならば

$\delta_{bb}=\delta_{cc}$ $\delta_{ba}=\delta_{ca}$ となり

$$\begin{cases} x_1=x_2=\dfrac{l}{2} \quad y=0 \\ \tan 2\alpha=\dfrac{4\delta_{ba}}{\delta_{bb}+\delta_{bc}-2\delta_{aa}} \end{cases}$$

図—2 (*d*),(*e*),(*f*)より δ を求むれば，x, y, α が決定される。

4次以上の不静定構造物に於ても，之とほゞ同様にして解く事が出来る。

結　言　本解法は充腹構造たると骨組構造たるとを問わず総ての構造物に適用ずる事が出来，如何なる構造物に対しても同一の式で不静定値の作用点の位置及び方向を表わす事が出来るのが特徴である。フィーレンデールアーチや，フィーレンデール連続構の様な内的にも外的にも高次の不静定構造物に対して之を適用すれば外的静定主系の解法を応用するだけで，極めて簡単に外的不静定値を求める事が出来る。

（山梨大学助教授　近藤繁人）

最近の米国道路橋設計示方書について（2）

11. 輪荷重の縦桁及び横桁への分布

11·1　剪断力　横桁及び縦桁の端部剪断力を算定するには，剪断力を求めんとする端部に接して輪荷重を配置し，この輪荷重については荷重の縦及び横方向の分布を考慮せずに剪断力を算定する。端部以外の荷重位置について剪断力を算定する場合には，モーメントに規定したと同一方法による。この算定方法は我国現行規定と内容的には同一のものであるが，縦桁には床版を経て輪荷重が伝わるため，床版によつて輪荷重が縦及び横方向に分布されることが考えられるが本規定ではこれを考慮しないと明記されている。

11·2　縦桁の曲げモーメント　縦桁の曲げモーメントを算定するには輪荷重の縦方向分布は考慮しない。横方向については，床版の連続性，縦桁の弾性によつて荷重分布を考え，縦桁が床版から受ける力は，床版を単純梁と仮定して算定した反力に表—2 A欄の分布係数を乗じたものとし，これによつて縦桁の曲げモーメントを算定する。

(i) 内側縦桁

表—2

床版の種類	A 縦桁		B
	1車線橋梁	2車線以上の橋梁	横桁
板張床版	$S/4.0$	$S/3.75$	$S/4$
厚サ4inの strip floor, 4in の板張床版上に木塊で鋪装した床版，厚サ5in 以上の多層板張床版	$S/4.5$	$S/4.0$	$S/4.5$