

の理論値は之によつた。表を見れば誤差は(2~4)%である。

#### 4. 結 び

コンクリートの曲げ引張と単純引張強度との関係をコンクリートの応力歪関係の簡単な仮定に基いて理論的に求めて見ると、コンクリートの圧縮強度とも密接に関連して来ることが分つた。然も之等の結果は各権威ある実験と比較して満足すべき程度によく合致した。従つてコンクリートの単純引張強度が問題となる

場合も、或いは困難にして然も不正確を免れ難いような引張試験を無理に行つたり、或いは曲げ試験のみを行つて今迄の如く単に漠然と曲げ強度は単純強度の1.5~2倍であるというような不正確な推定をなすことなく、この方法によれば圧縮及び曲げ引張試験を行うことによつて、単純引張強度を容易に然も充分正確に推定出来ると思われる。然し一方引張試験方法の確立への努力と本文の仮定に対する更に詳しい検討は今後に残された問題である。

## 開水路における浮游流砂の分布について

准 員 合 田 健\*

### ON THE DISTRIBUTION OF SUSPENDED MATERIALS IN OPEN CHANNELS.

(JSCE Oct. 1950)

Takeshi Goda, C.E. Assoc. Member.

**Synopsis** On the suspended materials in turbulent flow, vertical distribution of their concentration has been chiefly discussed by experiments and measurements, but studies in case of turbulent flow in open channels are not yet sufficient. The theories by Dr. Nomitsu and Dr. Hayami are remarkable at the points of their two-dimensional analysis of the fundamental differential equation for the concentration-distribution of suspended materials, but the initial and boundary conditions used in their solutions are somewhat doubtful. In this paper, the writer solved the fundamental equations 3-dimensionally in the case of a rectangular open channel under some reasonable conditions, and obtained a general formula of suspended materials-distribution and their total cross-sectional quantity or timely variation, by which many remarkable results were cleared.

**要旨** 乱流中における浮游流砂の分布については、主として実験、実測によりその鉛直方向の分布が論ぜられているが、開水路乱流としては未だ充分な研究が行われていない。野満、速水両博士の理論は流砂の濃度分布の基礎方程式を二次的に扱つたものとして注目されるが、境界及び初期条件に稍疑問がある。本研究は河川工学的な見地から、この基礎方程式の解を矩形開水路の場合につき三次的に導き、流砂分布或は流砂総量及びそれらの流下による変化などを求めて乱流交換係数  $\eta$ 、粒子の平均沈降速度  $w_0$  などの要素について検討し、多くの注目すべき事実を明かにしたものである。

#### 1. 緒 論

河川の流砂を大別して、河床を転動或は滑動しながら移動する河床流砂と浮游状態を続けながら移動する浮游流砂とに分けることが出来る。J.E.Stevens等<sup>1)</sup>

の研究によると、流砂総量のうち浮游流砂が約8割以上を占める様な例も報告されている。本文ではこの浮游流砂量及びその分布状態に重要な関連のある乱流交換係数及び泥砂粒子の静水中における沈降速度を中心として、浮游流砂の特質を論じて行きたい。乱流交換係数については在来行われた多くの研究、例えば Prandtl<sup>2)</sup> の運動量理論、G.I.Taylor<sup>3)</sup>、A.A.Kalinske<sup>4)</sup> の乱流拡散に関する理論及び実験的研究、或は野満隆治博士<sup>5)</sup>、速水頌一郎博士<sup>7)</sup> による乱流交換係数に対する見解等から交換係数の  $\eta$  が一般に鉛直方向及び水平方向に或型の変動をすることを認めたが、理論的取扱いの便宜上ここには  $\eta = \text{const}$  として扱ふ事にした。又浮游粒子の静水中における沈降速度はこれを一定と見做せるとして鶴見一正博士<sup>6)</sup> の内地産川砂に対する実験結果を用いた。

#### 2. 浮游流砂分布の基礎方程式

交換係数  $\eta$  を Turbulence tensor  $\eta_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ )

\* 京都大学 大学院特別研究生

として扱ふと乱れによる伝達可能量  $\rho$  の満足する方程式は

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \sum_i \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i \rho) = \sum_{i,j} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \eta_{ij} \frac{\partial \rho}{\partial x_j} \right) + w_0 \frac{\partial \rho}{\partial z} \dots \dots \dots (1)$$

但し  $u_i$ :  $x_i$  方向の流速

$w_0$ : 粒子の静水中における沈降速度

$\rho$ : 単位体積中に含まれる流砂の重量

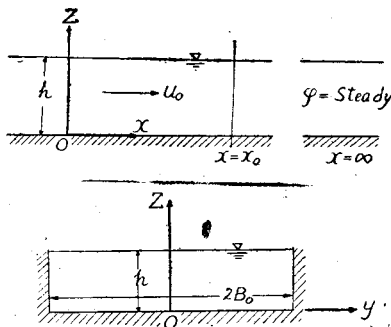
こゝで前述の如く近似的に  $\eta_{ij} = \text{const} = \eta$  とし,  $x_1$  方向の速度  $u_1 = \text{const} = u_0$ ,  $u_2 = u_3 = 0$  なる流れを考え流下方向を  $x$  として微小な項を省略すると上式は,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_0 \frac{\partial \rho}{\partial x} = \eta \left( \frac{\partial^2 \rho}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2} \right) + w_0 \frac{\partial \rho}{\partial z} \dots \dots \dots (2)$$

こゝでは  $w_0 = \text{const}$  としているから, 粒子の組成次第では  $w_0$  の一つの値である組成を代表させるか, 又はこれを数段階に分けて各々の結果を加算する必要がある。以下(2)式を基にしてその解を論ずることとする。

$\rho$  に対する従来の取扱いは  $x, z$  (流れ及び水深方向) 又は  $t, z$  に関する二次元理論で, 代表的なものとして野満博士<sup>(9)</sup>及び速水博士<sup>(10)</sup>の論文があるが, 野満博士は速水博士の用いた水面条件,  $z=h$  で  $\rho=0$  を修正し  $z=h$  で  $\eta \frac{\partial \rho}{\partial z} + w_0 \rho = 0$ , 即ち水面外へ砂粒が脱出しないと云う条件に改めて解を得られたが, 他の仮定は別として注目すべきものである。その他の理論も多くは境界条件や仮定に無理があり, 河川工学的に首肯し難い点があるので, こゝには三次元的に扱ふと共に条件を出来るだけ合理化した。問題を簡単にするため, 平均流速  $u_0$  が余り変動しない様な水路区間をとり, i) その区間で濃度分布が定常で, しかも流れの方向に殆ど差のない場合, ii) その区間で濃度分布が定常であるが, 流れの方向に変化する場合の二つを代表的に考えることにした。断面形は図-1 に示す如く巾  $2B_0$  水深  $h$  の矩形とし, 原点を起点断面の水底中央にとつた。

図-1



3. 濃度分布が定常で, しかも流れの方向に殆ど差のない場合

ない場合

(2) 式で  $w_0/\eta = w$  として

$$\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \rho_1}{\partial z^2} + w \frac{\partial \rho_1}{\partial z} = 0 \dots \dots \dots (3)$$

変数分離により任意常数を含む解を求めると,

$$\rho_1(y, z) = (p \sin ky + q \cos ky) (A e^{\sigma_1 z} + B e^{\tau_1 z})$$

$p, q, A$  及び  $B$  は次の4条件によつて決る。

$$y=0, y=B_0 \text{ で } \frac{\partial \rho_1}{\partial y} = 0$$

$$z=h \text{ で } \eta \frac{\partial \rho_1}{\partial z} + w_0 \rho_1 = 0$$

$z=0$  で  $\rho_1 = f(y)$  但し  $f(y)$  は任意に与える。

すると  $\rho_1$  は  $y$  に関して  $\sum q_n \cos(n\pi y/B_0)$  なる Fourier 級数に展開出来るから  $z$  に関する2つの条件式から

$$f(y) = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{4\sigma_n \cosh \sigma_n h + 2\sigma_n \sinh \sigma_n h}{2\sigma_n + w} \right\} e^{-\sigma_n h} \times Q_n \cos k_n y$$

$$\text{但し } \sigma_n = \sqrt{w^2 + 4k_n^2}/2 \quad k_n = \frac{n\pi}{B_0}$$

$f(y)$  が  $0 \leq y \leq B_0$  で Dirichlet の条件を満たしておれば,

$$\int_0^{B_0} \cos k_m y \cos k_n y dy = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ B_0/2 & m = n \end{cases} \quad m, n: \text{正整数}$$

これから  $Q_n$  及び  $Q_0$  を計算できる。

$$Q_n = \frac{(2\sigma_n + w) \exp \sigma_n h}{(2\sigma_n \cosh \sigma_n h + \sigma_n \sinh \sigma_n h) B_0} \int_0^{B_0} f(y) \cos k_n y dy$$

$$Q_0 = \frac{1}{B_0} \int_0^{B_0} f(y) dy$$

$$\therefore \rho_1(y, z) = \frac{1}{B_0} e^{-wz} \int_0^{B_0} f(y) dy + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{B_0} \int_0^{B_0} f(y) \cos k_n y dy \times \frac{2\sigma_n \cosh \sigma_n (h-z) + \sigma_n \sinh \sigma_n (h-z)}{2\sigma_n \cosh \sigma_n h + \sigma_n \sinh \sigma_n h} e^{-\frac{w}{2} z} \cos k_n y \dots \dots \dots (4)$$

これが(3)式の求める解であつて, 水底の流砂分布  $f(y)$  を適当に与えて  $\int_0^{B_0} f(y) \cos k_n y dy, \int_0^{B_0} f(y) dy$  を計算すれば, 級数が収斂する限り,  $w_0$  と  $\eta$  の種々な組合せに対し断面内の定常な濃度分布が分るが, 結局  $f(y)$  をいかに与えるかが問題で, 過去の実測における数例<sup>(11) (12) (13)</sup>を見れば  $f(y)$  は水路中央で最大, 側壁に向い減少する函数であることが知れる。勿論流砂の性質や断面内の流速及びその分布の如何によつて  $f(y)$  の形が自ら定まるべきものであるが, 一応上記の実測事実を近似的に表わす例として, 次の函数を考える。

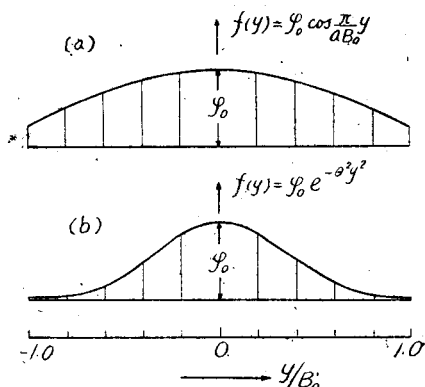
$$f(y) = \rho_0 \cos \frac{\pi}{a B_0} y \quad (a \geq 2),$$

$$\text{又は } f(y) = \rho_0 e^{-\theta^2 y^2} \dots \dots \dots (5)$$

なお浮砂や流速分布が与えられると, 浮砂分布が定常でしかも流れの方向に殆ど差がないと云う様な状態

が実際には起り得ないこともあろうが、この場合は問題を極めて短区間として扱うことにする。

図-2



(5) 式は図-2 に示す様な函数形であるが、その第1式で  $a$  を適当に扱えば水底中心と側壁との濃度比を  $1 \sim \infty$  に変える事が出来る。これに対し(4)式中の積分は

$$\frac{2}{B_0} \int_0^{B_0} f(y) \cos k_n y dy = \pm \frac{2\varphi_0}{\pi} \frac{a}{1-a^2 n^2} \sin \frac{\pi}{a},$$

$$\frac{1}{B_0} \int_0^{B_0} f(y) dy = \frac{a\varphi_0}{\pi} \sin \frac{\pi}{a}$$

但し  $+\dots\dots n = \text{even}, -\dots\dots n = \text{odd} \dots\dots (6)$

(5) の第2式に関しても近似的に積分の求値可能であるが紙面の都合上ここには省略する事にする。

4. ある区間で濃度分布が定常であるが、流レの方向に変化する場合

基礎式は次の様に書ける。

$$u_0 \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} = \eta \left( \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial z^2} \right) + w_0 \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} \dots\dots (7)$$

境界条件は

$$y=0 \text{ 及び } y=B_0 \text{ で } \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} = 0$$

$$z=0 \text{ 及び } z=h \text{ で } \eta \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} + w_0 \varphi_2 = 0$$

$x=0$  で  $\varphi_2 = \psi(y, z)$  但し  $\psi(y, z)$  は任意である。

$w_0/\eta = u, w_0/\eta = w$  として(3)式同様に解を求めると  $\varphi_2(x, y, z) = A e^{-(\alpha^2 + \beta^2)x/u} (a \sin \alpha y + b \cos \alpha y) \times (B_2 e^{\lambda_1 z} + C_2 e^{\lambda_2 z})$

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{1}{2} (-w \pm \sqrt{w^2 - 4\beta^2})$$

前同様  $\sum b_n \cos \frac{n\pi y}{B_0}$  の Fourier 級数に展開出来るから

$$\varphi_2 = \sum b_n e^{-(\beta^2 + k_n^2)x/u} \cos k_n y (B_2 e^{\lambda_1 z} + C_2 e^{\lambda_2 z})$$

ここで  $z$  に関する2条件から  $B_2, C_2$  が共に0でないため、

$$\Delta = \begin{vmatrix} \lambda_1 e^{\lambda_1 h} + w e^{\lambda_1 h} & \lambda_2 e^{\lambda_2 h} + w e^{\lambda_2 h} \\ \lambda_1 + w & \lambda_2 + w \end{vmatrix} = 0$$

なることを要する。

i)  $e^{\lambda_1 h} - e^{\lambda_2 h} = 0$  とすれば  $\lambda_1 = \lambda_2, w^2 - 4\beta^2 = 0$

∴  $\lambda_1 = \lambda_2 = -w/2$  となり、 $B_2 + C_2 = 0$  で不都合な結果になる。

ii)  $\lambda_1 + w = 0$  とすれば  $\lambda_1 = -w$ 、ところが  $\lambda_1 = (-w + \sqrt{w^2 - 4\beta^2})/2$  であるから  $\lambda_1$  は  $-w/2$  より小さくなり得ず矛盾する。

iii) 最後に  $\lambda_2 + w = 0$  とすれば、 $\lambda_2 = -w$ 、ここに  $\lambda_2 = (-w - \sqrt{w^2 - 4\beta^2})/2$  であるから  $\beta^2 = 0$  なる事を要する。従つて  $\lambda_1 = 0$  となり、前式から  $B_2 = 0$  で  $z$  に関する函数は  $C_2 e^{-wz}$  となる。

故にiii) の場合のみを採用すべく新しい常数  $S$  を用いて前式の  $\varphi_2$  を書き直すと、

$$\varphi_2 = \sum_n S_n \exp(-k_n^2 x/u - wz) \cos k_n y$$

$$= \frac{S_0}{2} e^{-wz} + \sum_{n=1}^{\infty} S_n \exp(-k_n^2 x/u - wz) \cos k_n y$$

$S_0, S_n$  を決定するため起点条件を入れると、

$$\frac{S_0}{2} e^{-wz} + \sum_{n=1}^{\infty} S_n e^{-wz} \cos k_n y = \psi(y, z)$$

上式の両辺に  $\cos k_n y dy dz$  を乗じて領域  $D$  (半断面  $0 \leq y \leq B_0, 0 \leq z \leq h$ ) 内で二重積分を行つと、 $\psi(y, z)$  が  $D$  内で Dirichlet の条件を満し、右辺の級数が収斂するならば

$$S_0/2 = \frac{w}{B_0(1-e^{-wh})} \int_D \int \psi(y, z) dy dz$$

$$S_n = \frac{2w}{B_0(1-e^{-wh})} \int_D \int \psi(y, z) \cos k_n y dy dz$$

が得られる。これらを用いて分布函数  $\varphi$  を求めると

$$\varphi_2(x, y, z) = \frac{w}{B_0(1-e^{-wh})} e^{-wz} \left\{ \int_D \int \psi(y, z) dy dz + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \int_D \int \psi(y, z) \cos k_n y dy dz \times e^{-k_n^2 x/u} \cos k_n y \dots\dots (8) \right.$$

これが起点条件を任意に与えた場合の(7)式の解であつて、 $\psi(y, z)$  の如何によつては実際に求値不能のこともあろうが、今1例として  $\psi(y, z)$  を(3)式の解即ち(4)式の  $\varphi_1$  で与えた場合を考えて見よう。これは起点における流砂の濃度分布  $\varphi_1(y, z)$  が流下とともに変化して行く場合であつて、河川の勾配、断面が急変する場所から下流へかけて実際に起りうる現象である。この場合は

$$\frac{S_0}{2} e^{-wz} + \sum_{n=1}^{\infty} S_n e^{-wz} \cos k_n y = \frac{1}{B_0} e^{-wz} \int_0^{B_0} f(y) dy + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\sigma_n \cosh \sigma_n(h-z) + w \sinh \sigma_n(h-z)}{2\sigma_n \cosh \sigma_n h + w \sinh \sigma_n h} e^{-\frac{w}{2} z}$$

$$\times \frac{2}{B_0} \int_0^{B_0} f(y) \cos k_n y dy$$

ここで前述の如く  $\cos k_n y dy dz$  を両辺に乘じ、 $D$  内で積分すると両辺の第1項は消失し、

$$\begin{aligned} & \int_D \int_0^\infty \sum_{n=1}^\infty S_n e^{-wz} \cos k_n y \cos k_n y dy dz \\ &= \frac{2}{B_0} \int_D \int_0^\infty \sum_{n=1}^\infty \int_0^{B_0} f(y) \cos k_n y dy \\ & \times \left\{ \frac{2\sigma_n \cosh \sigma_n (h-z) + u \sinh \sigma_n (h-z)}{2\sigma_n \cosh \sigma_n h + u \sinh \sigma_n h} \right\} \\ & e^{-\frac{w}{2}z} \cos k_n y \cos k_n y dy dz \\ \therefore S_n \int_0^h e^{-wz} dz &= \frac{2}{B_0} \int_0^{B_0} f(y) \cos k_n y dy \int_0^h e^{-\frac{w}{2}z} \\ & \left\{ \frac{2\sigma_n \cosh \sigma_n (h-z) + u \sinh \sigma_n (h-z)}{2\sigma_n \cosh \sigma_n h + u \sinh \sigma_n h} \right\} dz \end{aligned}$$

これを計算して

$$\begin{aligned} \frac{S_0}{2} &= \frac{1}{B_0} \int_0^{B_0} f(y) dy \cdot \left\{ \frac{2 \sinh \frac{w}{2} h}{(1 - e^{-w h}) e^{\frac{w}{2} h}} \right\} \\ &= \frac{1}{B_0} \int_0^{B_0} f(y) dy \\ S_n &= \frac{2}{B_0} \int_0^{B_0} f(y) \cos k_n y dy \cdot \left\{ \frac{2u \sinh \sigma_n h}{(1 - e^{-w h})(2\sigma_n \cosh \sigma_n h + u \sinh \sigma_n h)} \right\} \end{aligned} \quad \dots(9)$$

従つてこの場合の解は、

$$\begin{aligned} \rho_2(x, y, z) &= \frac{1}{B_0} \int_0^{B_0} f(y) dy e^{-wz} \\ &+ \sum_{n=1}^\infty \frac{2u \sinh \sigma_n h}{(1 - e^{-w h})(2\sigma_n \cosh \sigma_n h + u \sinh \sigma_n h)} \\ &\times \frac{2}{B_0} \int_0^{B_0} f(y) \cos k_n y dy e^{-k_n^2 x / u - w z} \cos k_n y \end{aligned} \quad \dots(10)$$

(3) 式の解と同様右辺の積分が可能で級数が収斂しさえすれば任意断面内の濃度分布を比較的容易に計算することが出来る。

5. 解の吟味

(10) 式は濃度分布が定常であるが、流レの方向に変化する場合の分布函数を無限級数の形で表わしたが、この級数の収斂性を検討するため、3. に於て述べた  $f(y)$  の一例即ち (5) の第1式につき数値計算により先ずその実用値を調べてみる。この場合 (9) 式の  $S_0, S_n$  は夫と

$$\begin{aligned} S_0/2 &= \frac{a\varphi_0}{\pi} \sin \frac{\pi}{a} \\ S_n &= \pm \frac{2\varphi_0}{\pi} \frac{a \sin \pi/a}{1 - a^2 n^2} \\ & \left\{ \frac{2u \sinh \sigma_n h}{(1 - e^{-w h})(2\sigma_n \cosh \sigma_n h + u \sinh \sigma_n h)} \right\} \end{aligned} \quad \dots(11)$$

但し +..... $n$ =even, -..... $n$ =odd

一例として  $h=2.0m$ ,  $a=3$  の場合につき沈降速度  $w_0$  と交換係数  $\eta$  を適当に与えて計算し、先ず起点断面の水底即ち  $x=0, z=0$  で  $\rho_2=f(y)$  が満足される事を確かめた。この場合とつた  $w_0$  の範囲は前述の如く鶴見博士の与えられた内地産砂粒に対する平均沈降速度として  $0.1335 \sim 0.0295m/sec$  これに浮泥の沈降速度として  $w_0=0.01, 0.001m/sec$  を附加した。

表-1  $w(w=w_0/\eta)$  に對する  $\rho_2(x=0, y=0, z=0)=\rho_0$  の檢算

$w$	$\rho_2$	$w$	$\rho_2$	$w$	$\rho_2$	$w$	$\rho_2$
1.335	0.9961	2.67	1.0047	13.35	0.9994	26.70	0.9999
0.88	0.9989	1.76	0.9969	8.80	1.0088	17.60	0.9910
0.62	0.9966	1.24	0.9891	6.20	0.9914	12.40	0.9907
0.45	0.9865	0.90	0.9926	4.50	0.9956	9.00	0.9972
0.30	0.9899	0.60	0.9959	3.00	0.9977	6.00	0.9999
0.10	0.9991	0.20	0.9988	1.00	0.9976	2.00	0.9965
0.01	0.9964	0.02	0.9906	0.10	0.9971	0.20	0.9988

$\rho_2$  の値は  $\rho_0$  である。

吟味の結果、精度は表-1 に見る通りであるが、 $w_0$  の値に対し  $\eta$  はその実測値に信頼のおけるものが殆んどなく、結局野満博士が阿蘇黒川で浮泥分布の実測<sup>14)</sup> から逆算で推定された  $\eta$  の変動範囲を参考として大凡  $10^{-1} \sim 10^{-2}(m^2/sec)$  の範囲にとれば充分であると思ひ、この範囲で上記  $w_0$  と組合わせて  $w_0/\eta=w$  の35個の値につき、級数の10項迄とる事による誤差を求めて見たが、収斂性はかなり良好で、先ず実用性の点で満足すべきである事が確かめられたわけである。

6. 浮游流砂量に及ぼす  $w$  の影響

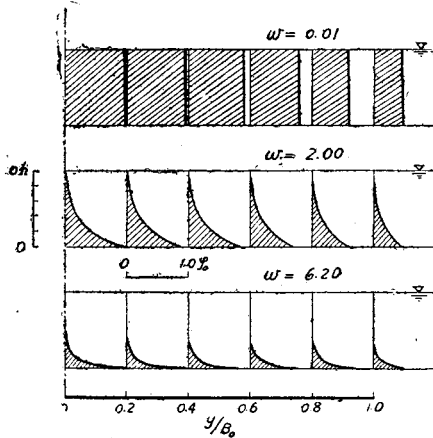
(4), (6) 式或は (8) 式を見れば分る様に、流砂分布、従つて流砂総量に対し、沈降速度  $w_0$  と交換係数  $\eta$  は夫と単独な要素としてなく、むしろその比  $w_0/\eta$  として重要な影響を与える。従つて  $w[L^{-1}]$  によつて浮游流砂量がどの様になるかを中心として  $f(y)=\varphi_0 \cos \pi y/a B_0$  の場合につき、詳細に検討すると次の様である。

1)  $x=0$  における  $\rho_2$  を図示すると図-3 の如き濃度分布となる。これから

i)  $w_0$ 、従つて  $w$  が小になると泥砂は水面迄ひろがり、 $w_0=0.01 \sim 0.001m/s$  の微細粒ならば、 $\eta=10^{-2} m^2/s$  程度の渦乱状態で  $w=1 \sim 0.1$  であるから泥砂が全断面に亘つて分布する。

ii) 又、この範囲の粒子は、濃度の鉛直分布は概ね一様となり、又この傾向は乱れが著しくなつて  $\eta$  が大になり、 $w$  が小さくなればますます明瞭になつて来るこれらの結果は、L.G.Straub<sup>15)</sup> が Missouri 河で実測した結果並びに我々の経験的事実とよく一致し、

図-3



本解法の妥当性を立証するものである。次に、

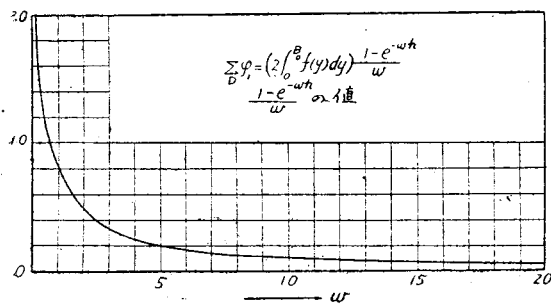
iii)  $w=3.0$  ( $m^{-1}$ ) を境にして、これ以上の  $w$  を与える様な  $w_0, \eta$  の組合せに対しては、水面にも明瞭に浮游物があらわれるが、然らざる場合は水面及びその近傍の濃度は事実上零と見て差支えない。

2) 流レの方向に濃度変化のない場合、断面内の流砂総量 ( $x$  方向単位長当り) を  $\sum_D \varphi_1$  で表わすと、(4) 式を用いて

$$\begin{aligned} \sum_D \varphi_1 &= \int_D \int \varphi_1 dy dz = \int_0^h \int_{-B_0}^{B_0} \left[ \frac{1}{B_0} e^{-wz} \right. \\ &\quad \left. \int_0^{B_0} f(y) dy + \frac{2}{B_0} e^{-\frac{w}{2}z} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{B_0} f(y) \cos k_n y \right. \\ &\quad \times \left. \left\{ \frac{2\sigma_n \cosh \sigma_n (h-z) + w \sinh \sigma_n (h-z)}{2\sigma_n \cosh \sigma_n h + w \sinh \sigma_n h} \right\} \right. \\ &\quad \left. \cos k_n y \right] dy dz = \frac{2}{w} (1 - e^{-wh}) \int_0^{B_0} f(y) dy \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(12)$$

となる。従つてこの場合も適当に  $f(y)$  を与えれば断面内の泥砂総量が簡単に求まり、水深一定の場合その変動は  $w$  のみに支配されることが分る。この関係は図-4 に示す通りで、 $w = \infty$  で  $\sum_D \varphi_1 = 0$  であり略と直角双曲線状の変化をする。こゝでも前述の如く水面に泥砂が分布し始める  $w=3.0$  を境として、それより

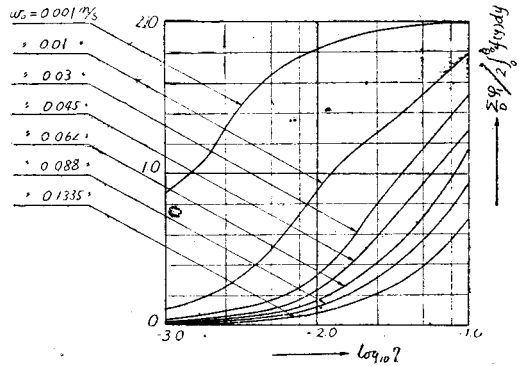
図-4



$w$  が小になると、流砂量が急増する事を示している。なお、単位時間にこの断面を通過する流砂量は  $w_0 \sum_D \varphi_1$  である事は云り迄もない。

3) 立場を変えて  $w_0$  を一定にし、 $\eta$  の変化による  $\sum_D \varphi_1$  の変化を見ると 図-5 に示す通りである。即ち  $w_0 = 0.13 \sim 0.03 m/s$  の砂粒に対して、 $\eta$  によるその変

図-5



化は大体似た傾向を有するが、それ以下の  $w_0$  を有する微粒子(これらは概ね粘土の外、灰、夾雑物、膠質物等である)では、やゝ趣が異り、 $\eta = 10^{-3} \sim 4 \times 10^{-3} (m^2/s)$  程度のさほど甚だしくない渦乱に対して、かなり鋭敏に変動する様である。1) 2) の考察と併せ考えると、これらの注目すべき結果は、浮游流砂を取扱うにあたり、いわゆる「砂」と「泥」とを或程度区別して論ずる必要のあることを示唆していると思われる。

4) 流レの方向に濃度変化がある場合、任意の一断面における流砂総量  $\sum_D \varphi_2$  は

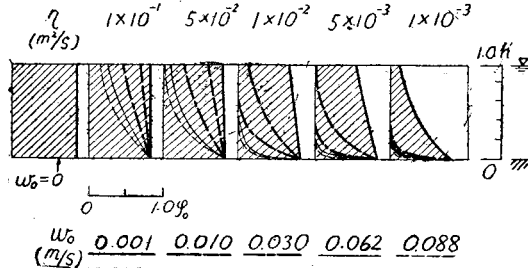
$$\begin{aligned} \sum_D \varphi_2 &= \int_0^h \int_{-B_0}^{B_0} \left[ \frac{w}{1 - e^{-wh}} e^{wh} \left\{ \frac{1}{B_0} \int_D \int \psi(y, z) dy dz \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{2}{B_0} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-k_n z} \int_0^{B_0} \psi(y, z) \cos k_n y \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \int_D \int \psi(y, z) \cos k_n y dy dz \right\} \right] dy dz \\ &= 2 \int_D \int \psi(y, z) dy dz \quad \dots\dots\dots(13) \end{aligned}$$

で与えられ、 $\psi(y, z) = \varphi_1(y, z)$  とすれば (12) 式と同じ結果が導かれて結局起点断面の流砂総量  $\sum_D \varphi_1$  を与える。従つて下流いづれの断面も流砂総量が起点のそれと一致する事になり、奇異に思われるが、これは積分により (8) 式の右辺第 2 項が消失するためで、基礎方程式及び境界条件を見れば分る様に常に水面、側壁、水底から外へ脱出する泥砂がないとしている事による。実際には  $x$  の増大と共に水底近くの泥砂は沈澱堆積してゆく筈である。

5)  $x$  の増大、従つて下流に伴う濃度分布の変化は (10) 式の第 2 項が  $x$  の増大と共に漸次 0 に近づくた

め、結局第1項だけが分布函数として残ることになる。 $f(y)$ を与えれば  $x=\infty$  における濃度分布が定まるがその性格を左右するものはやはり  $w$  のみの変化であつて、 $x=\infty$  の分布状態は図-6 の如くなり、 $w_0$  は  $y$

図-6



に関係なく、幅方向に一定の分布となる。 $w_0$  が小さく、又  $\eta$  が大きくなるほど、鉛直分布が次第に均一になり、 $w=0$  では図の左端に示す如く全断面全く均一な分布となる。

## 7. 結論

以上本文では矩形開水路乱流中の浮游流砂分布及びその量を、沈降速度  $w_0$ 、及び乱流交換係数  $\eta$  を中心として理論的に検討したが、その結果を要約すると、先ず流砂分布及び流砂総量に対して  $w_0$  及び  $\eta$  はその比  $w$  として重要な意味をもつことが分り、この値が小さい程泥砂は水面迄拡がり、かつ鉛直分布が均一化するという経験的事実を確かめた。沈降速度の異なる色々の粒子が混合して泥砂を形成している場合は、粒子の大キサに従つて幾つかの段階に分けて扱うか、又は少くとも  $w > 3.0$  と  $w < 3.0$  の2種に対して夫々に属する砂及び微粒子の分布或は量を計算するのが妥当であることを知つた。

なお起点断面の水底における流砂分布を任意に与えても最後には水路幅方向に一様な分布になる。これは平均流速  $u_0$  が  $x=\infty$  迄一定と仮定した場合であり、下流へ行くほど  $u_0$  が漸減する実際河川の現象とは必ずしも一致しないわけである。

以上述べ來つた理論計算の結果は、完全かつ一般的なものではなく、断面形が不整で、彎曲部の多い河川の場合、取扱いが困難なことは想像に難くない。又  $\eta$  は水深及び幅の方向に変化するものであるから、特に側壁及び水面の近傍で若干の誤差がある筈である。し

かし河川の兩岸及び水面近傍の泥砂濃度は一般に僅少であるから、この近似計算で差支えないものと考えてよい。

乱流交換係数  $\eta$  に関する明確な理論に乏しく、實際河川におけるその変動、分布についても推論の域を出ていない点は流砂理論の一つの隘路である。河底における条件を河相論的により仔細に検討すべき事と併せて、このあたりに今後の研究に努力すべき点が多く見出される。最後に本研究は京大石原教授を中心とする文部省科学研究費による「開水路乱流の研究」の成果の一部であり、終始特別の御指導を賜つた石原教授に深謝の意を表す次第である。

## 引用文献

- (1) J.E.Stevens: "The Silt Problem", Proc. of A.S.C.E., Oct. 1934.
- (2) L.Mühlhofer: "Schwebestoff und Geschiebemessungen am Inn bei Kirchbichl", W. und Wasserwirtschaft, 1933, Seit. 37.
- (3) Prandtl: "Neuere Ergebnisse der Turbulenzforschung", Zeitsch. für V.D.I., 77 (1933), Nr. 5.
- (4) G.I.Taylor: "Statistical Theory of Turbulence", Proc. Roy. Soc. London, vol. 151, A.
- (5) A.A.Kalinske, T.M.Robertson: "Turbulence in open channel flow", Eng. N.R., April, 1941.
- (6) 野満隆治: "河川学" 昭和18年, 76~83頁
- (7) 速水頌一郎: "揚子江と黄河より見たる南北支那の自然環境" 大平洋の海洋と陸水, 昭和18年
- (8) 鶴見一之: "沈降速度の理論及び実験", 土木学会誌, 昭和7年10月
- (9) 野満隆治: "河川浮泥の水面条件とその応用", 石本教授記念論文集, 昭和17年
- (10) S.Hayami: "Hydrological Studies on the Yangtze River, China", II, 上海自然科学研究所 英文報告, 昭和13年
- (11) A. Schoklitsch: "Geschiebebewegung in Flüssen und an Stauwerken", 1926.
- (12) 前出(2)
- (13) 野満隆治, 軽部末藏, 川口武雄: "河川の横断面における塩分並に浮游砂泥の分布と横流" 地球物理 6, 16.
- (14) 前出(13)
- (15) L.G.Straub: "Hydraulic and Sedimentary Characteristics of Rivers", Trans. Am. Ges. Union, 1932, 375.